

Uniwersytet Warszawski
Wydział Fizyki



Aleksander Bogucki

Nr albumu: 290796

Badania anizotropii czynnika g dziury w kropce kwantowej

Praca magisterska
na kierunku FIZYKA
w zakresie Fizyka materii skondensowanej i nanostruktur
półprzewodnikowych

Praca wykonana pod kierunkiem
prof. Piotra Kossackiego,
w Instytucie Fizyki Doświadczalnej UW

Warszawa, 2014

Oświadczenie kierującego pracą

Potwierdzam, że niniejsza praca została przygotowana pod moim kierunkiem i kwalifikuje się do przedstawienia jej w postępowaniu o nadanie tytułu zawodowego.

Data

Podpis kierującego pracą

Oświadczenie autora (autorów) pracy

Świadom odpowiedzialności prawnej oświadczam, że niniejsza praca dyplomowa została napisana przeze mnie samodzielnie i nie zawiera treści uzyskanych w sposób niezgodny z obowiązującymi przepisami.

Oświadczam również, że przedstawiona praca nie była wcześniej przedmiotem procedur związanych z uzyskaniem tytułu zawodowego w wyższej uczelni.

Oświadczam ponadto, że niniejsza wersja pracy jest identyczna z załączoną wersją elektroniczną.

Data

Podpis autora (autorów) pracy

Streszczenie

W pracy zaprezentowane są wyniki badań nad anizotropią dziury w pojedynczej samorganizowanej kropce kwantowej CdTe/ZnTe. Anizotropia dziury badana jest przy pomocy fotoluminescencji ciemnego ekscytonu w polu magnetycznym przyłożonym w płaszczyźnie kropki kwantowej. Na podstawie kierunku liniowej polaryzacji emisji ciemnego ekscytonu wyznaczonego dla zmiennego kierunku pola magnetycznego w płaszczyźnie kropki wyciągnięto wnioski o proporcjach wkładu członów izotropowego i anizotropowego Hamiltonianu Luttingera. Badane kropki kwantowe wykazują zachowanie typowe dla obu członów: izotropowego jak i anizotropowego. Obserwacja izotropowego zachowania dziury w samorganizowanej kropce CdTe/ZnTe nie była wcześniej opisywana w literaturze. W pracy zaprezentowany jest model oraz jego numeryczne jak i analityczne rozwiązanie, dobrze opisujące otrzymane dane doświadczalne.

Słowa kluczowe

anizotropia, funkcja falowa, dziura elektronowa, kropka kwantowa, ciemny ekscyton, g-czynnik, magnetospektroskopia, fotoluminescencja, półprzewodniki

Dziedzina pracy (kody wg programu Socrates-Erasmus)

13.2 Fizyka

Tytuł pracy w języku angielskim

Anisotropy studies of hole g-factor in a quantum dot

Podziękowania

Bardzo dziękuję wszystkim, których cierpliwość przyczyniła się do powstania tej pracy. W szczególności dziękuję promotorowi prof. Piotrowi Kossackiemu za wyrozumiałość oraz przekazaną wiedzę. Specjalne podziękowania należą się profesorom: Witoldowi Bardyszewskiemu, Romanowi Stępniewskiemu oraz Andrzejowi Witowskiemu za długotrwałe dyskusje dotyczące elektronów, których nie ma. Dyskusje te pozwoliły mi nie zgubić się w licznych konwencjach związanych z opisem dziur. Dziękuję starszym kolegom, którzy dzielili się ze mną swoją wiedzą i doświadczeniem, tak laboratoryjnym jak i teoretycznym. Zwłaszcza na podziękowania zasługują mgr Tomasz Smoleński oraz dr dr Mateusz Goryca. Dziękuję osobom, które wyprodukowały próbki: mgr. Kubie Kobakowi, dr. Wojciechowi Pacuskiemu oraz dr. Piotrowi Wojnarowi - bez nich ta praca nigdy by nie powstała. Ponadto dziękuję prof. Andrzejowi Golnikowi za pomoc w poskramianiu niesfornej cewki nadprzewodzącej i udzielaniu bezcennych wskazówek pozwalających bezpiecznie obsługiwać część kriogeniczno-próżniową układu pomiarowego.

Spis treści

Wprowadzenie	6
1. Wstęp	8
1.1. Struktura pasmowa	8
1.1.1. Model Kane’a	10
1.2. Hamiltonian Luttingera-Kohna	12
1.2.1. Metoda k-p dla zdegenerowanego pasma walencyjnego bez pola magnetycznego	12
1.2.2. Hamiltonian Luttingera w polu magnetycznym	13
1.3. Czynniki Landego	16
1.4. Hamiltonian Bira-Pikusa	18
1.5. Ekscyton w kropce kwantowej	19
1.5.1. Struktura subtelna ekscytonu w kropce kwantowej	21
2. Model	23
2.1. Hamiltonian dziury w anizotropowej kropce kwantowej	23
2.1.1. Magnetyczna część hamiltonianu Luttingera dla pola magnetycznego w płaszczyźnie kropki kwantowej	23
2.1.2. Naprężenie kropki, a postać mieszania dziur lekkich z ciężkimi	24
2.1.3. Modyfikacja stanów bazowych dziury	26
2.1.4. Magnetyczna część hamiltonianu Luttingera w zmodyfikowanej bazie stanów dziurowych	26
2.1.5. Tensor g-czynnika dziur dla pola magnetycznego w płaszczyźnie próbek	28
2.2. Hamiltonian wymiany w zmodyfikowanej bazie stanów dziurowych	30
2.3. Hamiltonian elektronu w polu magnetycznym	30
2.4. Hamiltonian ekscytonu w polu magnetycznym w zmodyfikowanej bazie stanów dziurowych	30
2.5. Wartości własne hamiltonianu ekscytonu w naprężonej kropce kwantowej	31
2.6. Siła oscylatora przejść optycznych	33
2.6.1. Przejścia optyczne dla polaryzacji liniowej pod dowolnym kątem	33
2.7. Analiza stopnia anizotropii funkcji falowej dziury na podstawie kątowych pomiarów w konfiguracji Voigta	37
2.8. Podsumowanie	39
3. Próbki	40
3.1. Próbki UW0042 oraz UW0075	41
3.2. Próbka 092506A	41

4. Układ doświadczalny	42
4.1. Układ pomiarowy	42
4.2. Konfiguracje kątów	43
4.3. Moc pobudzająca	44
4.4. Procedura pomiarowa	44
5. Wyniki pomiarów	45
5.1. Dyskusja	51
6. Podsumowanie	53
A. Grupa $F\bar{4}3m$ (T_d)	54
B. Grupa $F\bar{4}2m$ (D_{2d})	57
C. Grupa $Fmm2$ (C_{2v})	59
D. Znaki i wartości elementów macierzowych	60
E. Operatory macierzowe momentu pędu	65
F. Implementacja funkcji dopasowywanej do wyników pomiarów	67
Bibliografia	68

Wprowadzenie

Półprzewodnikową kropkę kwantową można określić jako takie ukształtowanie potencjału, które zapewnia przestrzenne związanie nośników w trzech wymiarach. Tymi nośnikami mogą być elektrony lub kwazicząstki - dziury. Związanie to skutkuje powstaniem dyskretnych poziomów energetycznych podobnie jak w atomach, dlatego też kropki kwantowe często nazywane są sztucznymi atomami.

W związku z tak szeroką definicją spotykamy się z wieloma realizacjami kropek kwantowych. Przykładowo kropki kwantowe definiowane elektrostatycznie powstają dzięki elektrodom znajdującym się nad dwuwymiarowym gazem elektronów. W wyniku przyłożenia odpowiedniego potencjału pola elektrycznego można spowodować, iż elektrony będą związane w trzech kierunkach: związanie w kierunku prostopadłym do osi wzrostu próbki zapewnia odpowiedni dobór materiałów skutkujący powstaniem dwuwymiarowego gazu elektronów, natomiast związanie w płaszczyźnie próbki zapewniają elektrody pod odpowiednim napięciem. Zaletą takich kropek kwantowych jest możliwość intencjonalnego pozycjonowania kropki i wykonywania skomplikowanych struktur przestrzennych. Wadami elektrostatycznie definiowanych kropek kwantowych są brak dostępu optycznego do procesów zachodzących wewnątrz (jednak możliwe są pomiary transportowe) oraz praca w bardzo niskich temperaturach (standardowo to temperatury rzędu milikelwinów uzyskiwane w chłodziarkach rozcieńczalnikowych) co wynika z bardzo płytkiego potencjału wiążącego.

Innym rodzajem kropek kwantowych są koloidalne kropki kwantowe będące nanokryształami. W tym przypadku kształt i rozmiar nanokryształu definiują własności optyczne koloidalnych kropek kwantowych. Dostępne są koloidalne kropki kwantowe wykazujące fotoluminescencję w bardzo szerokim zakresie energii. Technologia produkcji koloidalnych kropek kwantowych świecących w różnym zakresie jest tak zaawansowana, że produkowane są już komercyjne monitory wykorzystujące je jako źródło światła i odznaczające się bardzo wiernym odwzorowaniem kolorów [1–4].

Kolejnym bardzo szerokim działem są epitaksjalnie hodowane kropki kwantowe. W tego typu kropkach potencjał wiążący uzyskuje się poprzez zestawienie ze sobą materiałów półprzewodnikowych o różnej przerwie energetycznej. Związanie w trzech wymiarach można otrzymać na wiele sposobów na przykład: umieszczając wytrącenie z jednego rodzaju materiału w innym, poprzez lokalną fluktuację grubości studni kwantowej czy choćby umieszczając wstawkę z innego materiału w trakcie wzrostu drutu kwantowego.

W tej pracy badane są półprzewodnikowe samozorganizowane kropki kwantowe z telurku kadmu w barierze z telurku cynku. Samozorganizowane kropki kwantowe tworzą się gdy na materiał podłoża o pewnej przerwie energetycznej i jakiejś stałej sieci zostaje nałożony drugi materiał o mniejszej przerwie energetycznej i innej stałej sieci. W wyniku niedopasowania sieciowego powstają naprężenia, które skutkują formowaniem się kropli nakładanego materiału, przeważnie o średnicy kilkudziesięciu nanometrów i wysokości kilku nanometrów, które to wytrącenia przykrywa się takim samym materiałem jak podłoże. Tego typu kropki kwantowe wykonywane są zwykle w technologii epitaksji z wiązek molekularnych (MBE) [5].

Powstałe w wyniku tej procedury soczewkowane wytrącenia nanometrowych rozmiarów wiążą przestrzennie elektrony i dziury w trzech wymiarach. Struktury te charakteryzują wysoką jakością krystaliczną i małą ilością zanieczyszczeń co skutkuje ich bardzo dobrymi własnościami optycznymi. Przekłada się to na dostępne już komercyjnie produkty bazujące na samozorganizowanych półprzewodnikowych kropkach kwantowych na przykład lasery nie wymagające dodatkowej stabilizacji temperatury [6].

Mnogość technik doświadczalnych, którymi można badać samozorganizowane półprzewodnikowe kropki kwantowe oraz możliwość intencjonalnego sterowania własnościami takich “sztucznych atomów” budzi nadzieje na znalezienie kolejnych zastosowań kropek kwantowych w obliczeniach kwantowych [7], produkcji pojedynczych fotonów na żądanie [8], spleądanych fotonów [9], dystrybucji klucza w kryptografii kwantowej [10] czy w pamięciach spinowych [11–13]. Ponadto kropki kwantowe są bardzo dobrym narzędziem do badania fizyki ekscytonów [14–16] oraz ich stanów wzbudzonych [17–21].

Perspektywa kontroli stanów w kropce kwantowej powoduje zainteresowanie intencjonalną zmianą właściwości ekscytonów w kropce kwantowej. Jednym z narzędzi, które pozwala sterować własnościami dziur i elektronów jest pole magnetyczne. Wyznaczanie g-czynników tak elektronów, jak i dziur w nanostrukturach jest więc ważne z punktu widzenia inżynierii stanów kwantowych [22–27].

Celem tej pracy jest przedstawienie metody umożliwiającej wyznaczenie anizotropii g-czynnika dziury w płaszczyźnie kropki kwantowej.

W rozdziale 1 wprowadzone są niezbędne informacje potrzebne do opisu ekscytonu w naprężonej kropce kwantowej przy obecności pola magnetycznego w płaszczyźnie kropki kwantowej. Rozdział 2 prezentuje propozycję modelu teoretycznego bazującego na hamiltonianie Luttingera i Bira-Pikusa. Przedstawiony w tym rozdziale hamiltonian przy odpowiednich założeniach rozwiązany jest analitycznie. Podana jest siła oscylatora linii emisyjnej związanej z rekombinacją pojaśnionego, przez pole magnetyczne w płaszczyźnie kropki, ciemnego ekscytonu w zależności od kierunku pola magnetycznego. Otrzymane wzory pozwalają powiązać stopień anizotropii funkcji falowej dziury z polaryzacją liniową fotoluminescencji ciemnego ekscytonu dla różnych kątów pola magnetycznego w płaszczyźnie kropki. Użyte w trakcie badań próbki opisane są w rozdziale 3. Opis układu doświadczalnego oraz procedur stosowanych w trakcie pomiarów zawarty jest w rozdziale 4. Rozdział 5 zawiera uzyskane w trakcie pomiarów wyniki wraz z ich analizą i dyskusją. W rozdziale 6 zawarto podsumowanie.

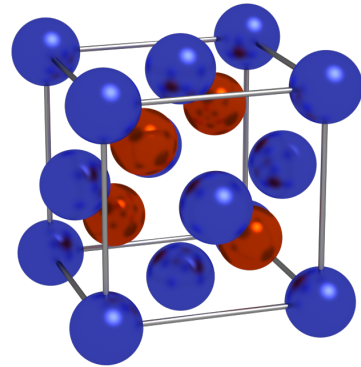
Rozdział 1

Wstęp

Głównym celem poniższej pracy jest poznanie anizotropii funkcji falowej dziury tworzącej ekscyton w kropce kwantowej oraz wyznaczenie parametrów Hamiltonianu opisującego kropkę kwantową. W tym rozdziale zostaną przedstawione podstawowe informacje niezbędne przy wprowadzaniu modelu (rozdział 2), który tłumaczy zmierzone własności polaryzacyjne fotoluminescencji ciemnego ekscytonu w polu magnetycznym przyłożonym w płaszczyźnie kropki kwantowej.

1.1. Struktura pasmowa

Analizowane w tej pracy samorganizowane kropki kwantowe zbudowane są z tellurku kadmu (CdTe) w barierze z tellurku cynku (ZnTe). Zarówno CdTe jak i ZnTe w opisywanych kropkach krystalizują w strukturze regularnej centrowanej powierzchniowo (**fcc** *face-centered cubic*) z dwuatomową bazą gdzie drugi atom bazy przesunięty jest o wektor $[\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$ (rys. 1.1). Siecią odwrotną do opisanej jest sieć regularna centrowana przestrzennie (**bcc** *body-centered cubic*). W notacji Hermanna Mauguina takiej sieci krystalicznej odpowiada grupa symetrii $F\bar{4}3m$ (w tradycyjnej notacji Schonfliesa T_d) będąca pełną grupą symetrii czworościanu (patrz dodatek A). Obecne są w niej trzy wzajemnie prostopadłe osie drugiego rzędu c_2 łączące środki przeciwległych krawędzi czworościanu, cztery osie trzeciego rzędu (c_3, c_4^2) poprowadzone z każdego wierzchołka czworościanu do środka przeciwległej ściany, sześć odbić σ w płaszczyznach przechodzących przez dwa wierzchołki i środek przeciwległej krawędzi oraz sześć obrotów zwierciedlanych (s_4, s_4^3). W sumie grupa ta posiada 24 elementy rozmieszczone w pięciu klasach: $(e), (4c_3, 4c_3^2), (6\sigma), (3s_4, 3s_4^3), (3c_2)$. Kierunek wzrostu kropek kwantowych to kierunek $\langle 001 \rangle$ odpowiadający kierunkowi osi z .



