Zadania domowe z *Podstaw fizyki współczesnej II*
Seria 5

Zad. 1

Fala płaska $e^{\imath kx}$ pada na barierę potencjału $V(x)$. Znajdź współczynnik transmisji T.

$$V(x) = \begin{cases} 2V_0, & -a \leqslant x \leqslant 0, \\ V_0, & a \leqslant x \leqslant 2a, \\ 0, & x \leqslant -a \vee 0 \leqslant x \leqslant a \vee x > 2a. \end{cases}$$

Stałe a, V_0 są dodatnie.

Zad. 2

Dany jest potencjał:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leqslant x \leqslant a \wedge 0 \leqslant y \leqslant b, \\ +\infty, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

gdzie a, b są stałymi dodatnimi. Znajdź postać funkcji falowej $\Psi(x, y, t) = \phi_E(t)u_E(x, y)$ $(E =?)$, która spełnia równanie Schrödingera z potencjałem $V(x)$ (rozwiązanie stacjonarne). Następnie:

- oblicz (dla rozw. stacjonarnego) prawdopodobieństwo $P(\Omega)$ znalezienia cząstki w obszarze

$$\Omega = \{(x, y) : 0 \leqslant x \leqslant \frac{a}{2} \; i \; 0 \leqslant y \leqslant \frac{b}{4}\}$$

- wyznacz $< x^2 y >$ dla $\Psi(x, y, t)$ będącej kombinacją liniową postaci (czyli rozwiązanie niestacjonarne):

$$\Psi(x, y, t) = \frac{3\imath}{4}\exp\left(-\frac{\imath t}{\hbar}E_{\bar{n}_1}\right)u_{\bar{n}_1}(x, y) + \alpha\exp\left(-\frac{\imath t}{\hbar}E_{\bar{n}_2}\right)u_{\bar{n}_2}(x, y).$$

  gdzie $\bar{n}_i = (n_{x,i}, n_{y,i})$ oraz α jest stałą dodatnią.

Zad. 3

Dany jest potencjał postaci:

$$V(x) = \begin{cases} -V_0, & : |x| \leqslant a \\ 0, & |x| > a. \end{cases}$$

Stałe a, V_0 są dodatnie.

- Dla cząstek o energii: $-V_0 \leqslant E \leqslant 0$ znajdź postać funkcji $\Psi(x, t)$ oraz warunek na energię. *Wskazówki*: tradycyjnie, warto podzielić obszar na 3 charakterystyczne podobszary ($\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3$) i skorzystać z warunków zszycia oraz warunku znikania $\Psi(x)$ w nieskończoności. Wygodnie jest także wprowadzić wielkości:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2m|E|}{\hbar^2}} > 0$$

  dla $|x| > a$,

$$\beta = \sqrt{\frac{2m(V_0 - |E|)}{\hbar^2}}$$

  dla $|x| < a$.
- Dla cząstek o energii $E > 0$ wyznacz współczynnik transmisji T.

A.Chęcińska
W. Kamiński
D. Rudeńska
K. Turzyński