

Nośniki swobodne w półprzewodnikach

Półprzewodniki

Masa elektronu
swobodnego

$$m_0$$



Masa efektywna

$$m^*$$

Oprócz swobodnych nośników musimy uwzględnić inne mechanizmy – np.. wkład do polaryzacji od elektronów związanych (przejścia pasmowe) zajmiemy się nimi dokładniej później, teraz zaznaczymy tylko ich istnienie...

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_{inne} + \vec{P}_{sn}$$

\vec{P}_{sn} - wkład od swobodnych nośników

$$D = \epsilon_{opt} \epsilon_0 E - \frac{Ne^2 E}{m^* (\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

\vec{P}_{inne} - wkład od innych procesów

$$\epsilon_r = \epsilon_{opt} - \frac{Ne^2}{m^* \epsilon_0} \frac{1}{(\omega^2 + i\gamma\omega)} = \epsilon_{opt} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} \right)$$

$$\epsilon_{opt} = n^2$$

współczynnik załamania dla nieDOMIESZKOWANEGO półprzewodnika – przezroczyste medium dla podczerwieni (ekstynkcja $\kappa=0$)

To teraz częstość plazmowa

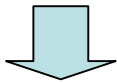
$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_{opt} \epsilon_0 m^*}}$$

Metale i półprzewodniki...

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_{opt}\epsilon_0 m^*}}$$

Aluminium

$$\begin{aligned}\epsilon_{opt} &= 1 \\ m_0 &= 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \\ n &= 18.1 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}\end{aligned}$$

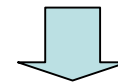


$$h\omega_p \sim 15.8 \text{ eV}$$

Ultrafiolet!

GaAs

$$\begin{aligned}\epsilon_{opt} &= \epsilon_{\infty} = 10.88 \\ m^* &= 0.067 m_0 \\ n &= 10^{18} \text{ cm}^{-3}\end{aligned}$$



$$h\omega_p \sim 50 \text{ meV}$$

**Łatwo sterować częstość
plazmową wykorzystując
domieszkowanie!**

Silnie domieszkowane półprzewodniki

Interesujemy się sytuacją $\omega > \omega_p$

W półprzewodnikach w temperaturze pokojowej $\tau \sim 10^{-13} \text{ s}$
Dla podczerwieni, np. $\lambda = 10 \mu\text{m}$

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{6.28 \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{10 \times 10^{-6} \text{ m}} = 20 \times 10^{13} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega\tau \gg 1$$

Zatem możemy dokonać przybliżenia dla części rzeczywistej funkcji dielektrycznej:

Część urojona funkcji dielektrycznej:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{opt} \left(1 - \frac{\omega_p^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \right) \approx \varepsilon_{opt}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_{opt} \omega_p^2 \tau}{\omega(1 + \omega^2 \tau^2)} \approx \frac{\varepsilon_{opt} \omega_p^2}{\omega^3 \tau} \ll \varepsilon_1$$

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\varepsilon_1 + (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)^{1/2} \right)^{1/2} \Rightarrow n = \sqrt{\varepsilon_{opt}}$$

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\varepsilon_1 + (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)^{1/2} \right)^{1/2} \Rightarrow \kappa = \frac{\varepsilon_2}{2n}$$

Ośrodek słabo absorbujący (już było...)