Rysunek 1.1: Struktura krystaliczna CdTe (atomy kadmu są zaznaczone na niebiesko)

Typowa samorganizowana kropka kwantowa CdTe ma soczewkowaty kształt o promieniu około 10 nm i wysokości około 5 nm co daje 10^4 atomów [11]. Tak wielka liczba atomów tworzących kropkę powoduje, że można zastosować formalizm funkcji Blocha.

Twierdzenie Blocha mówi, że gdy potencjał jest periodyczny (spełnia zależność $V(\mathbf{r}) =$

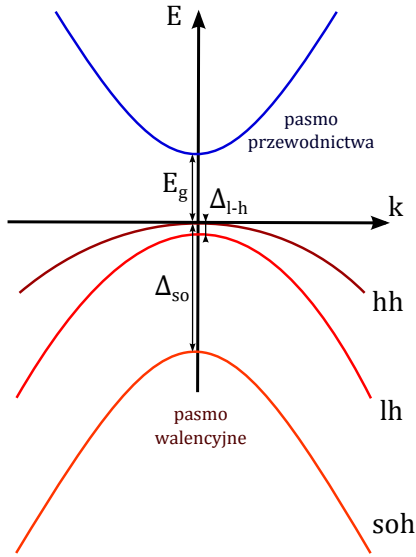
$V(\mathbf{r} + \mathbf{R})$ gdzie \mathbf{R} rozpina sieć Bravais) to równanie Schrödingera ma rozwiązania postaci $\psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$. W ogólności Blochowska funkcja falowa ψ nie musi być periodyczna jednakże funkcja u już taka musi być $u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{R})$. Podstawienie funkcji Blocha do równania Schrödingera prowadzi do uzyskania równania $\mathbf{k}\mathbf{p}$ [28, 29].

$$\left[\frac{p^2}{2m_0} + \frac{\hbar}{m_0} \mathbf{k} \cdot \mathbf{p} + V(\mathbf{r}) \right] u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \left[E_n(\mathbf{k}) - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \right] u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (1.1)$$

Traktując człon $\mathbf{k}\mathbf{p}$ jako zaburzenie oraz uwzględniając symetrie obecne w kryształach otrzymuje się strukturę pasmową podobną do tej przedstawionej na rysunku 1.2 [30–32].

Pasmo walencyjne w pobliżu punktu Γ zbudowane jest głównie z funkcji falowych typu p atomów telluru, a pasmo przewodnictwa zbudowane jest głównie z funkcji falowych typu s kationu (wewnątrz kropki kwantowej kadm, w barierze cynk). O charakterze funkcji tworzących dane pasma można łatwo się przekonać analizując konfigurację elektronową wymienionych atomów: Cd:[Kr]4d¹⁰5s²; Zn:[Ar]3d¹⁰4s²; Te:[Kr]4d¹⁰5s²5p⁴.

Pasmo przewodnictwa jest dwukrotnie zdegenerowane ze względu na spin elektronu. Na pasmo walencyjne składają się trzy podpasma: pasmo dziur ciężkich **hh** (*heavy holes*), pasmo dziur lekkich **lh** (*light holes*) oraz pasmo dziur odszczepionych **soh** (*split-off holes*). Każde z tych podpasem jest również dwukrotnie zdegenerowane. W sumie w CdTe w pobliżu punktu Γ występuje 8 podpasem (2 elektronowe, 2 dziur ciężkich, 2 dziur lekkich i 2 dziur odszczepionych)



Rysunek 1.2: Struktura pasmowa CdTe w pobliżu punktu Γ . **hh** pasmo dziur ciężkich, **lh** pasmo dziur lekkich, **soh** pasmo dziur odszczepionych

Elektron z pasma przewodnictwa jest zbudowany z funkcji falowej o symetrii typu s , co skutkuje brakiem orbitalnego momentu pędu $L = 0$. W związku z tym całkowity moment pędu pochodzi tylko od spinu elektronu i wynosi $J = L + S = 1/2 + 0 = 1/2$.

Pasmo walencyjne zbudowane jest z elektronów o funkcjach falowych typu p . Tak więc elektron z pasma walencyjnego posiada orbitalny moment pędu równy $L = 1$, ale również spin $S = 1/2$. W rezultacie maksymalny całkowity moment pędu takiego elektronu wynosi $J = L + S = 1 + 1/2 = 3/2$.

Poszczególne rzuty całkowitego momentu pędu elektronu z pasma walencyjnego na oś kwantyzacji powodują zróżnicowanie pasma walencyjnego. Wyróżniamy elektrony z: pasma dziur ciężkich **hh** $|J = 3/2, j_z = \pm 3/2\rangle$, pasma dziur lekkich **lh** $|J = 3/2, j_z = \pm 1/2\rangle$ oraz pasma dziur odszczepionych **soh** $|J = 1/2, j_z = \pm 1/2\rangle$.

Aby uzasadnić możliwość zaniedbania pasma dziur odszczepionych oraz postać funkcji falowych użytych w rozdziale 2, można odwołać się do modelu Kane'a [30, 31, 33].

1.1.1. Model Kane'a

W modelu Kane'a rozważany hamiltonian ma postać:

$$\left[\frac{p^2}{2m_0} + \frac{\hbar}{4m_0^2c^2} [\nabla V \times \mathbf{p}] \cdot \boldsymbol{\sigma} + V(\mathbf{r}) \right] \psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = E_n(\mathbf{k}) \psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (1.2)$$

przy czym $\frac{\hbar}{4m_0^2c^2} [\nabla V \times \mathbf{p}] \cdot \boldsymbol{\sigma}$ jest oddziaływaniem spin-orbita.

Biorąc pod uwagę tylko okresową część funkcji Blocha $u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ otrzymuje się hamiltonian:

$$\left[\frac{p^2}{2m_0} + V(\mathbf{r}) + \frac{\hbar}{m_0} \mathbf{k} \cdot \mathbf{p} + \frac{\hbar}{4m_0^2c^2} [\nabla V \times \mathbf{p}] \cdot \boldsymbol{\sigma} + \frac{\hbar}{4m_0^2c^2} \nabla V \times \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\sigma} \right] u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = E_n(\mathbf{k}) u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (1.3)$$

Ponieważ najsilniejsze oddziaływanie spin-orbita zachodzi we wnętrzu atomów gdzie pęd \mathbf{p} związany z atomem jest znacznie silniejszy niż pęd "krystaliczny" $\hbar\mathbf{k}$, można zaniedbać ostatni człon równania 1.3 zależny od wektora falowego \mathbf{k} .

Następnie pamiętając z jakiego rodzaju funkcji falowych zbudowane jest pasmo walencyjne oraz przewodnictwa zakłada się, że rozwiązaniami równania 1.3 są kombinacje liniowe funkcji falowych: $|S \uparrow\rangle$, $|S \downarrow\rangle$ pasma przewodnictwa oraz $|X \uparrow\rangle$, $|Y \uparrow\rangle$, $|Z \uparrow\rangle$, $|X \downarrow\rangle$, $|Y \downarrow\rangle$, $|Z \downarrow\rangle$ pasma walencyjnego (tzn. $u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{n'} a_{n'} u_{n',0}(\mathbf{r})$ gdzie $u_{n',0}(\mathbf{r})$ są wymienionymi funkcjami).

Po przejściu do wygodniejszej bazy będącej takimi kombinacjami liniowymi powyższych funkcji falowych, które odpowiadają harmonikom sferycznym Y_{10} oraz $Y_{1\pm 1}$ i diagonalizacji hamiltonianu (8×8) otrzymuje się energie i wektory własne:

- Pasma przewodnictwa

$$E_c(k) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}$$

dla

$$\phi_{c,0} = |\mathbf{i}S \downarrow\rangle ; \phi_{c,1} = |\mathbf{i}S \uparrow\rangle \quad (1.4)$$

- Pasma walencyjne

– pasmo ciężkich dziur

$$E_{hh}(k) = + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}$$

dla

$$\begin{aligned} \phi_{hh,0} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} |(X + \mathbf{i}Y) \uparrow\rangle \equiv |3/2, +3/2\rangle \\ \phi_{hh,1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} |(X - \mathbf{i}Y) \downarrow\rangle \equiv |3/2, -3/2\rangle \end{aligned} \quad (1.5)$$

– pasmo lekkich dziur

$$E_{lh}(k) = - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{lh}^*}$$

dla

$$\phi_{lh,0} = + \frac{1}{\sqrt{6}} |(X - \mathbf{i}Y) \uparrow\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |Z \downarrow\rangle \equiv |3/2, -1/2\rangle$$

$$\phi_{lh,1} = -\frac{1}{\sqrt{6}} |(X + \mathbf{i}Y) \downarrow\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |Z \uparrow\rangle \equiv |3/2, +1/2\rangle \quad (1.6)$$

- Pasmo dziur odszczepionych spin-orbitalnie

$$E_{so}(k) = -\Delta_{so} - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{so}^*}$$

dla

$$\begin{aligned} \phi_{so,0} &= \frac{1}{\sqrt{3}} |(X - \mathbf{i}Y) \uparrow\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |Z \downarrow\rangle \equiv |1/2, -1/2\rangle \\ \phi_{so,1} &= \frac{1}{\sqrt{3}} |(X + \mathbf{i}Y) \downarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |Z \uparrow\rangle \equiv |1/2, +1/2\rangle \end{aligned} \quad (1.7)$$

Widać, że w tym modelu źle zostaje odtworzona zależność dyspersyjna dla elektronów z pasma ciężkich dziur, która powinna wynosić

$$E_{hh}(k) = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_{hh}^*}$$

Pomimo tej rozbieżności podstawowe własności pasm zostają całkiem dobrze odtworzone.

Dla CdTe pasmo odszczepione znajduje się $\Delta_{so}^{CdTe} = 0.9 \pm 0.1\text{eV}$ [34], a dla $\Delta_{so}^{ZnTe} = 0.96 \pm 0.01\text{eV}$ [35] poniżej wierzchołka pasma walencyjnego. Widać więc, iż rozważając procesy zachodzące w niskich temperaturach i przy słabym pobudzeniu odpowiednio niską energią można zaniedbać pasmo dziur odszczepionych.

1.2. Hamiltonian Luttingera-Kohna

1.2.1. Metoda k·p dla zdegenerowanego pasma walencyjnego bez pola magnetycznego

Aby poprawnie opisać krzywiznę pasma ciężkich dziur, co nie udaje się w prostym modelu Kane'a (patrz 1.1.1), należy uwzględnić oddziaływanie z innymi pasmami. Poszukiwana okresowa część funkcji Blocha ma wtedy postać:

$$u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_i^A a_i(\vec{k})u_{i,0}(\mathbf{r}) + \sum_l^B a_l(\vec{k})u_{l,0}(\mathbf{r})$$

gdzie wyróżniamy dwie grupy pasm. Pasma z grupy A to pasma, których własności należy obliczyć. Pasma z grupy B (suma po l) to wszystkie pozostałe pasma, które wpływają na pasma A i ich oddziaływanie z pasmami B jest traktowane jako zaburzenie [36]. Do grupy A w modelu Luttingera należą pasma dziur lekkich, dziur ciężkich i dziur odszczepionych. Funkcje falowe $u_{i,0}$ wynoszą:

$$\begin{aligned} u_{1,0}(\mathbf{r}) &= \left| \frac{3}{2}, +\frac{3}{2} \right\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} |(X + \mathbf{i}Y) \uparrow\rangle \\ u_{2,0}(\mathbf{r}) &= \left| \frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}} |(X + \mathbf{i}Y) \downarrow\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |Z \uparrow\rangle \\ u_{3,0}(\mathbf{r}) &= \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = +\frac{1}{\sqrt{6}} |(X - \mathbf{i}Y) \uparrow\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |Z \downarrow\rangle \\ u_{4,0}(\mathbf{r}) &= \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle = +\frac{1}{\sqrt{2}} |(X - \mathbf{i}Y) \downarrow\rangle \\ u_{5,0}(\mathbf{r}) &= \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle = +\frac{1}{\sqrt{3}} |(X + \mathbf{i}Y) \downarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |Z \uparrow\rangle \\ u_{6,0}(\mathbf{r}) &= \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = +\frac{1}{\sqrt{3}} |(X - \mathbf{i}Y) \uparrow\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |Z \downarrow\rangle \end{aligned} \quad (1.8)$$

Stosując metodę zaburzeń Löwdina [36], a także korzystając z symetrii blendy cynkowej, można zapisać hamiltonian Luttingera-Kohna [37] w bazie 1.8 jako:

$$\hat{H}_{LK} = - \begin{pmatrix} P+Q & -S & R & 0 & -S/\sqrt{2} & \sqrt{2}R \\ -S^\dagger & P-Q & 0 & R & -\sqrt{2}Q & \sqrt{3/2}R \\ R^\dagger & 0 & P-Q & S & \sqrt{3/2}S^\dagger & \sqrt{2}Q \\ 0 & R^\dagger & S^\dagger & P+Q & -\sqrt{2}R^\dagger & -S^\dagger/\sqrt{2} \\ -S^\dagger/\sqrt{2} & -\sqrt{2}Q^\dagger & \sqrt{3/2}S & -\sqrt{2}R & P+\Delta & 0 \\ \sqrt{2}R^\dagger & \sqrt{3/2}S^\dagger & \sqrt{2}Q^\dagger & -S^\dagger/\sqrt{2} & 0 & P+\Delta \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Gdzie \dagger oznacza sprzężenie Hermitowskie, a P, Q, R, S wynoszą:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\hbar^2 \gamma_1}{2m_0} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \\ Q &= \frac{\hbar^2 \gamma_2}{2m_0} (k_x^2 + k_y^2 - 2k_z^2) \\ R &= \frac{\hbar^2}{2m_0} \left[-\sqrt{3}\gamma_2(k_x^2 - k_y^2) + \mathbf{i}2\sqrt{3}\gamma_3 k_x k_y \right] \\ S &= \frac{\hbar^2 \gamma_3}{2m_0} 2\sqrt{3}(k_x - \mathbf{i}k_y)k_z \end{aligned} \quad (1.10)$$

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ są stałymi Luttingera charakterystycznymi dla danego materiału. Przykładowe wartości parametrów Luttingera wynoszą [38]:

GaAs	
γ_1	$= 7.17 \pm 0.15$
γ_2	$= 2.88 \pm 0.15$
γ_3	$= 2.91 \pm 0.20$
ZnTe	
γ_1	$= 4.07 \pm 0.10$
γ_2	$= 0.78 \pm 0.14$
γ_3	$= 1.59 \pm 0.11$
CdTe	
γ_1	$= 4.11 \pm 0.15$
γ_2	$= 1.08 \pm 0.15$
γ_3	$= 1.95 \pm 0.20$

1.2.2. Hamiltonian Luttingera w polu magnetycznym

Opis zdegenerowanych pasm dziur ciężkich i dziur lekkich w polu magnetycznym został podany przez Luttingera [39]:

$$\hat{H}_L = \frac{\hbar^2}{m} \left\{ \left(\gamma_1 + \frac{5\gamma_2}{2} \right) \frac{k^2}{2} - \gamma_2 (k_x^2 J_x^2 + k_y^2 J_y^2 + k_z^2 J_z^2) - 2\gamma_3 (\{k_x k_y\} \{J_x J_y\} + \{k_y k_z\} \{J_y J_z\} + \{k_z k_x\} \{J_z J_x\}) + \frac{e}{\hbar} \kappa \mathbf{B} \cdot \mathbf{J} + \frac{e}{\hbar} q (B_x J_x^3 + B_y J_y^3 + B_z J_z^3) \right\} \quad (1.11)$$

W powyższym równaniu (tak jak w [40]), przyjęto $\{k_i k_j\} \stackrel{\text{ozn.}}{=} (k_i k_j + k_j k_i)/2$. Ponadto \mathbf{B} jest wektorem indukcji pola magnetycznego, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \kappa, q$ są stałymi Luttingera. Dla CdTe parametry Luttingera κ oraz q wynoszą $\kappa = 0.61 \pm 0.04$ oraz $q = -0.04 \pm 0.02$ [41]. Użyte w 1.11 macierze momentu pędu 3/2 podane są w dodatku E.

