

Zadania domowe - seria III

Zadanie 1. Znajdź wszystkie rozwiązania podanych układów równań:

$$\begin{cases} 2x + 7y + z = -2 \\ x + 3y - z = -2 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 2 \\ x + y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x + y - z + 2t = 3 \\ 2x + z + t = 3 \\ 3x + y + 3t = 6 \\ 2y - 3z + 3t = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y + z - 2t = 2 \\ x + 3z - t = 4 \\ -y + 5z = 4 \\ x - 3y + 7t = 2 \end{cases}$$

Zadanie 2. Znajdź (jeśli istnieje) macierz odwrotną do podanej

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Zadanie 3. Znajdź macierz podanych odwzorowań liniowych $\phi : \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}_3[x]$ w bazie $\{1, x, x^2, x^3\}$

$$(\phi(f))(x) = f(2x - 1)$$

$$(\phi(f))(x) = \frac{1}{2}(f(x+1) + f(x-1))$$

$$(\phi(f))(x) = xf'(x)$$

$$(\phi(f))(x) = f(x) - (x-1)f'(1)$$

Zadanie 4. Znajdź jądro i obraz odwzorowania liniowego zadanego macierzą

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Zadanie 5. Policz wyznacznik macierzy

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$