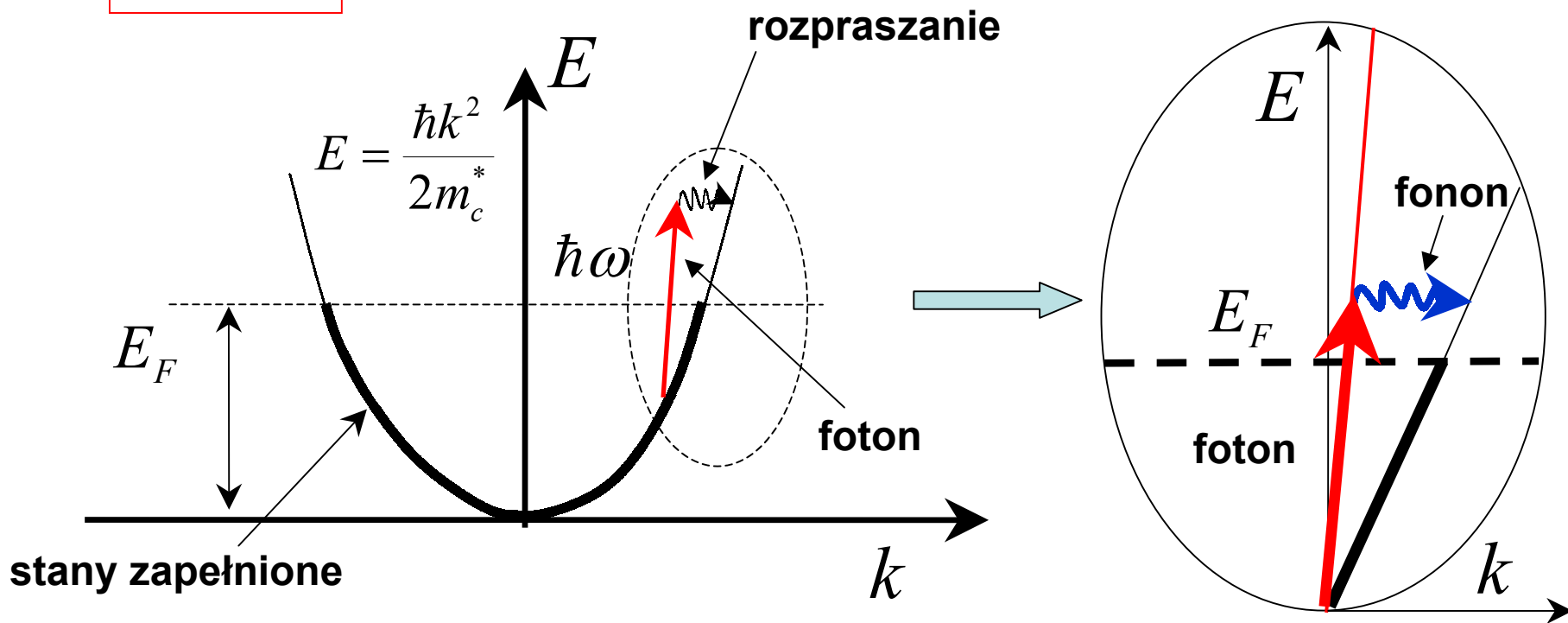
Absorpcja na swobodnych nośnikach

$$\alpha = \frac{2\kappa\omega}{c} = \frac{\varepsilon_{opt}\omega_p^2}{nc\omega^2\tau} = \frac{Ne^2}{m^*\varepsilon_0nc\tau} \frac{1}{\omega^2}$$

Typowo w półprzewodnikach obserwuje się zależność

$\alpha \propto \omega^{-p}$ gdzie wykładnik $p = 2-3$

Zachowanie energii i pędu w procesie absorpcji



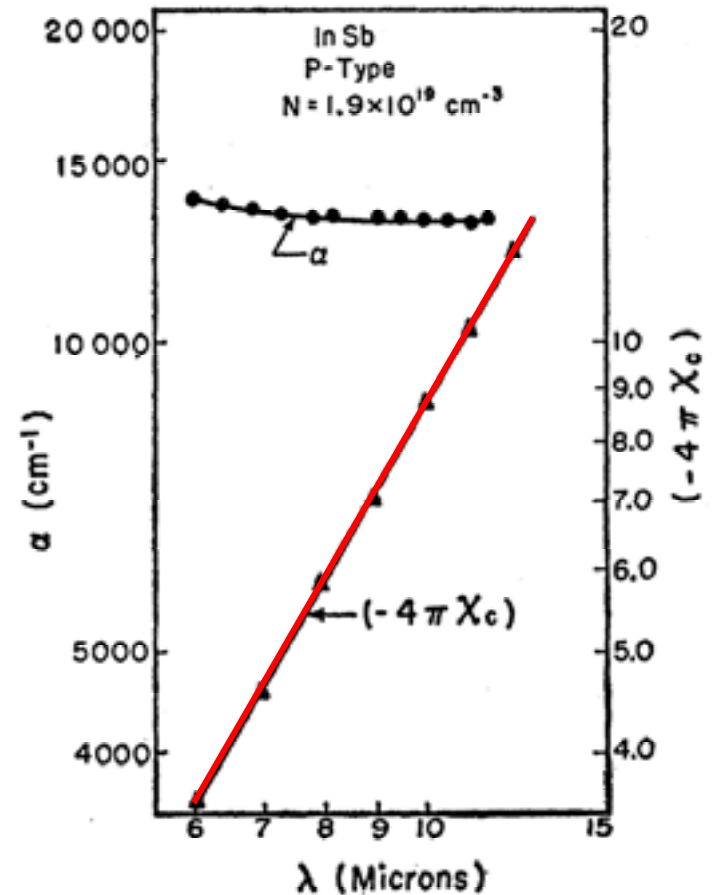
Foton ma bardzo mały pęd, żeby więc spełniona była zasada zachowania pędu konieczny jest proces rozpraszania elektronu na fononach lub domieszkach!