Pierwsze dwie linijki hamiltonianu 1.11 w postaci macierzowej wynoszą:

$$\hat{H}_{LK} = \begin{pmatrix} P+Q & -S & R & 0 \\ -S^\dagger & P-Q & 0 & R \\ R^\dagger & 0 & P-Q & S \\ 0 & R^\dagger & S^\dagger & P+Q \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

gdzie stałe P, Q, R, S są określone równaniem 1.10. Wiac, że jest to poprzednio dyskutowany hamiltonian Luttingera Kohna przy pominięciu pasma dziur odszczepionych. Dwie pierwsze linijki równania 1.11 można nazwać kinetyczną częścią hamiltonianu Luttingera, ponieważ zależą od wektora falowego, a nie wykazują zależności od pola magnetycznego. Kinetyczna część hamiltonianu Luttingera jest stała dla danego kompleksu ekscytonowego i nie zależy od wartości pola magnetycznego. Wynikiem obecności tego członu jest więc tylko przesunięcie energetyczne linii emisyjnej. Inaczej na właściwości kompleksu ekscytonowego wpływa ostatnia linijka równania 1.11 tzn. magnetyczna część hamiltonianu Luttingera. Jest ona liniowa ze względu na wartość pola magnetycznego, jednak w nietrywialny sposób zależy od jego

kierunku. Wynika to z występowania dwóch członów w magnetycznej części hamiltonianu Luttingera. Pierwszy człon, tzw. człon Zeemanowski, zawiera macierzowe operatory momentu pędu w pierwszej potędze, co upodabnia go do hamiltonianu Zeemana dla elektronu. Drugi człon tzw. kubiczny, lub sześcienny, zawiera macierzowe operatory momentu pędu w trzeciej potędze. Obecność członu Zeemanowskiego i sześciennego powoduje, że mieszanie stanów bazowych zależy od kierunku przyłożonego pola magnetycznego.

Aby opisać anizotropowe właściwości dziury, wchodzącej w skład ekscytynu w kropce kwantowej, dla różnych kierunków pola magnetycznego, można pominąć kinetyczną część hamiltonianu Luttingera. Pozostała, magnetyczna część hamiltonianu Luttingera równa się [42]:

$$\hat{H}_B^h = \mu_B g_0 [\kappa \mathbf{B} \cdot \mathbf{J} + q(B_x J_x^3 + B_y J_y^3 + B_z J_z^3)] \quad (1.13)$$

Przechodząc od równania 1.11 do 1.13 skorzystano z postaci magnetonu Bohra $\mu_B = e\hbar/2m_0$ oraz przybliżenia g-czynnika swobodnego elektronu $g_0 \approx 2$. Otrzymana magnetyczna część hamiltonianu Luttingera może zostać zapisana jako macierz:

$$\hat{H}_B^h = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & 0 & \mathbf{D} \\ \mathbf{B}^\dagger & \mathbf{C} & \mathbf{G} & 0 \\ 0 & \mathbf{G}^\dagger & -\mathbf{C} & \mathbf{B} \\ \mathbf{D}^\dagger & 0 & \mathbf{B}^\dagger & -\mathbf{A} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

w bazie $|3/2\rangle, |1/2\rangle, |-1/2\rangle, |-3/2\rangle$, gdzie parametry $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{G}$ wynoszą:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \frac{\mu_B g_0}{2} B_z (3\kappa + \frac{27}{4}q) \\ \mathbf{B} &= \frac{\mu_B g_0}{2} (B_x + \mathbf{i}B_y) (\sqrt{3}\kappa + \frac{7}{4}\sqrt{3}q) \\ \mathbf{C} &= \frac{\mu_B g_0}{2} B_z (\kappa + \frac{q}{4}) \\ \mathbf{D} &= \frac{\mu_B g_0}{2} (B_x + \mathbf{i}B_y) \frac{3}{2}q \\ \mathbf{G} &= \frac{\mu_B g_0}{2} \left\{ B_x (\kappa + \frac{5}{2}q) - \mathbf{i}B_y (\kappa - \frac{5}{2}q) \right\} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Powyższy hamiltonian jeszcze nie wyróżnia żadnego kierunku, tzn. dowolnie skierowane pole o ustalonej wartości związane jest z takimi samymi poziomami energetycznymi. Wybór kierunku pola magnetycznego skutkuje jednak różną postacią wektorów własnych. W szczególności powoduje mieszanie stanów.

Aby zilustrować tę własność warto przeanalizować wartości własne i wektory własne hamiltonianu 1.14 dla dwóch charakterystycznych kierunków pola magnetycznego B .

- Gdy pole magnetyczne w płaszczyźnie xy wynosi zero (występuje tylko składowa B_z) to powyższy hamiltonian staje się diagonalny

$$H_{B_z}^h = \frac{\mu_B g_0}{2} B_z \begin{pmatrix} (3\kappa + \frac{27}{4}q) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\kappa + \frac{q}{4}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\kappa + \frac{q}{4}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(3\kappa + \frac{27}{4}q) \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

co wynika z diagonalnej postaci macierzewego operatora momentu pędu J_z . Przykładowe wartości energii własnych, obliczonych dla κ oraz q z [41], wynoszą :

$$\begin{aligned} E_1 &= +\frac{3}{4}(4\kappa + 9q)B_z \frac{\mu_B g_0}{2} = 1.56 B_z \frac{\mu_B g_0}{2} \\ E_2 &= +\frac{1}{4}(4\kappa + q)B_z \frac{\mu_B g_0}{2} = 0.60 B_z \frac{\mu_B g_0}{2} \\ E_3 &= -\frac{1}{4}(4\kappa + q)B_z \frac{\mu_B g_0}{2} = -0.60 B_z \frac{\mu_B g_0}{2} \\ E_4 &= -\frac{3}{4}(4\kappa + 9q)B_z \frac{\mu_B g_0}{2} = -1.56 B_z \frac{\mu_B g_0}{2} \end{aligned} \quad (1.17)$$

przy czym wektory własne są wektorami jednostkowymi w bazie $|3/2\rangle, |1/2\rangle, |-1/2\rangle, |-3/2\rangle$:

$$\begin{aligned} v_1 &= [1, 0, 0, 0] \\ v_2 &= [0, 1, 0, 0] \\ v_3 &= [0, 0, 1, 0] \\ v_4 &= [0, 0, 0, 1] \end{aligned} \quad (1.18)$$

- W przypadku gdy pole $B_z = 0$ tzn. $B_{xy} \neq 0$ macierz hamiltonianu przyjmuje postać:

$$\hat{H}_{B_{xy}}^h = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{B} & 0 & \mathbf{D} \\ \mathbf{B}^\dagger & 0 & \mathbf{G} & 0 \\ 0 & \mathbf{G}^\dagger & 0 & \mathbf{B} \\ \mathbf{D}^\dagger & 0 & \mathbf{B}^\dagger & 0 \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Energie własne dla $B_x \neq 0, B_y = B_z = 0$ wynoszą wtedy dokładnie tyle samo co w poprzednim przypadku:

$$\begin{aligned} E_1 &= +\frac{3}{4}(4\kappa + 9q)B_x \frac{\mu_B g_0}{2} = 1.56 B_x \frac{\mu_B g_0}{2} \\ E_2 &= +\frac{1}{4}(4\kappa + q)B_x \frac{\mu_B g_0}{2} = 0.60 B_x \frac{\mu_B g_0}{2} \\ E_3 &= -\frac{1}{4}(4\kappa + q)B_x \frac{\mu_B g_0}{2} = -0.60 B_x \frac{\mu_B g_0}{2} \\ E_4 &= -\frac{3}{4}(4\kappa + 9q)B_x \frac{\mu_B g_0}{2} = -1.56 B_x \frac{\mu_B g_0}{2} \end{aligned} \quad (1.20)$$

jednakże teraz wektory własne w bazie $|3/2\rangle, |1/2\rangle, |-1/2\rangle, |-3/2\rangle$ równają się:

$$\begin{aligned}
v_1 &= [1, \sqrt{3}, \sqrt{3}, 1]/\sqrt{8} \\
v_2 &= [-\sqrt{3}, -1, 1, \sqrt{3}]/\sqrt{8} \\
v_3 &= [\sqrt{3}, -1, -1, \sqrt{3}]/\sqrt{8} \\
v_4 &= [-1, \sqrt{3}, -\sqrt{3}, 1]/\sqrt{8}
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Widać, że pole magnetyczne o kierunku niezgodnym z kierunkiem osi kwantyzacji powoduje wzajemne mieszanie stanów. W powyższym przykładzie oś kwantyzacji jest narzucona przez konkretną reprezentację macierzową operatorów momentu pędu (J_z jest diagonalny).

Epitaksjalne kropki kwantowe podlegają naprężeniom związanym z niedopasowaniem sieciowym. Powoduje to wyróżnienie niektórych kierunków, a co za tym idzie, ustaleniu osi kwantyzacji. Aby uzyskać poprawny obraz naprężonego pasma walencyjnego należy zastosować opis zaproponowany przez G. L. Bira i G. E. Pikusa (patrz podpunkt 1.4).

1.3. Czynniki Landego

Czynnik Landego (g-czynnik) cząstki określa jak bardzo poziomy energetyczne rozszczepiają się po przyłożeniu pola magnetycznego. W prostych przypadkach, takich jak przy rozważaniu swobodnego elektronu, poziomy energetyczne dla spinu do góry i spinu do dołu rozszczepiają się liniowo wraz z wzrostem pola magnetycznego. Hamiltonian swobodnego elektronu w polu magnetycznym ma postać:

$$\hat{H} = \frac{g_0}{2} \mu_{\mathbf{B}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \tag{1.22}$$

gdzie g_0 to g-czynnik elektronu, który wynosi $g_0 = 2.0023193043617(152)$ (patrz [43]); $\mu_{\mathbf{B}} = \frac{e\hbar}{2m_e}$ to magneton Bohra, którego wartość to $\mu_{\mathbf{B}} = 5.7883818066(38) \times 10^{-5}$ [eV/T]; $\boldsymbol{\sigma}$ są macierzami Pauliego podanymi w dodatku E; \mathbf{B} to wektor indukcji pola magnetycznego.

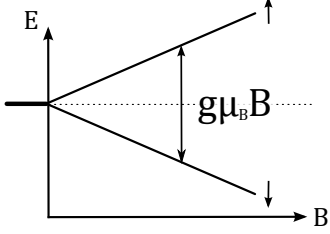
Gdy elektron znajduje się w kryształach, w wyniku oddziaływań z periodycznym potencjałem, jego właściwości się zmieniają - poziomy energetyczne w wyniku przyłożenia pola magnetycznego rozszczepiają się inaczej niż dla swobodnego elektronu. Wprowadza się więc tzw. efektywny g-czynnik. Wtedy hamiltonian wynosi:

$$\hat{H} = \frac{g}{2} \mu_{\mathbf{B}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \tag{1.23}$$

gdzie g to efektywny g-czynnik, często zwany po prostu g-czynnikiem.

Jeśli rozważa się g-czynnik cząstki o spinie innym niż 1/2 to należy odpowiednio przyjąć macierze Pauliego lub podzielić g-czynnik przez wartość rozważanego spinu (patrz równanie E.2). Przykładowo efektywny g-czynnik elektronu z pasma dziur ciężkich (moment pędu 3/2) o energii danej wzorem 1.17 ma wartość $g_{hh} = 3.12 \cdot g_0/3 = 1.04 \cdot g_0$ ponieważ moment pędu elektronu z pasma dziur ciężkich jest 3 razy większy od momentu pędu swobodnego elektronu. Dla elektronu z pasma dziur lekkich (moment pędu 1/2 równy całkowitemu momentowi pędu swobodnego elektronu) $g_{lh} = 1.2 \cdot g_0$. Czasami spotyka się definicję efektywnego g-czynnika wyłączającą przed hamiltonian g-czynnik swobodnego elektronu tzn. $\hat{H} = g g_0 \mu_{\mathbf{B}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}/2$.

Zmierzone wartości g-czynników elektronów z pasma przewodnictwa dla różnych materiałów półprzewodnikowych wynoszą:



Rysunek 1.3: Dla swobodnego elektronu g-czynnik jest stałą określającą stopień rozszczepienia poziomów energetycznych w polu magnetycznym.

material	g-czynnik	Ref.
ZnS :	$g = + 1.885$	[40]
InP :	$g = + 1.204$	[44]
ZnSe:	$g = + 1.15$	[40]
ZnTe:	$g = - 0.401$	[45]
CdTe:	$g = - 1.66$	[44]
HgTe:	$g = - 22$	[46]

W bardziej skomplikowanych układach fizycznych zdarza się, że g-czynnik zależy w nietrywialny sposób od parametrów układu takich jak na przykład kierunek pola magnetycznego [22,24], temperatura [44], pole elektryczne [26,47] czy rozmiar struktury [27,48]. Umiejętne dobranie parametrów modyfikujących g-czynnik może na przykład prowadzić do kontroli poziomów energetycznych w kropce kwantowej. Taka kontrola jest wysoce pożądana ponieważ może umożliwić zniesienie rozszczepienia anizotropowego, które przeszkadza w otrzymywaniu splątanych fotonów z kaskady ekscyton-biekscyton w samorganizowanych kropkach kwantowych (patrz [22,24,26,27,49]).

Zwykle g-czynnik jest skalarem, jednakże gdy jego wartość zależy od kierunku pola magnetycznego to staje się tensorem a hamiltonian można zapisać w postaci

$$H_B^h = \frac{\mu_B g_0}{2} \boldsymbol{\sigma} \hat{g}_h \mathbf{B} = \frac{\mu_B g_0}{2} \sum_i^3 \sum_j^3 \sigma_i g_{i,j} B_j \quad (1.24)$$

Rozwijając to wyrażenie otrzymuje się

$$\hat{H} = \frac{\mu_B g_0}{2} [\sigma_x g_{xx} B_x + \sigma_x g_{xy} B_y + \sigma_x g_{xz} B_z + \sigma_y g_{yx} B_x + \sigma_y g_{yy} B_y + \sigma_y g_{yz} B_z + \sigma_z g_{zx} B_x + \sigma_z g_{zy} B_y + \sigma_z g_{zz} B_z] \quad (1.25)$$

a tensor g-czynnika ma postać:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{pmatrix} \quad (1.26)$$

1.4. Hamiltonian Bira-Pikusa

W naprężonych kryształach, dobry opis pasma walencyjnego daje metoda zaproponowana przez G. L. Bira i G. E. Pikusa [50, 51].

