

## Zadania domowe — seria 1

Zadanie 1. Rozwiąż w dziedzinie liczb zespolonych równanie  $z^3 - 8i = 0$ . Rozwiązanie przedstaw w postaci  $z = a + ib$ , gdzie  $a, b \in \mathbb{R}$  oraz postaci trygonometrycznej. Naszkicuj położenie pierwiastków na płaszczyźnie zespolonej.

Zadanie 2. Rozwiąż równania w ciele liczb zespolonych:

- $z^2 - 6z + 25 = 0$
- $z^2 + z + 1$
- $z^4 - 4i\sqrt{3}z^2 - 16 = 0$
- $z^6 + (2 - 6i)z^3 + 16 - 16i = 0$
- $z^3 = z^*$

Zadanie 3. Narysuj na płaszczyźnie  $(x, y)$  zbiory

- $zz^* = 4$
- $|z - 1| > 1$
- $\operatorname{Re}(z + z^* - i) > 2$

Zadanie 4. Znajdź część rzeczywistą i urojoną liczb:

- $\left(\frac{i-1}{i\sqrt{2}}\right)^{43}$
- $\left(\frac{1}{\sqrt{3}+i}\right)^{16}$
- $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{-1+i}\right)^{60}$

Zadanie 5. Pokazać, że:

- $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2$
- $(z_1/z_2)^* = z_1^*/z_2^*$