Wyniki doświadczenia

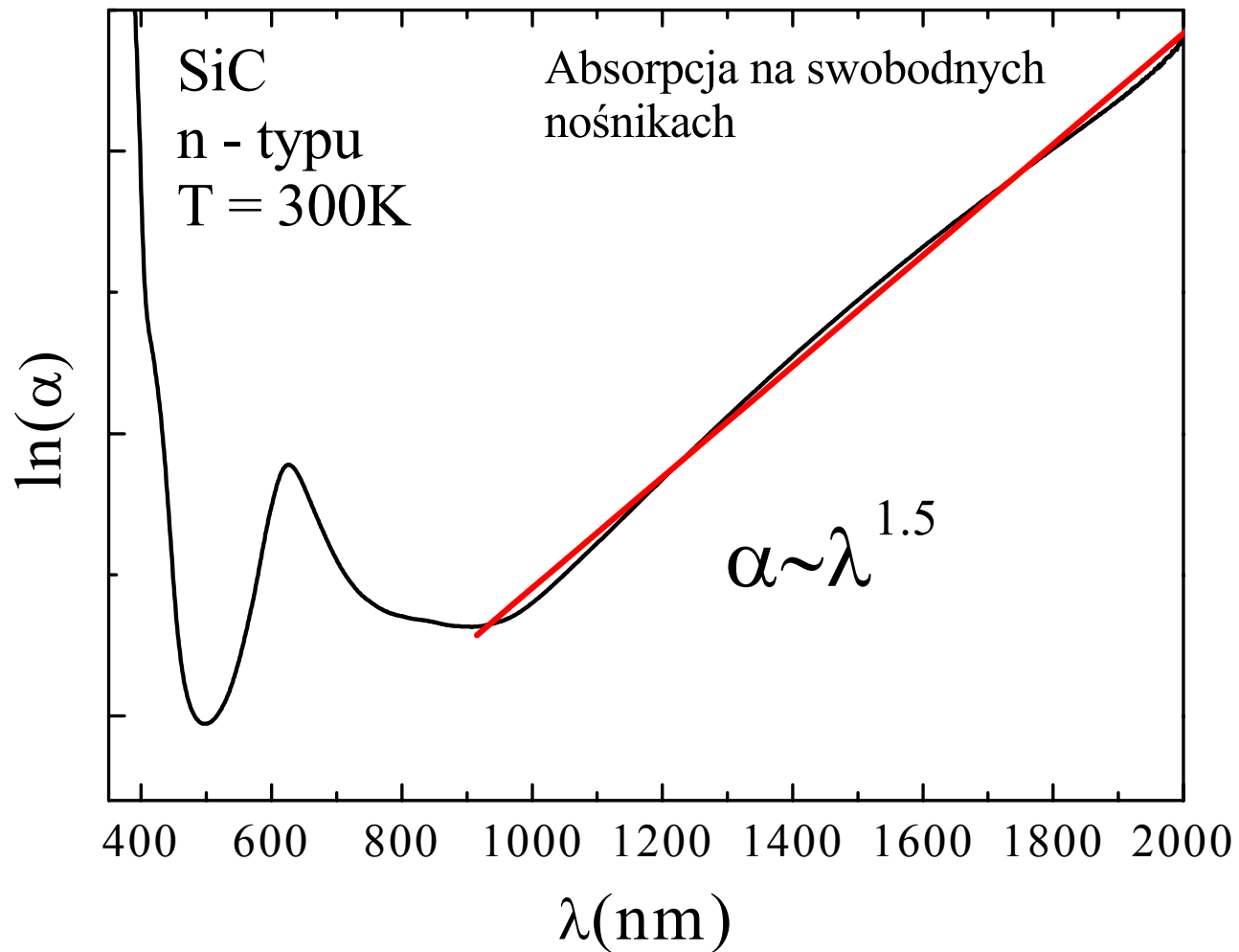
Absorpcja w podczerwieni

$$\alpha \sim \frac{1}{\omega^p} \sim \lambda^p$$

FIG. 7. Absorption coefficient, α , and susceptibility, χ_c , vs wavelength for the *p*-type indium antimonide sample of Fig. 6.