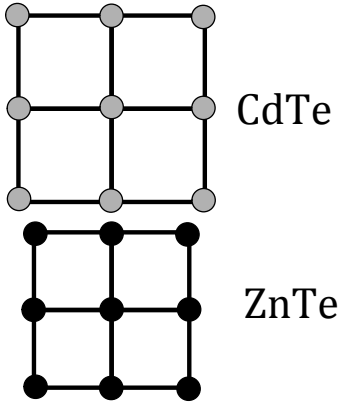
Niech położenie pewnego atomu w nienaprężonym kryształcie określają jego współrzędne x, y, z . Kiedy zdeformujemy kryształ położenie atomu ulegnie zmianie i jego nowe współrzędne będą wynosić x', y', z' . W jednorodnie odkształconym kryształcie zależnością wiążącą obydwie zestawy współrzędnych jest:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 + \epsilon_{xx}) & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & (1 + \epsilon_{yy}) & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & (1 + \epsilon_{zz}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

Wtedy hamiltonian dla elektronów pasma walencyjnego wynosi w bazie $|3/2\rangle, |1/2\rangle, |-1/2\rangle, |-3/2\rangle$ [33]:

$$\hat{H}_L + \hat{H}_{BP} = - \begin{pmatrix} P + Q & -S & R & 0 \\ -S^\dagger & P - Q & 0 & R \\ R^\dagger & 0 & P - Q & S \\ 0 & R^\dagger & S^\dagger & P + Q \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

Gdzie $P = P_k + P_\epsilon$; $Q = Q_k + Q_\epsilon$; $R = R_k + R_\epsilon$; $S = S_k + S_\epsilon$



Rysunek 1.4: Swobodne CdTe i ZnTe są niedopasowane sieciowo.

dla części Luttingera

$$\begin{aligned} P_k &= \frac{\hbar^2 \gamma_1}{2m_0} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \\ Q_k &= \frac{\hbar^2 \gamma_2}{2m_0} (k_x^2 + k_y^2 - 2k_z^2) \\ R_k &= \frac{\hbar^2}{2m_0} \left[-\sqrt{3}\gamma_2(k_x^2 - k_y^2) + i2\sqrt{3}\gamma_3 k_x k_y \right] \\ S_k &= \frac{\hbar^2 \gamma_3}{2m_0} 2\sqrt{3}(k_x - ik_y)k_z \end{aligned} \quad (1.29)$$

dla części Bira-Pikusa

$$\begin{aligned} P_\epsilon &= -a_v(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) \\ Q_\epsilon &= -\frac{b}{2}(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} - 2\epsilon_{zz}) \\ R_\epsilon &= \frac{\sqrt{3}}{2}b(\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}) - d i \epsilon_{xy} \\ S_\epsilon &= -d(\epsilon_{xz} - i \epsilon_{yz}) \end{aligned} \quad (1.30)$$

a_v, b, d są stałymi deformacji, a ϵ_{ij} są wartościami deformacji. Parametry a_v, b, d dla CdTe wynoszą:

CdTe		Ref.
a_v	= 0.756 eV	[52]
b	= -0.99 ± 0.02 eV	[53]
d	= -2.76 ± 0.05 eV	[53]

W przypadku kropek CdTe na ZnTe występują znaczące deformacje. Oba materiały (patrz rys. 1.4) mają inne stałe sieci: $a_{CdTe} = 6.4827(8)\text{\AA}$ [54], $a_{ZnTe} = 6.10368(3)\text{\AA}$ [55]. Gdy wymusza się wzrost CdTe na ZnTe, CdTe podlega ścisnaniu w płaszczyźnie próbki i rozciąganiu w kierunku wzrostu (patrz rys. 1.5).

Oznacza to, że ϵ_{xx} , ϵ_{yy} oraz ϵ_{zz} są różne od zera¹. Ponadto jeśli rozważać epitaksjalną samozorganizowaną kropkę kwantową to naprężenia w kierunku osi x nie muszą być takie same jak w kierunku osi y , co więcej może również występować naprężenie ścinające powodujące, że deformacja ϵ_{xy} jest różna od zera.

Podsumowując dla rozważanej kropki kwantowej:

$$\epsilon_{xx} \neq 0 \quad \epsilon_{yy} \neq 0 \quad \epsilon_{zz} \neq 0 \quad \epsilon_{xy} \neq 0$$

$$\epsilon_{xx} \neq \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz} \neq \epsilon_{xy} \quad \epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = 0$$

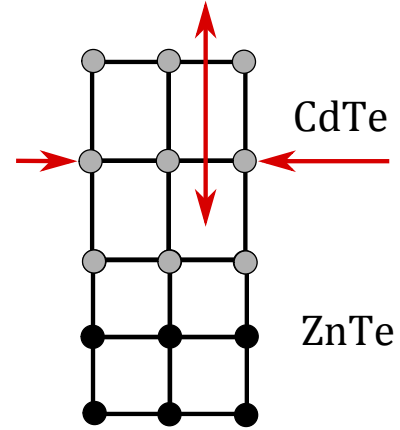
W takiej sytuacji $S_\epsilon = -d(\epsilon_{xz} - i\epsilon_{yz})$ ze wzoru 1.30 znika i hamiltonian upraszcza się:

$$\hat{H}_{BP} = - \begin{pmatrix} P+Q & 0 & R & 0 \\ 0 & P-Q & 0 & R \\ R^\dagger & 0 & P-Q & 0 \\ 0 & R^\dagger & 0 & P+Q \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

Elementy pozadiagonalne R_ϵ oraz R_ϵ^\dagger odpowiedzialne są za mieszanie dziur ciężkich z dziurami lekkimi. Przy czym przy braku ścinania i jeśli naprężenie w kierunku osi x było by dokładnie równe naprężeniu w kierunku osi y , czyli w sytuacji gdy kropka jest idealnie izotropowa, to mieszanie znika. Warto również zauważyć, że element macierzowy Q_ϵ powoduje rozszczępienie energetyczne stanów $|\pm 3/2\rangle$ oraz $|\pm 1/2\rangle$.

1.5. Ekscyton w kropce kwantowej

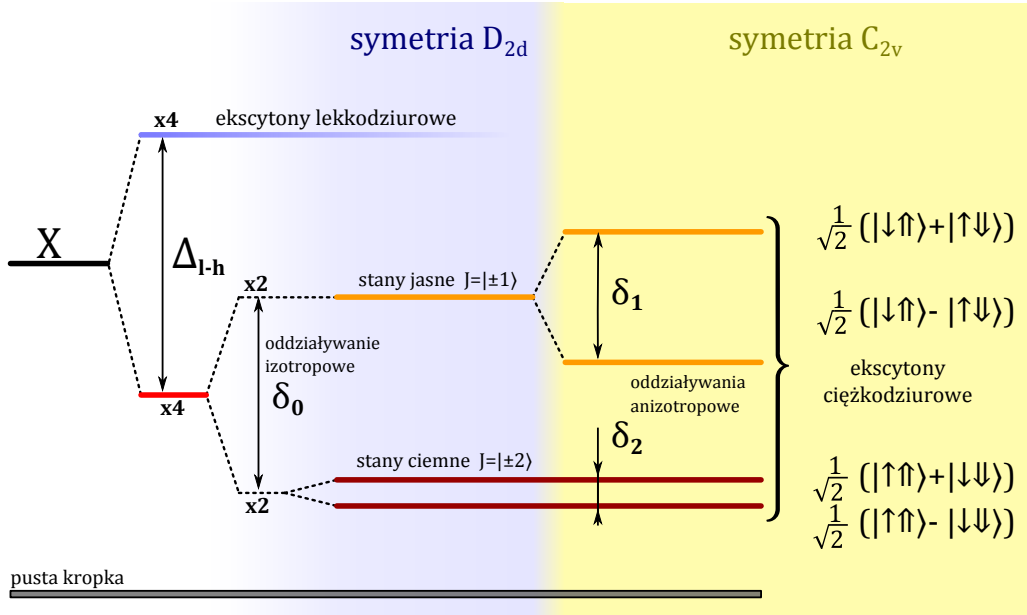
Minimum energii dla nośników w kropce kwantowej może prowadzić do uwięzienia więcej niż tylko jednego nośnika. Najprostszym takim kompleksem jest ekscyton, czyli związanie jednego elektronu i jednej dziury. Dziura jest to kwazicząstka o dodatnim ładunku, odpowiadająca zachowaniu pasma walencyjnego bez jednego elektronu [51], do której można zastosować formalizm podobny do tego używanego dla elektronów. Dla kropek kwantowych najczęściej zakłada się, iż dziura tworząca ekscyton jest dziurą ciężką (rzut całkowitego momentu pędu na oś kwantyzacji 3/2), co zwykle jest uzasadnione gdyż dziury lekkie (rzut



Rysunek 1.5: Podczas wzrostu CdTe na ZnTe, CdTe doznaje naprężeń ścisających w płaszczyźnie próbki i rozciągających wzdłuż osi wzrostu.

¹Jeśli wyobrazić sobie hipotetyczny idealny pseudomorficzny wzrost CdTe na ZnTe to $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = (a_{ZnTe}^0 - a_{CdTe})/a_{CdTe} = -0.058466$ oraz $\epsilon_{zz} = -\frac{2C_{12}}{C_{11}}\epsilon_{xx}$ gdzie $\frac{C_{12}}{C_{11}} = 0.7$ [56]

całkowitego momentu pędu na oś kwantyzacji $1/2$) są bardzo dobrze odseparowane energetycznie od dziur ciężkich (różnica energii $\Delta_{l-h} \approx 50\text{meV}$ [57]).



Rysunek 1.6: Poziomy energetyczne neutralnego ekscytonu w kropce kwantowej.

Ponieważ ekscyton składa się z jednego elektronu o całkowitym momencie pędu $1/2$ oraz dziury o całkowitym momencie pędu $3/2$ to całkowity moment pędu ekscytonu jest równy 2. Stąd rzuty wypadkowego momentu pędu ekscytonu na oś kwantyzacji (oś wzrostu kropki) mają cztery możliwe konfiguracje:

$$\begin{aligned}
 |s_e = +1/2; j_h = +3/2\rangle &: J = +2 \\
 |s_e = -1/2; j_h = +3/2\rangle &: J = +1 \\
 |s_e = +1/2; j_h = -3/2\rangle &: J = -1 \\
 |s_e = -1/2; j_h = -3/2\rangle &: J = -2
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

co można zapisać używając oznaczeń strzałkowych $|s_e = +1/2\rangle \equiv |\uparrow\rangle$, $|s_e = -1/2\rangle \equiv |\downarrow\rangle$, $|j_h = +3/2\rangle \equiv |\uparrow\uparrow\rangle$, $|j_h = -3/2\rangle \equiv |\downarrow\downarrow\rangle$.

$$\text{ekscyton ciemny} \begin{cases} |\uparrow\rangle \otimes |\uparrow\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle : J = +2 \\ |\downarrow\rangle \otimes |\downarrow\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle : J = -2 \end{cases} \tag{1.33}$$

$$\text{ekscyton jasny} \begin{cases} |\downarrow\rangle \otimes |\uparrow\rangle = |\downarrow\uparrow\rangle : J = +1 \\ |\uparrow\rangle \otimes |\downarrow\rangle = |\uparrow\downarrow\rangle : J = -1 \end{cases} \tag{1.34}$$

Ponieważ dziura to brak elektronu w paśmie walencyjnym, to ekscyton jest elektronem wzbudzonym z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa związanym oddziaływaniem Coulombowskim z pustym miejscem w paśmie walencyjnym. Powrót elektronu do pasma walencyjnego może wiązać się z emisją fotonu (o momencie pędu ± 1) o ile kompleks ekscytonowy dziura-elektron również posiada moment pędu ± 1 . Stąd wynika nazwanie ekscytonu o rzucie momentu pędu ± 2 ekscytonem ciemnym - foton nie jest w stanie odebrać całego momentu pędu.

1.5.1. Struktura subtelna ekscytonu w kropce kwantowej

Kropki kwantowe mają postać dysków [57] co obniża symetrię blendy cynkowej $F\bar{4}3m$ (T_d) do $F\bar{4}2m$ (D_{2d})². Taka zmiana symetrii powoduje, że stany związane z ciemnym ekscytonem zostają rozszczepione. Jednak rzeczywiste kropki kwantowe mają jeszcze niższą symetrię [58] gdyż nie są idealnie cylindrycznymi dyskami. Często występuje dodatkowa anizotropia związana z kształtem, lokalnym naprężeniem, lub innymi czynnikami powodująca dalsze obniżenie symetrii do $Fmm2$ (C_{2v})³ co skutkuje zniesieniem degeneracji stanów o całkowitym momencie pędu równym ± 1 i ± 2 .

Powyższą sytuację można opisać fenomenologicznie hamiltonianem wymiany [58]:

$$\hat{H}_{exch} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\delta_0 & 0 & 0 & \delta_2 \\ 0 & \delta_0 & \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_1 & \delta_0 & 0 \\ \delta_2 & 0 & 0 & -\delta_0 \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

zapisanym w bazie: $|\uparrow\uparrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$ (stany własne hamiltonianu wymiany są przedstawione na rys. 1.6). Diagonalizacja powyższego hamiltonianu prowadzi do wartości i wektorów własnych:

$$\begin{aligned} E_4 &= +\frac{1}{2} (\delta_0 + \delta_1) \\ E_2 &= +\frac{1}{2} (\delta_0 - \delta_1) \\ E_1 &= -\frac{1}{2} (\delta_0 - \delta_1) \\ E_3 &= -\frac{1}{2} (\delta_0 + \delta_1) \end{aligned} \quad (1.36)$$

$$\text{stany jasne} \begin{cases} v_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0, +1, +1, 0 \end{bmatrix} \\ v_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0, +1, -1, 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1.37)$$

$$\text{stany ciemne} \begin{cases} v_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} +1, 0, 0, +1 \end{bmatrix} \\ v_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} +1, 0, 0, -1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1.38)$$

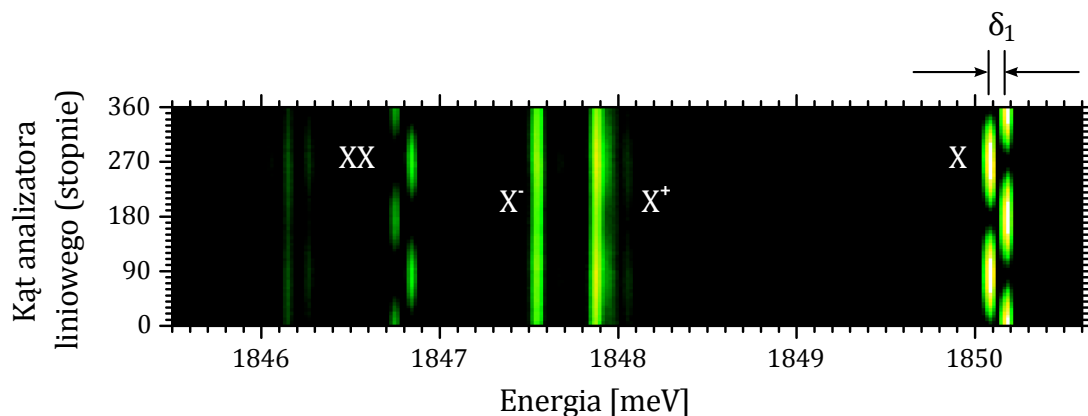
Rozszczepienie między ekscytonowymi stanami ciemnymi i jasnymi wynosi δ_0 . Wartość ta wynosi zwykle dla kropek kwantowych CdTe/ZnTe $\delta_0 = 0.91 \pm 0.13\text{meV}$. Rozszczepienie między ekscytonowymi stanami jasnymi jest zazwyczaj równe $\delta_1 = 0.18 \pm 0.11\text{meV}$ [59]. Rozszczepienie ekscytonowych stanów ciemnych δ_2 jest poniżej rozdzielczości spektralnej monochromatora używanego do pomiarów w ramach tej pracy.

W celu określenia wartości rozszczepienia δ_1 wykonuje się tzw. pomiar anizotropii polaryzacji liniowej fotoluminescencji, polegający na pomiarze kolejnych widm fotoluminescencji przy różnych ustawieniach polaryzatora liniowego ustawionego przed spektrometrem. Innymi

²patrz dodatekB

³patrz dodatekC

słowy jest to pomiar fotoluminescencji w funkcji polaryzacji liniowej detekcji. Przykładowy wynik takiego pomiaru przedstawiony jest na rysunku 1.7. Wartość rozszczepienia δ_1 to różnica energii pomiędzy dwiema prostopadle spolaryzowanymi liniami emisyjnymi ekscytonu neutralnego (na rysunku 1.7 oznaczonymi \mathbf{X}).



Rysunek 1.7: Wynik pomiaru anizotropii polaryzacji liniowej fotoluminescencji kropki kwantowej CdTe. Charakterystyczna kolejność występowania linii jak i ich własności polaryzacyjne pozwalają zidentyfikować przejścia związane z ekscytonem neutralnym \mathbf{X} , ekscytonem dodatnio naładowanym \mathbf{X}^+ , ekscytonem ujemnie naładowanym \mathbf{X}^- oraz bieksycytonem \mathbf{XX} . Słabe linie w niskich energiach mogą być rekombinacją kompleksu \mathbf{XX}^-

Aby wyznaczyć wartość rozszczepienia między stanami ciemnymi i jasnymi δ_0 trzeba móc zaobserwować emisję fotoluminescencji zawiązaną z rekombinacją stanu ciemnego. Okazuje się, że promienista rekombinacja ciemnego ekscytonu nie jest całkowicie zabroniona. Możliwość promienistej rekombinacji pojawia się wtedy, gdy funkcja falowa ciężkiej dziury posiada domieszkę funkcji falowej lekkiej dziury [15, 60]. Domieszanie może nastąpić w wyniku przyłożenia zewnętrznego pola magnetycznego, w wyniku naprężeń lub poprzez oddziaływanie wymiany z jonem magnetycznym [11].

Rozdział 2

Model

Rozdział ten ma na celu zaprezentowanie modelu wyjaśniającego właściwości polaryzacyjne fotoluminescencji pochodzącej z rekombinacji promienistej ciemnego ekscytonu w obecności pola magnetycznego przyłożonego w płaszczyźnie naprężonej kropki kwantowej ($B_z = 0$, $B_{xy} \neq 0$) przy obserwacji odpowiadającej konfiguracji Voigta. Model ten stanowi istotny element niniejszej pracy i jest niezbędny do interpretacji wyników doświadczalnych. Przy konstrukcji tego modelu wykorzystano modele opisane w [30,37,39,51], oraz przybliżenia zawarte w [23,25]. Zupełnie nowym elementem jest analityczne podanie zależności na kąt liniowej polaryzacji linii emisyjnej ciemnego ekscytonu w zależności od kierunku pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki, a także powiązanie go ze stopniem anizotropii funkcji falowej dziury.

Ponieważ wygodnie jest opisywać kierunek pola magnetycznego w płaszczyźnie kropki przy pomocy jednego kąta φ , to w dalszej części pracy wektor indukcji pola magnetycznego będzie przyjęty w postaci:

$$\mathbf{B} = [B \cos \varphi, B \sin \varphi, 0] \quad (2.1)$$

2.1. Hamiltonian dziury w anizotropowej kropce kwantowej

Aby opisać dziurę w kropce kwantowej trzeba wziąć pod uwagę hamiltonian Bira-Pikusa¹ uwzględniający naprężenia oraz magnetyczną część hamiltonianu Luttingera².

2.1.1. Magnetyczna część hamiltonianu Luttingera dla pola magnetycznego w płaszczyźnie kropki kwantowej

Magnetyczna część hamiltonianu Luttingera (równanie 1.13) przy założeniu pola magnetycznego w płaszczyźnie kropki w bazie dziur ciężkich i lekkich³ $|+3/2\rangle$, $|+1/2\rangle$, $|-1/2\rangle$, $|-3/2\rangle$ ma postać:

$$\hat{H}_B^h = \mu_B g_0 [\kappa \mathbf{B} \cdot \mathbf{J} + qB(J_x^3 \cos \varphi + J_y^3 \sin \varphi)] \quad (2.2)$$

Hamiltonian ten składa się z dwóch części: członu Zeemanowskiego \hat{H}' oraz członu sześciennego \hat{H}'' .

Obydwa człony w postaci macierzowej (korzystając z definicji J_x , J_y , J_z podanych w dodatku E) wynoszą:

¹Patrz 1.4

²Patrz 1.2

³Jest to taka sama baza jak w 1.2

$$\hat{H}' = \mu_B g_0 \kappa B (J_x \cos \varphi + J_y \sin \varphi) = \frac{1}{8} \mu_B g_0 \kappa B \begin{pmatrix} 0 & 4\sqrt{3}e^{-i\varphi} & 0 & 0 \\ 4\sqrt{3}e^{+i\varphi} & 0 & 8e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & 8e^{+i\varphi} & 0 & 4\sqrt{3}e^{-i\varphi} \\ 0 & 0 & 4\sqrt{3}e^{+i\varphi} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$\hat{H}'' = \mu_B g_0 q B (J_x^3 \cos \varphi + J_y^3 \sin \varphi) = \frac{1}{8} \mu_B g_0 q B \begin{pmatrix} 0 & 7\sqrt{3}e^{-i\varphi} & 0 & 6e^{+i\varphi} \\ 7\sqrt{3}e^{+i\varphi} & 0 & 20e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & 20e^{+i\varphi} & 0 & 7\sqrt{3}e^{-i\varphi} \\ 6e^{-i\varphi} & 0 & 7\sqrt{3}e^{+i\varphi} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Co po zsumowaniu daje:

$$\hat{H} = \frac{1}{8} \mu_B g_0 B \begin{pmatrix} 0 & (4\kappa + 7q)\sqrt{3}e^{-i\varphi} & 0 & 6qe^{+i\varphi} \\ (4\kappa + 7q)\sqrt{3}e^{+i\varphi} & 0 & (8\kappa + 20q)e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & (8\kappa + 20q)e^{+i\varphi} & 0 & (4\kappa + 7q)\sqrt{3}e^{-i\varphi} \\ 6qe^{-i\varphi} & 0 & (4\kappa + 7q)\sqrt{3}e^{+i\varphi} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

2.1.2. Naprężenie kropki, a postać mieszania dziur lekkich z ciężkimi

Dopóki w hamiltonianie Bira-Pikusa odkształcenie $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy}$ oraz $\epsilon_{xy} = 0$, dopóty stany własne takiego hamiltonianu pozostają stanami czystymi tzn.:

$$v_1 = | +3/2 \rangle, \quad v_2 = | +1/2 \rangle, \quad v_3 = | -1/2 \rangle, \quad v_4 = | -3/2 \rangle$$

Wprowadzenie jakiegokolwiek zaburzenia od idealnej symetrii cylindrycznej skutkuje domieszaniami dziury lekkiej do stanu ciężkodziurowego. By wyznaczyć postać mieszania hamiltonian

$$\hat{H}_{BP} = - \begin{pmatrix} P+Q & 0 & R & 0 \\ 0 & P-Q & 0 & R \\ R^\dagger & 0 & P-Q & 0 \\ 0 & R^\dagger & 0 & P+Q \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

zapisany w bazie $| +3/2 \rangle, | +1/2 \rangle, | -1/2 \rangle, | -3/2 \rangle$ można zdiagonalizować analitycznie otrzymując energie i nieznormalizowane wektory własne:

$$\begin{aligned} E_1 &= -P - \sqrt{Q^2 + |R|^2} & ; & \quad v_1 = \left[0, \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + |R|^2}}{R^\dagger}, 0, 1 \right] \\ E_2 &= -P - \sqrt{Q^2 + |R|^2} & ; & \quad v_2 = \left[\frac{+Q + \sqrt{Q^2 + |R|^2}}{R^\dagger}, 0, 1, 0 \right] \\ E_3 &= +P - \sqrt{Q^2 + |R|^2} & ; & \quad v_3 = \left[0, \frac{-Q - \sqrt{Q^2 + |R|^2}}{R^\dagger}, 0, 1 \right] \\ E_4 &= +P - \sqrt{Q^2 + |R|^2} & ; & \quad v_4 = \left[\frac{+Q - \sqrt{Q^2 + |R|^2}}{R^\dagger}, 0, 1, 0 \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Wektory własne zawierają wartości różne od zera tylko dla elementów postaci: $a | \pm 3/2 \rangle + b | \mp 1/2 \rangle$,

W celu uchwycenia ilościowo stopnia mieszania dziur ciężkich z lekkimi można rozważyć zdeformowaną kropkę kwantową (niech ϵ_{yy} będzie większy o 10% od ϵ_{xx}), przy parametrach odpowiadających hipotetycznej skrajnej deformacji CdTe na ZnTe⁴:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{xx} &= -0.058 \\
\epsilon_{yy} &= -0.0638 \\
\epsilon_{zz} &= +0.0812 \\
\epsilon_{xy} &= 0 \\
a_v &= 0.756 \quad \text{eV} \\
b &= 0.99 \quad \text{eV}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

otrzymuje się wartości i wektory własne części naprężeniowej (tylko dla $P_\epsilon, Q_\epsilon, R_\epsilon$) hamiltonianu Bira-Pikusa:

$$\begin{aligned}
E_1 &= -171.46 \text{ meV} & ; & \quad v_1 = [+0.00000, +0.01767, +0.00000, +0.99984] \\
E_2 &= -171.46 \text{ meV} & ; & \quad v_2 = [+0.99984, +0.00000, +0.01767, +0.00000] \\
E_3 &= +110.07 \text{ meV} & ; & \quad v_3 = [+0.00000, -0.99984, +0.00000, +0.01767] \\
E_4 &= +110.07 \text{ meV} & ; & \quad v_4 = [-0.01767, +0.00000, +0.99984, +0.00000]
\end{aligned} \tag{2.9}$$

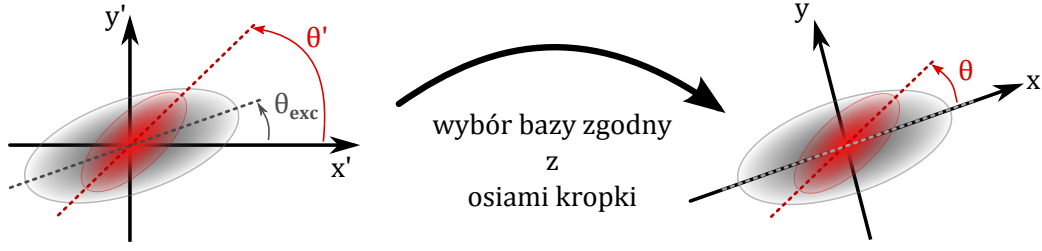
Widać, że otrzymana domieszka dziur lekkich jest niewielka (poniżej 2% wartości elementu ciężkodziurowego). W sytuacji gdy $\epsilon_{xy} \neq 0$ współczynniki przy wektorach własnych stają się zespolone. Ponadto z postaci hamiltonianu (dokładniej z elementów R i R^\dagger) wynika, że współczynnik zespolony przy stanie $|-1/2\rangle$ musi być sprzężony względem tego przy $|+1/2\rangle$. Można więc przedstawić ogólną postać stanu głównie ciężkodziurowego w naprężonej kropce kwantowej jako:

$$|\phi_H\rangle = \left(|\pm 3/2\rangle + \lambda e^{\pm i2\theta} |\mp 1/2\rangle \right) / \sqrt{1 + \lambda^2} \tag{2.10}$$

gdzie λ jest liczbą rzeczywistą i określa stopień mieszania dziur ciężkich z lekkimi, a θ jest kierunkiem anizotropii wywołanej naprężeniem dla funkcji falowej dziury [23, 25].

Należy w tym miejscu wyraźnie podkreślić, że kąt θ jest kątem anizotropii funkcji falowej dziury, i może być on różny (patrz rys. 2.1) od kąta anizotropii oddziaływania wymiany elektronu z dziurą θ_{exc} . Kierunek anizotropii polaryzacji liniowej fotoluminescencji kropki (zależny od anizotropii oddziaływania wymiany elektronu z dziurą) może wynikać z kształtu kropki, efektów ładunkowych na granicy kropka-bariera, otoczenia kropki, czy jeszcze innych czynników dających wkład w asymetrię funkcji falowej ekscytonu [15, 23, 59]. Wszystkie te informacje są efektywnie ujęte w hamiltonianie wymiany (równanie 1.35), którego elementy macierzowe mogą być zespolone. Wygodnie jest przyjąć taki układ współrzędnych, w którym osie anizotropii oddziaływania wymiany (*exchange interaction*) elektronu z dziurą pokrywają się z osiami x, y . Wtedy współczynniki w hamiltonianie wymiany są rzeczywiste, a postać hamiltonianu jest relatywnie prosta.

⁴Hipotetyczny idealny pseudomorficzny wzrost CdTe na ZnTe: $\epsilon_{xx} = (a_{ZnTe}^0 - a_{CdTe})/a_{CdTe} = -0.058466$, $\epsilon_{yy} = 1.1 \epsilon_{xx}$ oraz $\epsilon_{zz} = -\frac{2C_{12}}{C_{11}} \epsilon_{xx}$ gdzie $\frac{C_{12}}{C_{11}} = 0.7$ [56]



Rysunek 2.1: Odpowiedni wybór osi, dla których zostaną zapisane stany bazowe, pozwala znacząco uprościć postać hamiltonianu oddziaływania wymiany elektron-dziura.

2.1.3. Modyfikacja stanów bazowych dziury

Ogólna postać wszystkich wektorów własnych hamiltonianu Bira-Pikusa dla naprężonej epitaksjalnej kropki kwantowej wynosi:

$$\begin{aligned}
 |\phi_H^+\rangle &= (|+3/2\rangle + \lambda e^{+i2\theta} |-1/2\rangle) / \sqrt{1 + \lambda^2} \\
 |\phi_H^-\rangle &= (|-3/2\rangle + \lambda e^{-i2\theta} |+1/2\rangle) / \sqrt{1 + \lambda^2} \\
 |\phi_L^+\rangle &= (|+1/2\rangle + \lambda e^{+i2\theta} |-3/2\rangle) / \sqrt{1 + \lambda^2} \\
 |\phi_L^-\rangle &= (|-1/2\rangle + \lambda e^{-i2\theta} |+3/2\rangle) / \sqrt{1 + \lambda^2}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

W dalszej części pracy stany dziurowe:

$$\begin{aligned}
 |\phi_H^+\rangle &= (|+3/2\rangle + \lambda e^{+i2\theta} |-1/2\rangle) / \sqrt{1 + \lambda^2} \\
 |\phi_H^-\rangle &= (|-3/2\rangle + \lambda e^{-i2\theta} |+1/2\rangle) / \sqrt{1 + \lambda^2}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

będą traktowane jako jedyne stany dziurowe tworzące ekscyton w kropce kwantowej.

Zaniedbanie stanów $|\phi_L^+\rangle$, $|\phi_L^-\rangle$ jest uzasadnione gdyż ich energia jest znacznie większa (co ukazują równania 2.9) niż stanów $|\phi_H^+\rangle$, $|\phi_H^-\rangle$. Innymi słowami stanami podstawowymi dziur w naprężonej kropce kwantowej są stany $|\phi_H^+\rangle$, $|\phi_H^-\rangle$. Dzięki temu hamiltonian opisujący dziury może być zredukowany z macierzy o wymiarach 4×4 do macierzy o wymiarach 2×2 .