Absorpcja na swobodnych nośnikach w SiC



Współczynnik odbicia

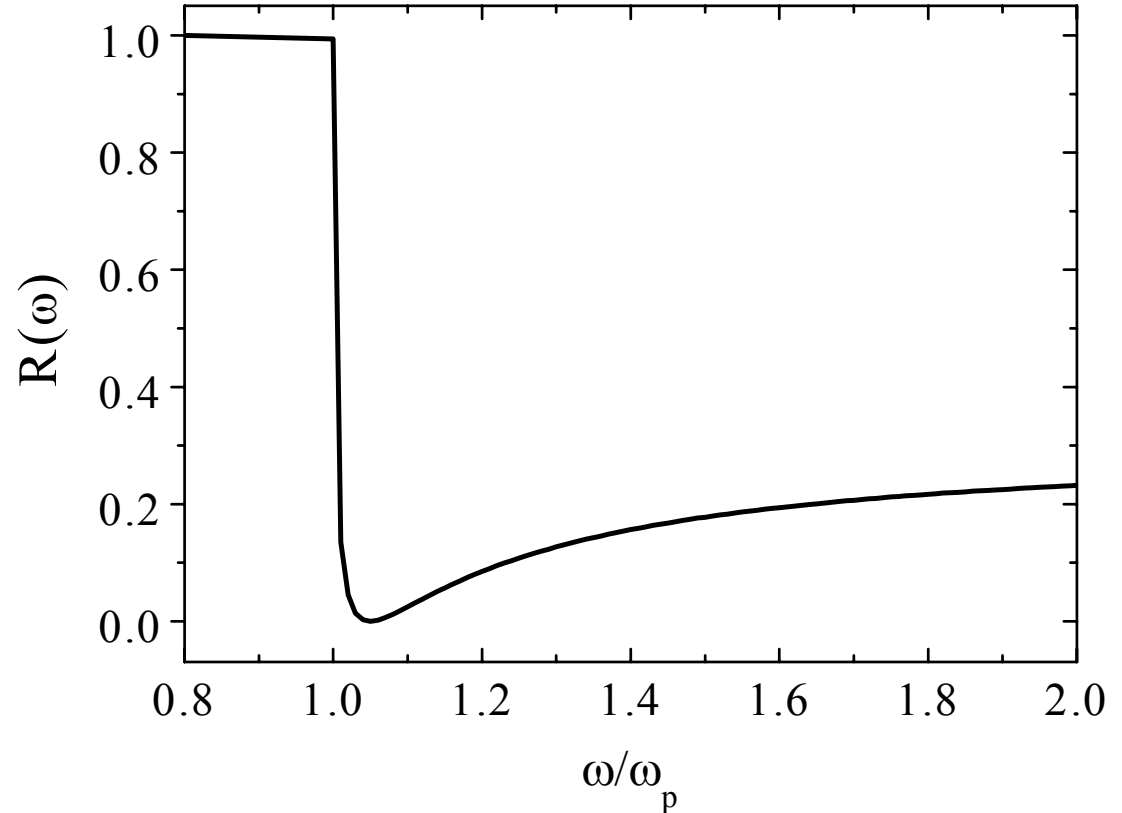
Zaniedbując tłumienie ($\gamma=0$)

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{opt} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$$