2.1.4. Magnetyczna część hamiltonianu Luttingera w zmodyfikowanej bazie stanów dziurowych

Aby zapisać magnetyczną część hamiltonianu Luttingera w nowej, zredukowanej bazie stanów dziurowych $|\phi_H^+\rangle$, $|\phi_H^-\rangle$ trzeba obliczyć odpowiednie elementy macierzowe:

$$\langle \phi_H^+ | \hat{H}_B^h | \phi_H^+ \rangle = \langle \phi_H^- | \hat{H}_B^h | \phi_H^- \rangle = 0$$

$$\begin{aligned}
\langle \phi_H^+ | \hat{H}_B^h | \phi_H^- \rangle &= \left[\left(\langle +3/2 | + \lambda e^{-i2\theta} \langle -1/2 | \right) \hat{H}_B^h \left(| -3/2 \rangle + \lambda e^{-i2\theta} | +1/2 \rangle \right) \right] / (1 + \lambda^2) = \\
&= \{ \langle 3/2 | \hat{H}_B^h | -3/2 \rangle + \lambda e^{-i2\theta} (\langle 3/2 | \hat{H}_B^h | 1/2 \rangle + \langle -1/2 | \hat{H}_B^h | -3/2 \rangle) + \\
&\quad + \lambda^2 e^{-i4\theta} \langle -1/2 | \hat{H}_B^h | 1/2 \rangle \} / (1 + \lambda^2) \\
&= \mu_B g_0 B \left[q \frac{3}{4} e^{-i\varphi} + \lambda e^{-i(2\theta-\varphi)} \left(\kappa \sqrt{3} + q \frac{7\sqrt{3}}{4} \right) + \lambda^2 e^{-i(4\theta+\varphi)} (\kappa + 5/2q) \right] / (1 + \lambda^2) \\
&= \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3} B}{4(1 + \lambda^2)} \left[q \sqrt{3} e^{-i\varphi} + \lambda e^{-i(2\theta-\varphi)} (4\kappa + 7q) \right] + \mathcal{O}(\lambda^2) \quad (2.13)
\end{aligned}$$

Podobnie znajduje się element $\langle \phi_H^- | \hat{H}_B^h | \phi_H^+ \rangle$. Ostatecznie jedynymi niezerowymi elementami magnetycznej części hamiltonianu Luttingera są:

$$\begin{aligned}
\langle \phi_H^+ | \hat{H}_B^h | \phi_H^- \rangle &\approx \left(\frac{\mu_B g_0 \sqrt{3} B}{4} \left[q \sqrt{3} e^{-i\varphi} + \lambda e^{-i(2\theta-\varphi)} (4\kappa + 7q) \right] \right) / (1 + \lambda^2) \\
\langle \phi_H^- | \hat{H}_B^h | \phi_H^+ \rangle &\approx \left(\frac{\mu_B g_0 \sqrt{3} B}{4} \left[q \sqrt{3} e^{+i\varphi} + \lambda e^{+i(2\theta-\varphi)} (4\kappa + 7q) \right] \right) / (1 + \lambda^2) \quad (2.14)
\end{aligned}$$

Co pozwala zapisać hamiltonian w postaci macierzy 2×2 w nowej bazie $|\phi_H^+\rangle, |\phi_H^-\rangle$ jako:

$$\tilde{\hat{H}}_B^h \equiv \hat{H}_B^h = \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3} B}{4(1 + \lambda^2)} \begin{pmatrix} 0 & q \sqrt{3} e^{-i\varphi} + \lambda (4\kappa + 7q) e^{-i(2\theta-\varphi)} \\ q \sqrt{3} e^{+i\varphi} + \lambda (4\kappa + 7q) e^{+i(2\theta-\varphi)} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Pamiętając, że mieszanie dziur ciężkich i lekkich λ jest niewielkie, można pominąć λ^2 w mianowniku:

$$\hat{H}_B^h = \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3} B}{4} \begin{pmatrix} 0 & q \sqrt{3} e^{-i\varphi} + \lambda (4\kappa + 7q) e^{-i(2\theta-\varphi)} \\ q \sqrt{3} e^{+i\varphi} + \lambda (4\kappa + 7q) e^{+i(2\theta-\varphi)} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Ostatecznie hamiltonian dziur ciężkich (z domieszką lekkich) w polu magnetycznym wynosi w bazie $|\phi_H^+\rangle, |\phi_H^-\rangle$:

$$\hat{H}_B^h = \frac{1}{2} B \begin{pmatrix} 0 & M \\ M^\dagger & 0 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

$$M = \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3}}{2} \left[q \sqrt{3} e^{-i\varphi} + \lambda (4\kappa + 7q) e^{-i(2\theta-\varphi)} \right] \quad (2.18)$$

Gdzie κ, q są bezwymiarowymi stałymi Luttingera (tzw. izotropowy g-czynnik dziury oraz anizotropowy g-czynnik dziury [61]), φ to kierunek pola magnetycznego w płaszczyźnie kropki kwantowej, λ to ilość domieszki lekkiej dziury do stanów ciężkodziurowych, a θ to kąt anizotropii dziury - czyli kąt, dla którego domieszka lekkiej dziury jest największa.

Równanie można 2.18 zapisać jako:

$$M = \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3}}{2} (A + B) \left[\frac{A}{A + B} e^{-i\varphi} + \frac{B}{A + B} e^{-i(2\theta-\varphi)} \right] \quad (2.19)$$

gdzie $A = \sqrt{3}q$ oraz $B = \lambda(4\kappa + 7q)$, wtedy $|A/(A+B)| \in [1, 0]$ oraz $|B/(A+B)| \in [0, 1]$. Dla ułatwienia analizy w dalszej części pracy, zostaje wprowadzone oznaczenie

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{3}q}{\sqrt{3}q + \lambda(4\kappa + 7q)} \quad \text{oraz} \quad 1 - \varepsilon = \frac{\lambda(4\kappa + 7q)}{\sqrt{3}q + \lambda(4\kappa + 7q)} \quad (2.20)$$

gdzie bezwymiarowy parametr $\varepsilon \in [0, 1]$ będzie nazywany **efektywnym parametrem izotropii funkcji falowej dziury**. Wtedy M z równania 2.18 przyjmuje prostą postać:

$$M = \frac{\mu_B \tilde{g}_0 \sqrt{3}}{2} \left[\begin{array}{cc} \varepsilon e^{-i\varphi} & + (1 - \varepsilon) e^{-i(2\theta - \varphi)} \\ \text{człon izotropowy} & \text{człon anizotropowy} \end{array} \right] \quad (2.21)$$

Rzeczywiście gdy spojrzeć na równanie 2.21 to widać, że występują w nim dwa człony. Pierwszy to człon izotropowy zależący tylko od kierunku pola magnetycznego (kąta φ). Jeśli obracać polem magnetycznym, to człon ten niejako “podąża” za nim. Drugi człon jest członem anizotropowym, ponieważ występuje w nim zależność od kąta θ będącego kątem anizotropii funkcji falowej dziury. Gdy pole magnetyczne jest obracane to człon ten zawsze wyróżnia kierunek związany z kątem θ . W świetle tych rozważań uzasadnionym jest nazwać stałą przed pierwszym członem równania 2.21 efektywnym parametrem anizotropii.

Dodatkowo przyjmuje się w dalszej części pracy $\tilde{g}_0 \equiv g_0$. Skupiając się tylko na stopniu i rodzaju anizotropii g-czynnika można przyjąć, że stojąca przed macierzą stała $(A+B)$ zostaje wcielona w g_0 .

2.1.5. Tensor g-czynnika dziur dla pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki

Aby zrozumieć jak uzyskać g-czynnik dziury w postaci tensorowej na początku przedstawione zostanie rozumowanie dla dziury przy pominięciu członu sześciennego w magnetycznej części hamiltonianu Luttingera (tzn. dla $q = 0$).

$$\begin{aligned} \hat{H}_{B; q=0}^h &= 2\sqrt{3}\mu_B g_0 \lambda \kappa B \begin{pmatrix} 0 & e^{-i(2\theta - \varphi)} \\ e^{+i(2\theta - \varphi)} & 0 \end{pmatrix} = \\ &= g_h^\perp B \left\{ \begin{pmatrix} 0 & \cos 2\theta \cos \varphi + \sin 2\theta \sin \varphi \\ \cos 2\theta \cos \varphi + \sin 2\theta \sin \varphi & 0 \end{pmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \begin{pmatrix} 0 & -i(\sin 2\theta \cos \varphi - \cos 2\theta \sin \varphi) \\ i(\sin 2\theta \cos \varphi - \cos 2\theta \sin \varphi) & 0 \end{pmatrix} \right\} = \\ &= g_h^\perp \begin{pmatrix} 0 & \cos 2\theta B_x + \sin 2\theta B_y \\ \cos 2\theta B_x + \sin 2\theta B_y & 0 \end{pmatrix} + g_h^\perp \begin{pmatrix} 0 & -i(\sin 2\theta B_x - \cos 2\theta B_y) \\ i(\sin 2\theta B_x - \cos 2\theta B_y) & 0 \end{pmatrix} \quad (2.22) \end{aligned}$$

Używając macierzy Pauliego (dodatek E.1):

$$\hat{H}_{B; q=0}^h = g_h^\perp [\sigma_x \cos 2\theta B_x + \sigma_x \sin 2\theta B_y + \sigma_y \sin 2\theta B_x - \sigma_y \cos 2\theta B_y] \quad (2.23)$$

Oraz pamiętając, o definicji tensora g-czynnika dla przypadku pola w płaszczyźnie kropki:

$$\hat{H} = \frac{\mu_B g_0}{2} [\sigma_x g_{xx} B_x + \sigma_x g_{xy} B_y + \sigma_y g_{yx} B_x + \sigma_y g_{yy} B_y] \quad (2.24)$$

Otrzymujemy tensor g-czynnika dziury przy zaniedbaniu członu sześciennego magnetycznej części hamiltonianu Luttingera w postaci macierzy 2×2 przy uwzględnieniu czynnika związanego ze spinem (3 w mianowniku):

$$\hat{g}_h = \frac{4\sqrt{3}g_0}{3} \lambda \kappa \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

A hamiltonian przyjmuje prostą postać:

$$\hat{H}_B^h = \frac{\mu_B}{2} \boldsymbol{\sigma} \hat{g}_h \mathbf{B} \quad (2.26)$$

Trzeba przy tym pamiętać, że przyjęto pole magnetyczne: $\mathbf{B} = (B_x, B_y, 0) = (B_x, B_y)$.

Aby uzyskać g-czynnik dziury uwzględniając człon sześcienny magnetycznej części Hamiltonianu Luttingera należy powyższą procedurę powtórzyć. Dla wygody zostaną wprowadzone oznaczenia $a = 3\mu_B g_0 q/2$ oraz $b = \sqrt{3}\mu_B g_0 \lambda(4\kappa + 7q)/2$

$$\begin{aligned}\hat{H}_B^h &= B \begin{pmatrix} 0 & ae^{-i\varphi} + be^{-i(2\theta-\varphi)} \\ ae^{+i\varphi} + be^{+i(2\theta-\varphi)} & 0 \end{pmatrix} = \\ &= B \begin{pmatrix} 0 & a\{\cos\varphi - i\sin\varphi\} + b\{\cos(2\theta-\varphi) - i\sin(2\theta-\varphi)\} \\ a\{\cos\varphi + i\sin\varphi\} + b\{\cos(2\theta-\varphi) + i\sin(2\theta-\varphi)\} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.27)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{H}_B^h &= B \{ \sigma_x [a \cos \varphi + b \cos(2\theta - \varphi)] + \sigma_y [a \sin \varphi + b \sin(2\theta - \varphi)] \} = \\ &= B \{ \sigma_x [a \cos \varphi + b \cos 2\theta \cos \varphi + b \sin 2\theta \sin \varphi] + \\ &\quad + \sigma_y [a \sin \varphi + b \sin 2\theta \cos \varphi - b \cos 2\theta \sin \varphi] \} \quad (2.28)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{H}_B^h &= \sigma_x [aB_x + b \cos 2\theta B_x + b \sin 2\theta B_y] + \sigma_y [aB_y + b \sin 2\theta B_x - b \cos 2\theta B_y] = \\ &= \sigma_x (a + b \cos 2\theta) B_x + \sigma_x (b \sin 2\theta) B_y + \sigma_y (b \sin 2\theta) B_x + \sigma_y (a - b \cos 2\theta) B_y \quad (2.29)\end{aligned}$$

Co pozwala zapisać tensor g-czynnika dziury jako:

$$\hat{g}_h = \frac{\sqrt{3}}{3} g_0 \begin{pmatrix} \sqrt{3}q + \lambda(4\kappa + 7q) \cos 2\theta & \lambda(4\kappa + 7q) \sin 2\theta \\ \lambda(4\kappa + 7q) \sin 2\theta & \sqrt{3}q - \lambda(4\kappa + 7q) \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Przy hamiltonianie:

$$\hat{H}_B^h = \frac{\mu_B}{2} \boldsymbol{\sigma} \hat{g}_h \mathbf{B}$$

Korzystając z wprowadzonego w równaniu 2.21 efektywnego parametru izotropii ε można przedstawić g-czynnik dziury jako:

$$\hat{g}_h = \tilde{g}_0 \sqrt{3} \begin{pmatrix} \varepsilon + (1 - \varepsilon) \cos 2\theta & (1 - \varepsilon) \sin 2\theta \\ (1 - \varepsilon) \sin 2\theta & \varepsilon - (1 - \varepsilon) \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

2.2. Hamiltonian wymiany w zmodyfikowanej bazie stanów dziurowych

Hamiltonian opisujący oddziaływanie wymiany elektron-dziura dany jest przez równanie 1.35. Wprowadzony on został dla ekscytonu składającego się tylko z ciężkiej dziury i elektronu [58] więc stanami bazowymi były $|\uparrow\uparrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$. Ponieważ, jak to zostało przedyskutowane w części 2.1.2 oraz 2.1.3, stanem podstawowym, który faktycznie występuje w anizotropowej kropce kwantowej jest ekscyton zbudowany z elektronu i ciężkiej dziury posiadającej pewną domieszkę dziury lekkiej. Rozwiązania hamiltonianu wymiany pozwalają wyznaczyć jakie są rzeczywiste własności polaryzacyjne linii widmowych ekscytonu. Dlatego wydaje się być uzasadnionym przyjmowanie w tym miejscu założenie, iż hamiltonian wymiany zapisany jest bazie funkcji falowych jakie naprawdę występują w kropce kwantowej, czyli w bazie $|\uparrow\rangle \otimes |\phi_H^+\rangle, |\downarrow\rangle \otimes |\phi_H^+\rangle, |\uparrow\rangle \otimes |\phi_H^-\rangle, |\downarrow\rangle \otimes |\phi_H^-\rangle$. Dodatkowo ponieważ rozszczepienie stanów ciemnego ekscytonu δ_2 jest poniżej rozdzielczości spektralnej zastosowanego układu doświadczalnego, to można przyjąć $\delta_2 \approx 0$ i wtedy hamiltonian wymiany ma postać:

$$\hat{H}_{exch} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\delta_0 & 0 & 0 & \delta_2 \\ 0 & \delta_0 & \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_1 & \delta_0 & 0 \\ \delta_2 & 0 & 0 & -\delta_0 \end{pmatrix} \approx \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\delta_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_0 & \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_1 & \delta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\delta_0 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

2.3. Hamiltonian elektronu w polu magnetycznym

W tej pracy zostaje przyjęte założenie, że funkcja falowa elektronu wchodzącego w skład ekscytonu neutralnego jest całkowicie izotropowa [15, 23–25, 60]- tzn. w pierwszym przybliżeniu nie zależy od kierunku przyłożonego pola magnetycznego. Dzięki temu można zapisać hamiltonian elektronu w polu magnetycznym:

$$\hat{H}_B^e = \frac{\mu_B g_0}{2} \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \frac{\mu_B g_0 B}{2} \begin{pmatrix} 0 & e^{-i\varphi} \\ e^{+i\varphi} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

gdzie $\boldsymbol{\sigma}$ to macierze Pauliego zdefiniowane równaniem E.1.

2.4. Hamiltonian ekscytonu w polu magnetycznym w zmodyfikowanej bazie stanów dziurowych

Mając hamiltonian elektronu w polu magnetycznym (równ. 2.33), hamiltonian dziury w polu magnetycznym (równ. 2.17 oraz 2.21) oraz hamiltonian oddziaływania wymiany pomiędzy dziurą i elektronem (równ. 2.32) można zapisać pełen hamiltonian ekscytonu neutralnego w naprężonej anizotropowej kropce kwantowej w bazie $|\uparrow\rangle \otimes |\phi_H^+\rangle, |\downarrow\rangle \otimes |\phi_H^+\rangle, |\uparrow\rangle \otimes |\phi_H^-\rangle, |\downarrow\rangle \otimes |\phi_H^-\rangle$:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\delta_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_0 & \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_1 & \delta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\delta_0 \end{pmatrix} + \mathbb{1}_h \otimes \left[\frac{\mu_B g_0 B}{2} \begin{pmatrix} 0 & e^{-i\varphi} \\ e^{+i\varphi} & 0 \end{pmatrix} \right] + \left[\frac{1}{2} B \begin{pmatrix} 0 & M \\ M^\dagger & 0 \end{pmatrix} \right] \otimes \mathbb{1}_e \quad (2.34)$$

Zapisując pełen hamiltonian w postaci jednej macierzy otrzymuje się:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\delta_0 & B \cdot x & B \cdot M & 0 \\ B \cdot x^\dagger & \delta_0 & \delta_1 & B \cdot M \\ B \cdot M^\dagger & \delta_1 & \delta_0 & B \cdot x \\ 0 & B \cdot M^\dagger & B \cdot x^\dagger & -\delta_0 \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

gdzie $x = \mu_B g_0 \exp(-i\varphi)$, B to wartość indukcji pola magnetycznego, a M jest zdefiniowane równaniem 2.21.

2.5. Wartości własne hamiltonianu ekscytonu w naprężonej kropce kwantowej

Wektory własne hamiltonianu 2.35 można wyznaczyć numerycznie jednakże możliwe jest też analityczne wyliczenie wartości własnych i wektorów własnych, o ile przyjęte zostanie założenie $\delta_1 \approx 0$. W przypadku badania ekscytonu ciemnego założenie to jest uzasadnione bo nie prowadzi do istotnej modyfikacji stanów własnych i energii własnych stanów ciemnych. Jednakże przybliżenie to prowadzi do błędnych wniosków dla ekscytonu jasnego. Anizotropowe oddziaływanie wymienne elektron-dziura, rozczepiające stany jasne, jest znacznie silniejsze niż wpływ anizotropii funkcji falowej dziury, wywołanej obecnością pola magnetycznego w płaszczyźnie kroki kwantowej. Z tego powodu analiza własności linii emisyjnej jasnego ekscytonu jest bezużyteczna przy wyznaczaniu anizotropii funkcji falowej dziury. Tym samym uzasadnione jest rozważanie tylko dwóch wektorów własnych odpowiadającym najniższym energiom własnym związanym ze stanami ciemnymi.

Wartości własne hamiltonianu 2.35 przy $\delta_1 \approx 0$ wynoszą (od największej energii do najmniejszej):

$$\begin{aligned} E_4 &= +\frac{1}{2} \sqrt{\delta_0^2 + B^2(\sqrt{xx^*} + \sqrt{MM^*})^2} \\ E_2 &= +\frac{1}{2} \sqrt{\delta_0^2 + B^2(\sqrt{xx^*} - \sqrt{MM^*})^2} \\ E_1 &= -\frac{1}{2} \sqrt{\delta_0^2 + B^2(\sqrt{xx^*} + \sqrt{MM^*})^2} \\ E_3 &= -\frac{1}{2} \sqrt{\delta_0^2 + B^2(\sqrt{xx^*} - \sqrt{MM^*})^2} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Z wektorami własnymi zapisanymi w bazie $|\uparrow \phi_H^+\rangle, |\downarrow \phi_H^+\rangle, |\uparrow \phi_H^-\rangle, |\downarrow \phi_H^-\rangle$ ⁵:

$$\begin{aligned} v_4 &= \left[+\sqrt{\frac{Mx}{M^*x^*}}, B\sqrt{\frac{M}{M^*} \frac{+\sqrt{xx^*} + \sqrt{MM^*}}{-2E_4 - \delta_0}}, B\sqrt{\frac{x}{x^*} \frac{+\sqrt{xx^*} + \sqrt{MM^*}}{-2E_4 - \delta_0}}, 1 \right] \\ v_2 &= \left[-\sqrt{\frac{Mx}{M^*x^*}}, B\sqrt{\frac{M}{M^*} \frac{-\sqrt{xx^*} + \sqrt{MM^*}}{-2E_2 - \delta_0}}, B\sqrt{\frac{x}{x^*} \frac{+\sqrt{xx^*} - \sqrt{MM^*}}{-2E_2 - \delta_0}}, 1 \right] \\ v_1 &= \left[-\sqrt{\frac{Mx}{M^*x^*}}, B\sqrt{\frac{M}{M^*} \frac{+\sqrt{xx^*} - \sqrt{MM^*}}{-2E_1 + \delta_0}}, B\sqrt{\frac{x}{x^*} \frac{-\sqrt{xx^*} + \sqrt{MM^*}}{-2E_1 + \delta_0}}, 1 \right] \\ v_3 &= \left[+\sqrt{\frac{Mx}{M^*x^*}}, B\sqrt{\frac{M}{M^*} \frac{-\sqrt{xx^*} - \sqrt{MM^*}}{-2E_3 + \delta_0}}, B\sqrt{\frac{x}{x^*} \frac{-\sqrt{xx^*} - \sqrt{MM^*}}{-2E_3 + \delta_0}}, 1 \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

gdzie

$$x = \mu_B g_0 \exp(-i\varphi)$$

⁵Wektory własne nie są jeszcze unormowane. Ponadto ponieważ zarówno M jak i x są skalarami to w miejscu \dagger będzie używane *

$$\begin{aligned}
M &= \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3}}{2} \left[q \sqrt{3} e^{-i\varphi} + \lambda (4\kappa + 7q) e^{-i(2\theta - \varphi)} \right] = \\
&= \frac{\mu_B \tilde{g}_0 \sqrt{3}}{2} \left[\varepsilon e^{-i\varphi} + (1 - \varepsilon) e^{-i(2\theta - \varphi)} \right] \quad (2.38)
\end{aligned}$$

Ponieważ $\sqrt{xx^*} > \sqrt{MM^*}$ to jeden z wektorów własnych stanów ciemnych zawsze ma jeden stan znacznie "ciemniejszy" od drugiego (znacząco mniejsza wartość współczynnika przy stanie aktywnym optycznie), więc w analizie efektów polaryzacyjnych wystarczy rozważać wektor własny v_3 .

Wyrażenie typu $\sqrt{aa^*}$ są rzeczywiste, tak jak energie własne. Z kolei człon typu $\sqrt{a/a^*}$ jest czysto fazowy. Widać stąd, że pierwsza i ostatnia współrzędna wektora ma moduł równy jedności. Podobnie druga i trzecia współrzędna mają taki sam moduł, różnią się tylko fazą. Można więc przedstawić w sposób bardziej zrozumiały wektor własny v_3 jako:

$$v_3 = \left[+1e^{+i(\alpha - \varphi)}, +\rho_3 B e^{+i\alpha}, +\rho_3 B e^{-i\varphi}, +1 \right] \quad (2.39)$$

Wtedy odwrotność czynnika normalizacyjnego wyraża się w posty sposób: $|v_3| = 2(1 + \rho_3^2 B^2)$.

Aby wyznaczyć jakie są właściwości wektora własnego v_3 w funkcji poszczególnych parametrów hamiltonianu, M (będące liczbą zespoloną) zostanie przepisane w postaci kanonicznej:

$$\begin{aligned}
M &= \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3}}{2} \left[\varepsilon e^{-i\varphi} + (1 - \varepsilon) e^{-i(2\theta - \varphi)} \right] = \\
&= \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3}}{2} \left\{ (1 - \varepsilon) [\cos(\varphi - 2\theta) - \mathbf{i} \sin(\varphi - 2\theta)] + \varepsilon \cos(\varphi) + \mathbf{i} \varepsilon \sin(\varphi) \right\} = \\
&= \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3}}{2} \left\{ [\varepsilon \cos(\varphi) + (1 - \varepsilon) \cos(\varphi - 2\theta)] + \mathbf{i} [\varepsilon \sin(\varphi) - (1 - \varepsilon) \sin(\varphi - 2\theta)] \right\}
\end{aligned}$$

wtedy:

$$\sqrt{MM^*} = \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3}}{2} \sqrt{1 + 4(\varepsilon^2 - \varepsilon) \sin^2(\varphi - \theta)} \quad \text{gdzie} \quad \sqrt{MM^*} \in \left[0, \frac{\mu_B g_0 \sqrt{3}}{2} \right] \quad (2.40)$$

widać więc, że $\sqrt{MM^*} < \sqrt{xx^*}$. Ponadto występujący w v_3 stosunek M/M^* :

$$\frac{M}{M^*} = e^{i 2 \arg(M)} = \exp \left[\mathbf{i} 2 \operatorname{atan2} \left(\frac{\varepsilon \sin(\varphi) - (1 - \varepsilon) \sin(\varphi - 2\theta)}{\varepsilon \cos(\varphi) + (1 - \varepsilon) \cos(\varphi - 2\theta)} \right) \right] \equiv e^{i 2\alpha} \quad (2.41)$$

Argument liczby zespolonej $a + \mathbf{i}b$ zależy jednak w nietrywialny sposób od znaków a oraz b . Aby umożliwić prostą implementację uzyskanych wzorów w programie komputerowym wygodnie jest użyć funkcji $\operatorname{atan2}(\mathbf{b}, \mathbf{a})$ (zdefiniowanej równaniem 2.42) obecnej w większości języków programowania. W celu uproszczenia notacji i zwrócenia uwagi na podobieństwo ze standardową funkcją $\operatorname{arctan}(\mathbf{b}/\mathbf{a})$ w miejscu zapisu $\operatorname{atan2}(b, a)$ stosowane będzie oznaczenie $\operatorname{atan2}(b/a)$.

$$\arg(a + \mathbf{i}b) = \operatorname{atan2} \left(\frac{b}{a} \right) = \begin{cases} \operatorname{arctan} \left(\frac{b}{a} \right) & a > 0 \\ \operatorname{arctan} \left(\frac{b}{a} \right) + \pi & b \geq 0, a < 0 \\ \operatorname{arctan} \left(\frac{b}{a} \right) - \pi & b < 0, a < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & b > 0, a = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & b < 0, a = 0 \\ \text{niezdefiniowane} & b = 0, a = 0 \end{cases} \quad (2.42)$$

Ostatecznie:

$$v_3 = \left[e^{+i(\alpha-\varphi)}, \frac{-\sqrt{xx^*}-\sqrt{MM^*}}{-2E_3+\delta_0} B e^{+i\alpha}, \frac{-\sqrt{xx^*}-\sqrt{MM^*}}{-2E_3+\delta_0} B e^{+i\varphi}, 1 \right] \quad (2.43)$$

2.6. Siła oscylatora przejść optycznych

Aby znaleźć siłę oscylatora dozwolonych przejść optycznych wygodnie jest pracować w języku operatorów kreacji i anihilacji. Operatory anihilacji elektronu i dziury, oraz kreacji elektronu i dziury, odpowiadającym stanowi kwantowemu i będą oznaczane odpowiednio c_i, h_i (c_i^\dagger, h_i^\dagger). Operatory te odpowiadają anihilacji i kreacji fermionów więc muszą spełniać reguły antykomutacyjne:

$$\begin{aligned} \{c_i, c_j\} &= c_i c_j + c_j c_i = 0 \\ \{c_i^\dagger, c_j^\dagger\} &= c_i^\dagger c_j^\dagger + c_j^\dagger c_i^\dagger = 0 \\ \{c_i^\dagger, c_j\} &= c_i^\dagger c_j + c_j c_i^\dagger = \delta_{ij} \\ \{h_i, h_j\} &= 0 \\ \{h_i^\dagger, h_j^\dagger\} &= 0 \\ \{h_i^\dagger, h_j\} &= \delta_{ij} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Przepisując funkcje bazowe dziur (patrz równ. 2.11) $|\phi_H^+\rangle, |\phi_H^-\rangle$ przy użyciu tych operatorów:

$$\begin{aligned} |\phi_H^+\rangle &= \left(|3/2\rangle + \lambda e^{+i2\theta} |-1/2\rangle \right) / \sqrt{(1+\lambda^2)} = (h_{+3/2}^\dagger + \lambda e^{+i2\theta} h_{-1/2}^\dagger) / \sqrt{(1+\lambda^2)} |\emptyset\rangle \\ |\phi_H^-\rangle &= \left(|-3/2\rangle + \lambda e^{-i2\theta} |+1/2\rangle \right) / \sqrt{(1+\lambda^2)} = (h_{-3/2}^\dagger + \lambda e^{-i2\theta} h_{+1/2}^\dagger) / \sqrt{(1+\lambda^2)} |\emptyset\rangle \end{aligned} \quad (2.45)$$

Utworzenie jednego fotonu o polaryzacji kołowej σ^+ , lub σ^- związane jest z anihilacją jednego elektronu i jednej dziury o odpowiednich rzutach całkowitego momentu pędu. Stosowne operatory utworzone z operatorów anihilacji wynoszą (inna konwencja niż w [25]):

$$\begin{aligned} \wp_+ &= +c_\downarrow h_{+3/2} - \frac{1}{\sqrt{3}} c_\uparrow h_{+1/2} \\ \wp_- &= -c_\uparrow h_{-3/2} + \frac{1}{\sqrt{3}} c_\downarrow h_{-1/2} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Postać powyższych operatorów wytłumaczona jest w dodatku D.