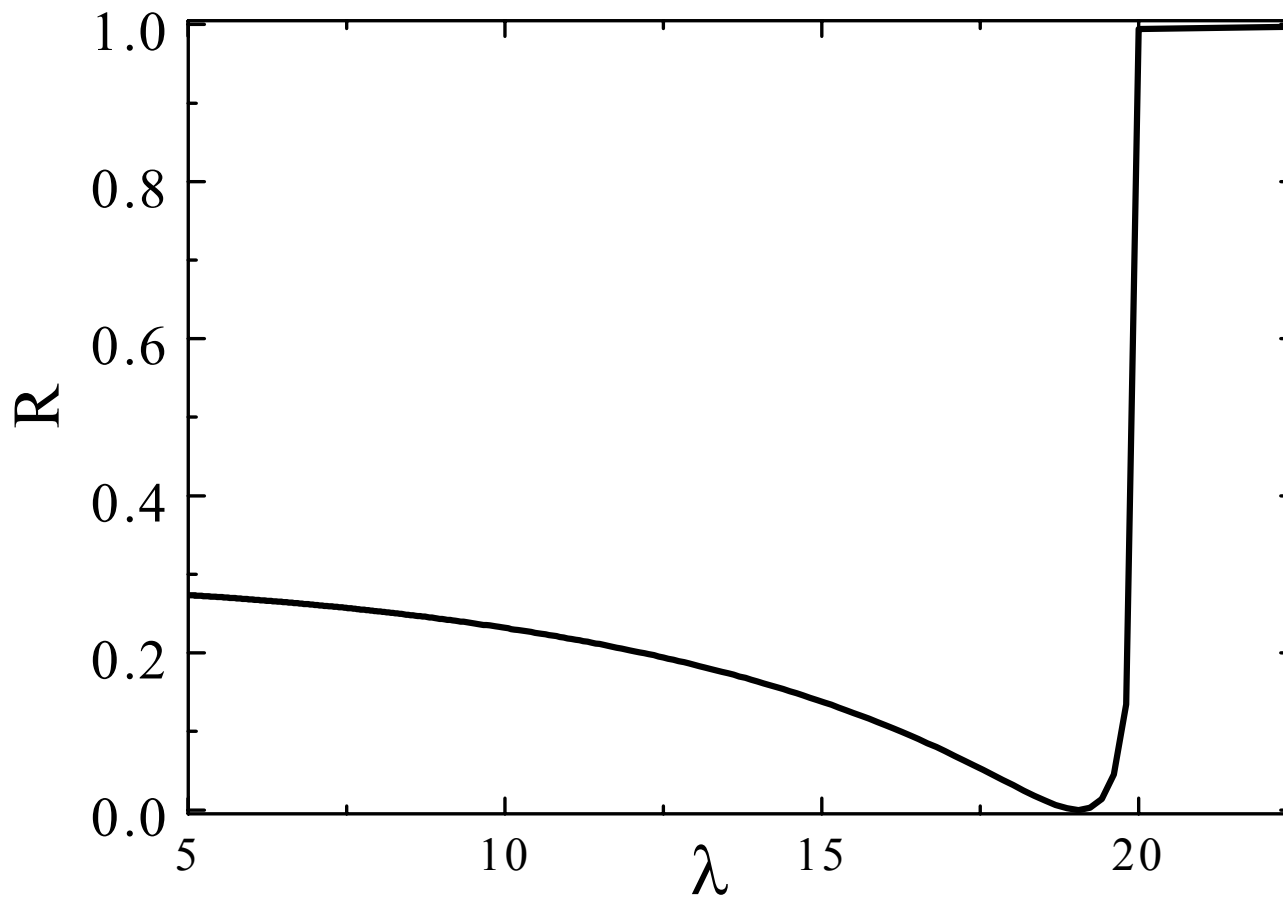
Dla

$$\omega \geq \omega_p \quad \varepsilon_r \geq 0$$

$$R(\omega) = \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_r(\omega)} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r(\omega)} + 1} \right)^2$$



Możemy też przedstawić współczynnik odbicia w zależności od długości fali



**Żeby porównać się z doświadczeniem, trzeba dodać tłumienie –
Wtedy krawędź plazmowa się rozmyje....**

Silnie domieszkowane w InSb

Odbicie światła w podczerwieni

$$R = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2 = \frac{(n - 1)^2 + \kappa^2}{(n + 1)^2 + \kappa^2}$$

Wstawiamy odpowiednie funkcje z tłumieniem i porównujemy z doświadczeniem...

Odbicie spada do zera
gdy:

$$\omega^2 = \frac{\epsilon_{opt}}{\epsilon_{opt} - 1} \omega_p^2$$

Metoda wyznaczania
masy efektywnej
nośników!

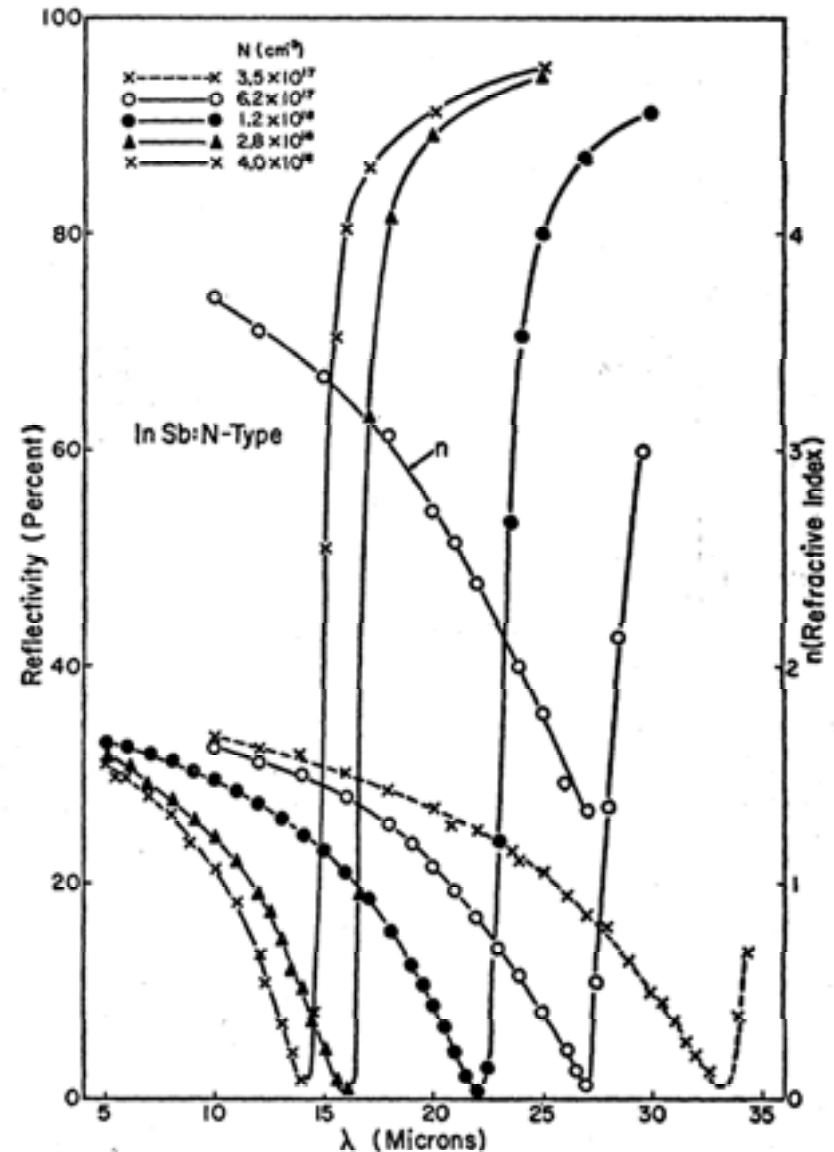
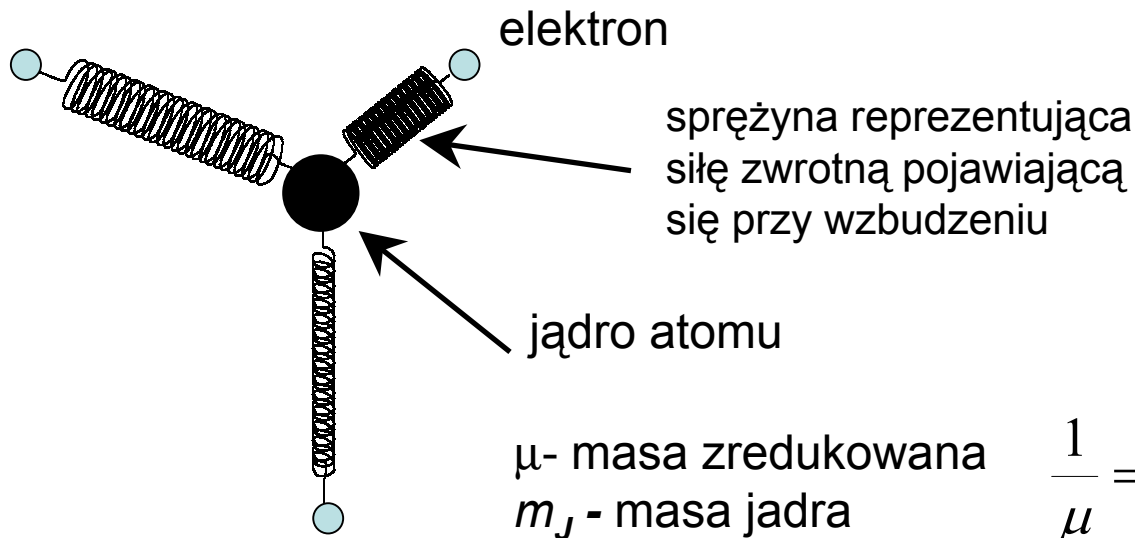


FIG. 8. Reflectivity vs wavelength for five n-type indium antimonide samples. The refractive index curve labeled n is for the sample with $N = 6.2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

Oscylator harmoniczny (oscylujący dipol)

Klasyczny opis oddziaływania światła z materią

Zakładamy, że w ośrodku (również półprzewodniku) zachodzą różnego rodzaju Wzbudzenia, które można opisać przy użyciu modelu oscylatora harmonicznego. Model ten zakłada istnienie momentów dipolowych, bez wchodzenia w ich naturę. Okazuje się, że taki opis dobrze działa zarówno dla atomów, domieszek, defektów, jak też drgań sieci krystalicznej oraz wzbudzeń swobodnych nośników (co już częściowo pokazaliśmy na poprzednim wykładzie)...



Częstotliwość rezonansowa:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{\mu}}$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_0} + \frac{1}{m_J}$$

$$m_J \gg m_0 \Rightarrow \mu \approx m_0$$

Odpowiada to ruchowi elektronu wokół spoczywającego jądra...

Rozsunięciu ładunku jądra i elektronu towarzyszy pojawienie się momentu dipolowego (dodawającego się do ew.

$$\vec{p} = q(\vec{r}_+ - \vec{r}_-)$$

\vec{r}_+ - położenie ładunku dodatniego

\vec{r}_- - położenie ładunku ujemnego

$$p = -e|\vec{r}_+ - \vec{r}_-| = -ex$$

$$p(t) = -ex(t)$$

$x(t)$ - odchylenie elektronu od „pozycji” równowagowej

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = -eE \quad (*)$$

Rozważmy oddziaływanie atomu z monochromatycznym promieniowaniem o częstotliwości ω

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi) = E_0 \operatorname{Re}(e^{-i\omega t - \varphi})$$

$$x(t) = X_0 \operatorname{Re}(e^{-i\omega t - \varphi_1})$$

Pole wymuszające: $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$ (czynniki fazowe w amplitudach)

Szukamy rozwiązań postaci: $x(t) = X_0 e^{-i\omega t}$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = -eE$$



$$m\omega^2 X_0 e^{-i\omega t} - im\gamma X_0 e^{-i\omega t} + m\omega_0^2 X_0 e^{-i\omega t} = -eE_0 e^{-i\omega t}$$



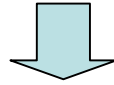
$$X_0 = \frac{-eE_0}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Rezonansowa polaryzacja zmienna w czasie, dla N obiektów w jednostce objętości:

$$P_{rez} = Np(t) = -eNx(t) = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} E$$

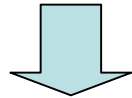
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_{inne} + \vec{P}_{rez} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} + \vec{P}_{rez}$$



$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

**Część rzeczywista i urojona
funkcji dielektrycznej**

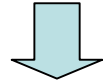


$$\varepsilon_1(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

$$\varepsilon_2(\omega) = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

W granicy częstości dążących do zera:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$



$$\varepsilon_r(0) \equiv \varepsilon_{\text{st}} = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m \omega_0^2}$$

Definicja statycznej stałej dielektrycznej

W granicy bardzo dużych częstości:

$$\varepsilon_r(\infty) \equiv \varepsilon_\infty = 1 + \chi$$

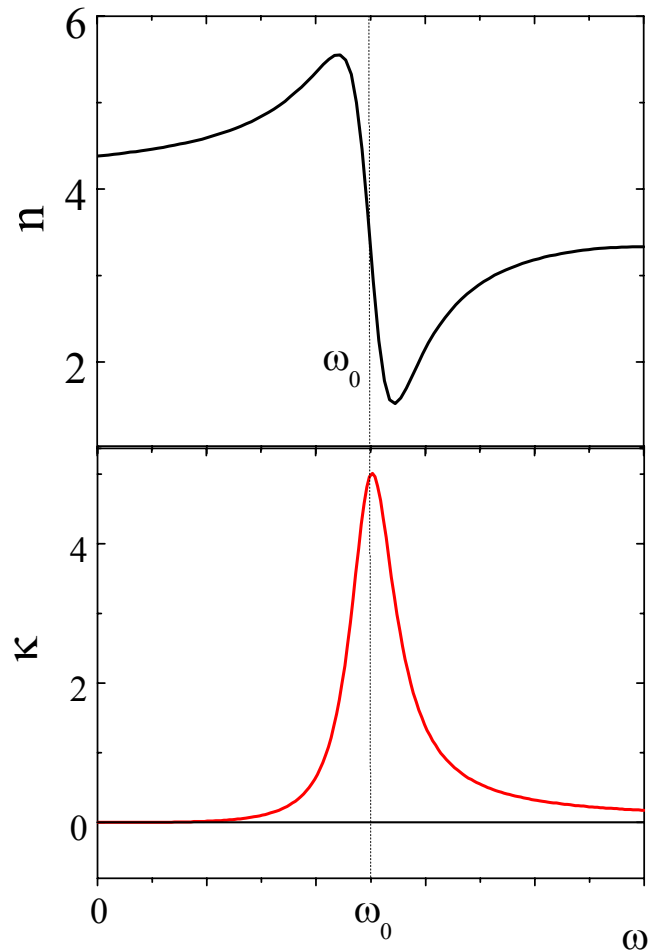
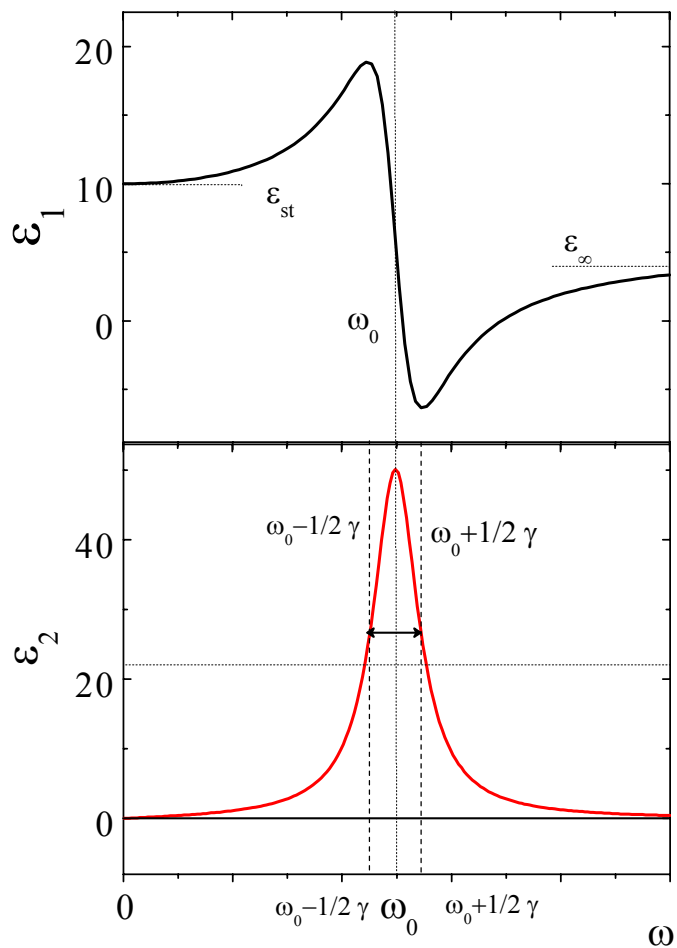
Stąd
$$\varepsilon_{\text{st}} - \varepsilon_\infty = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m \omega_0^2}$$



$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_{\text{st}} - \varepsilon_\infty) \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

$$\varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_{\text{st}} - \varepsilon_\infty) \frac{\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

$$\varepsilon_2(\omega) = (\varepsilon_{\text{st}} - \varepsilon_\infty) \omega_0^2 \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$



Blisko rezonansu:

$$\omega_0^2 - \omega^2 \cong 2\omega_0\Delta\omega \quad \text{gdzie} \quad \Delta\omega = \omega - \omega_0$$

$$\varepsilon_1(\Delta\omega) = \varepsilon_\infty - (\varepsilon_{\text{st}} - \varepsilon_\infty) \frac{2\omega_0\Delta\omega}{4(\Delta\omega)^2 + (\gamma)^2}$$

**Loretzowski
kształt linii**

$$\varepsilon_2(\Delta\omega) = (\varepsilon_{\text{st}} - \varepsilon_\infty) \frac{\gamma\omega_0}{4(\Delta\omega)^2 + (\gamma)^2}$$

Złożenie wielu różnych oscylatorów

$$\vec{P}_{rez} = \frac{Ne^2}{m} \sum_j \frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega} \vec{E}$$

Wkład do polaryzacji
od różnych przejść

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega}$$

Funkcja dielektryczna

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega}$$

W praktyce wkład od poszczególnych oscylatorów różni się. Wprowadzamy więc „siłę oscylatora” f_j dla każdego z nich...

f_j - siła oscylatora

Koncepcję siła oscylatora można wyjaśnić na gruncie mechaniki kwantowej. Można pokazać, że

$$\sum_j f_j = 1$$

Hipotetyczny półprzewodnik...