2.6.1. Przejścia optyczne dla polaryzacji liniowej pod dowolnym kątem

By uzyskać operator anihilacji odpowiadający fotonowi spolaryzowanemu liniowo pod kątem β należy wziąć liniową kombinację operatorów \wp_+ i \wp_- :

$$\wp_\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\beta} \wp_+ + e^{-i\beta} \wp_-) \quad (2.47)$$

Wtedy siła oscylatora dla rekombinacji stanu $|\psi\rangle$ z wytworzeniem fotonu o liniowej polaryzacji pod kątem β , dla stanu końcowego którym jest pusta kropka kwantowa $|\emptyset\rangle$ wynosi:

$$f = \left| \langle \emptyset | \wp_\beta | \psi \rangle \right|^2 \quad (2.48)$$

W ogólności wektor własny (równ. 2.43) odpowiadający stanowi ciemnemu ma postać:

$$|\psi\rangle = \Gamma |\uparrow, \phi_H^+\rangle + \eta |\downarrow, \phi_H^+\rangle + \xi |\uparrow, \phi_H^-\rangle + \chi |\downarrow, \phi_H^-\rangle = [\gamma, \eta, \xi, \chi] \quad (2.49)$$

co można przepisać w bazie $|\uparrow\uparrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$:

$$|\psi\rangle = \Gamma' \underset{\text{ciemny}}{|\uparrow, \uparrow\rangle} + \eta' \underset{\text{jasny}}{|\downarrow, \uparrow\rangle} + \xi' \underset{\text{jasny}}{|\uparrow, \downarrow\rangle} + \chi' \underset{\text{ciemny}}{|\downarrow, \downarrow\rangle}$$

Przejście do bazy $|\uparrow\uparrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$ pozwala łatwo rozpoznać, który stan prowadzi do promienistej rekombinacji ekscytonu. Nie trzeba rozważać wszystkich składowych wektora własnego ponieważ Γ oraz χ wyświecają tylko (w dodatku z niskim prawdopodobieństwem) fotony spolaryzowane liniowo w kierunku z , czyli rozchodzące się w płaszczyźnie próbki xy ⁶. W układzie doświadczalnym użytym w tej pracy (patrz rozdział 4) obserwuje się fotony o kierunku propagacji z , dlatego można rozważać tylko dwie środkowe składowe (tzw. “jasne”) wektora własnego:

$$|\psi\rangle = \eta |\downarrow, \phi_H^+\rangle + \xi |\uparrow, \phi_H^-\rangle \quad (2.50)$$

Wtedy:

$$|\psi\rangle = \eta \left(|+\frac{3}{2}; \downarrow\rangle + \lambda e^{+i2\theta} |-\frac{1}{2}; \downarrow\rangle \right) / \sqrt{1 + \lambda^2} + \xi \left(|-\frac{3}{2}; \uparrow\rangle + \lambda e^{-i2\theta} |+\frac{1}{2}; \uparrow\rangle \right) / \sqrt{1 + \lambda^2} \quad (2.51)$$

Zapisując stan ekscytonu wektora własnego $|\psi\rangle$ jako działanie operatorów kreacji na stan próżni:

$$|\psi\rangle = \eta (c_{\downarrow}^{\dagger} h_{+\frac{3}{2}}^{\dagger} + \lambda e^{+i2\theta} c_{\downarrow}^{\dagger} h_{-\frac{1}{2}}^{\dagger}) / N |\emptyset\rangle + \xi (c_{\uparrow}^{\dagger} h_{-\frac{3}{2}}^{\dagger} + \lambda e^{-i2\theta} c_{\uparrow}^{\dagger} h_{+\frac{1}{2}}^{\dagger}) / N |\emptyset\rangle \quad (2.52)$$

Ponieważ λ jest mała, więc λ^2 można zaniedbać:

$$|\psi\rangle = \eta (c_{\downarrow}^{\dagger} h_{+\frac{3}{2}}^{\dagger} + \lambda e^{+i2\theta} c_{\downarrow}^{\dagger} h_{-\frac{1}{2}}^{\dagger}) |\emptyset\rangle + \xi (c_{\uparrow}^{\dagger} h_{-\frac{3}{2}}^{\dagger} + \lambda e^{-i2\theta} c_{\uparrow}^{\dagger} h_{+\frac{1}{2}}^{\dagger}) |\emptyset\rangle \quad (2.53)$$

Siła oscylatora dla przejścia o polaryzacji liniowej β :

$$f = \left| \langle \emptyset | \wp_{\beta} | \psi \rangle \right|^2 = \frac{1}{2} \left| \langle \emptyset | e^{i\beta} \wp_{+} + e^{-i\beta} \wp_{-} | \psi \rangle \right|^2 \quad (2.54)$$

$$f = \frac{1}{2} \left| \langle \emptyset | \left(e^{i\beta} (c_{\downarrow} h_{+\frac{3}{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} c_{\uparrow} h_{+\frac{1}{2}}) - e^{-i\beta} (c_{\uparrow} h_{-\frac{3}{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} c_{\downarrow} h_{-\frac{1}{2}}) \right) \right. \\ \left. \left(\eta c_{\downarrow}^{\dagger} (h_{+\frac{3}{2}}^{\dagger} + \lambda e^{+i2\theta} h_{-\frac{1}{2}}^{\dagger}) + \xi c_{\uparrow}^{\dagger} (h_{-\frac{3}{2}}^{\dagger} + \lambda e^{-i2\theta} h_{+\frac{1}{2}}^{\dagger}) \right) | \emptyset \rangle \right|^2 \quad (2.55)$$

$$f = \frac{1}{2} \left| \langle \emptyset | \left(\underbrace{e^{i\beta} c_{\downarrow} h_{+\frac{3}{2}}}_{\text{---}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \underbrace{e^{i\beta} c_{\uparrow} h_{+\frac{1}{2}}}_{\text{---}} - \underbrace{e^{-i\beta} c_{\uparrow} h_{-\frac{3}{2}}}_{\text{---}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \underbrace{e^{-i\beta} c_{\downarrow} h_{-\frac{1}{2}}}_{\text{---}} \right) \right. \\ \left. \left(\underbrace{\eta c_{\downarrow}^{\dagger} h_{+\frac{3}{2}}^{\dagger}}_{\text{---}} + \underbrace{\eta \lambda e^{+i2\theta} c_{\downarrow}^{\dagger} h_{-\frac{1}{2}}^{\dagger}}_{\text{---}} + \underbrace{\xi c_{\uparrow}^{\dagger} h_{-\frac{3}{2}}^{\dagger}}_{\text{---}} + \underbrace{\xi \lambda e^{-i2\theta} c_{\uparrow}^{\dagger} h_{+\frac{1}{2}}^{\dagger}}_{\text{---}} \right) | \emptyset \rangle \right|^2 \quad (2.56)$$

⁶Co można sprawdzić prostym rachunkiem używając rozpisanego stanu: $|\uparrow, \phi_H^+\rangle = |+\frac{1}{2}; \uparrow\rangle + \lambda \frac{1}{\sqrt{3}} |-\frac{1}{2}; \uparrow\rangle + \lambda \sqrt{\frac{2}{3}} |0; \downarrow\rangle$ oraz elementów macierzowych z dodatku D.

$$f = \frac{1}{2} \left| \eta e^{+i\beta} - \frac{\lambda\xi}{\sqrt{3}} e^{+i(\beta-2\theta)} - \xi e^{-i\beta} + \frac{\lambda\eta}{\sqrt{3}} e^{-i(\beta-2\theta)} \right|^2 \quad (2.57)$$

Ponieważ ξ, η są liczbami zespolonymi można wyodrębnić ich moduł. Aby nie wprowadzać nowych oznaczeń zostaje przyjęte $\xi \rightarrow \xi e^{-i\varphi}$ oraz $\eta \rightarrow \eta e^{+i\alpha}$. Przy czym porównując postać wektorów własnych (równ. 2.37) oraz parametrów $\sqrt{M/M^*} = \exp(+i\alpha)$ (równ. 2.41), $\sqrt{x/x^*} = \exp(-i\varphi)$ widać, że φ to kąt pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki, a α jest kątem związanym z anizotropią. Siła oscylatora wynosi wtedy:

$$f = \frac{1}{2} \left| \eta e^{+i(\alpha+\beta)} - \frac{\lambda\xi}{\sqrt{3}} e^{+i(\beta-2\theta-\varphi)} - \xi e^{-i(\varphi+\beta)} + \frac{\lambda\eta}{\sqrt{3}} e^{-i(\beta-2\theta-\alpha)} \right|^2 \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2} \left(\eta e^{+i(\alpha+\beta)} - \frac{\lambda\xi}{\sqrt{3}} e^{+i(\beta-2\theta-\varphi)} - \xi e^{-i(\varphi+\beta)} + \frac{\lambda\eta}{\sqrt{3}} e^{-i(\beta-2\theta-\alpha)} \right) \\ &\quad \left(\eta e^{-i(\alpha+\beta)} - \frac{\lambda\xi}{\sqrt{3}} e^{-i(\beta-2\theta-\varphi)} - \xi e^{+i(\varphi+\beta)} + \frac{\lambda\eta}{\sqrt{3}} e^{+i(\beta-2\theta-\alpha)} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left[\eta^2 - \frac{\lambda\xi\eta}{\sqrt{3}} e^{+i(\alpha+2\theta+\varphi)} - \xi\eta e^{+i(2\beta+\alpha+\varphi)} + \frac{\lambda\eta^2}{\sqrt{3}} e^{+i(2\beta-2\theta)} \right. \\ &\quad - \frac{\lambda\xi\eta}{\sqrt{3}} e^{-i(\alpha+2\theta+\varphi)} + \frac{\lambda^2\xi^2}{3} + \frac{\lambda\xi^2}{\sqrt{3}} e^{+i(2\beta-2\theta)} - \frac{\lambda^2\xi\eta}{3} e^{+i(2\beta-4\theta-\varphi-\alpha)} \\ &\quad - \xi\eta e^{-i(2\beta+\varphi+\alpha)} + \frac{\lambda\xi^2}{\sqrt{3}} e^{-i(2\beta-2\theta)} + \xi^2 - \frac{\lambda\xi\eta}{\sqrt{3}} e^{-i(\varphi+2\theta+\alpha)} \\ &\quad \left. + \frac{\lambda\eta^2}{\sqrt{3}} e^{-i(2\beta-2\theta)} - \frac{\lambda^2\eta\xi}{3} e^{-i(2\beta-4\theta-\alpha-\varphi)} - \frac{\lambda\eta\xi}{\sqrt{3}} e^{+i(2\theta+\alpha+\varphi)} + \frac{\lambda^2\eta^2}{3} \right] \quad (2.59) \end{aligned}$$

Co po uproszczeniu daje:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2} \left[\left(\eta^2 + \xi^2 \right) \left(1 + \frac{\lambda^2}{3} \right) - \frac{4\lambda\xi\eta}{\sqrt{3}} \cos(\alpha + 2\theta + \varphi) + \frac{2\lambda}{\sqrt{3}} (\eta^2 + \xi^2) \cos(2\beta - 2\theta) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\lambda^2\xi\eta}{3} \cos(2\beta - 4\theta - \varphi - \alpha) - 2\eta\xi \cos(2\beta + \alpha + \varphi) \right] \quad (2.60) \end{aligned}$$

Ostatecznie otrzymujemy korzystając z prostych tożsamości trygonometrycznych::

$$\begin{aligned} f &= (\eta^2 + \xi^2) \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\lambda^2}{3} \right) + \frac{\lambda}{\sqrt{3}} \cos(2\beta - 2\theta) \right] \\ &\quad \eta\xi \left[+ \sin(\alpha + \varphi) \left\{ \frac{2\lambda}{\sqrt{3}} \sin(2\theta) + \frac{\lambda^2}{3} \sin(2\beta - 4\theta) + \sin(2\beta) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \cos(\alpha + \varphi) \left\{ \frac{2\lambda}{\sqrt{3}} \cos(2\theta) + \frac{\lambda^2}{3} \cos(2\beta - 4\theta) + \cos(2\beta) \right\} \right] \quad (2.61) \end{aligned}$$

Pomijając człony posiadające λ w drugiej potęgde:

$$\begin{aligned} f &= (\eta^2 + \xi^2) \left[\frac{1}{2} + \frac{\lambda}{\sqrt{3}} \cos(2\beta - 2\theta) \right] + \\ &+ \eta\xi \left[+ \sin(\alpha + \varphi) \left\{ \frac{2\lambda}{\sqrt{3}} \sin(2\theta) + \sin(2\beta) \right\} - \cos(\alpha + \varphi) \left\{ \frac{2\lambda}{\sqrt{3}} \cos(2\theta) + \cos(2\beta) \right\} \right] \quad (2.62) \end{aligned}$$

można zapisać w prostszej postaci:

$$\begin{aligned}
f &= (\eta^2 + \xi^2) \left[\frac{1}{2} + \frac{\lambda}{\sqrt{3}} \cos(2\beta - 2\theta) \right] + \\
&+ \eta\xi \left[+ \sin(\alpha + \varphi) \sin(2\beta) + \frac{2\lambda}{\sqrt{3}} \sin(\alpha + \varphi) \sin(2\theta) + \right. \\
&\quad \left. - \cos(\alpha + \varphi) \cos(2\beta) - \frac{2\lambda}{\sqrt{3}} \cos(\alpha + \varphi) \cos(2\theta) \right] = \\
&= (\eta^2 + \xi^2) \left[\frac{1}{2} + \frac{\lambda}{\sqrt{3}} \cos(2\beta - 2\theta) \right] - \eta\xi \cos(\alpha + \varphi + 2\beta) - \frac{2\lambda}{\sqrt{3}} \eta\xi \cos(\alpha + \varphi + 2\theta) \quad (2.63)
\end{aligned}$$

Opuszczając zaś wszystkie człony zawierające amplitudę mieszania λ (która jest mała) otrzymuje się prosty wzór odpowiadający zmianom natężenia światła spolaryzowanego liniowo przy obracaniu polaryzatora liniowego przed detektorem:

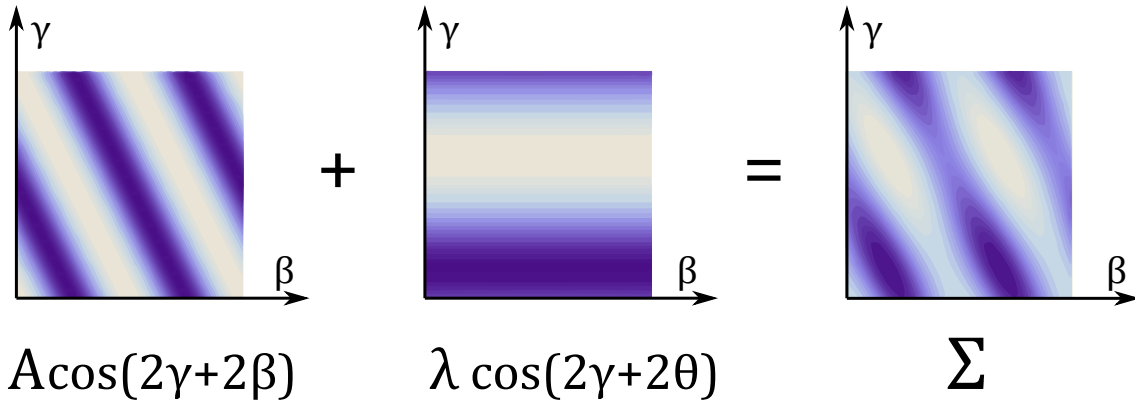
$$f = \frac{1}{2}(\eta^2 + \xi^2) - \eta\xi \cos(\alpha + \varphi + 2\beta) \quad (2.64)$$

z dodaną fazą $\alpha + \varphi$ pamiętając, że:

$$\alpha = \text{atan2} \left(\frac{\varepsilon \sin(\varphi) - (1 - \varepsilon) \sin(\varphi - 2\theta)}{\varepsilon \cos(\varphi) + (1 - \varepsilon) \cos(\varphi - 2\theta)} \right) \quad (2.65)$$

gdzie ε to efektywny parametr izotropii dziury, θ to stały dla danej kropki kąt anizotropii dziury, φ to kierunek pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki, zaś β to kierunek ustawienia polaryzatora liniowego.

W tym miejscu należy skomentować dlaczego można pominąć człony związane z λ przy rozważaniu siły oscylatora. Otóż nie można pominąć członów związanych z λ jeśli chciałoby się w pełni analizować intensywność linii widmowych. Jeżeli jednak, przedmiotem badań jest tylko zmiana kierunku polaryzacji liniowej emitowanych fotonów to można pokazać, że wystarczającym wzorem jest równanie 2.64. Wielkością jaką mierzono w trakcie pomiarów jest fotoluminescencja w funkcji kąta β , dla ustalonego kierunku pola magnetycznego φ .



Rysunek 2.2: Poglądowy schemat wpływu małego członu proporcjonalnego do $\lambda : \cos(2\gamma + 2\theta)$ na człon $\cos(2\gamma + 2\beta)$. Zmiana fazy wprowadzana przez kąt $2\gamma = \alpha + \varphi$ względem kąta analizatora β nie zostaje zaburzona przez człon zawierający λ , a jedyny wpływ to zmiana głębokości modulacji.

Widać więc, że jeśli zastąpić $\alpha + \varphi \rightarrow 2\gamma$, to siła oscylatora ma postać:

$$A \cos(2\gamma + 2\beta) + \lambda B \cos(2\gamma + 2\theta) + C \lambda \cos(2\beta - 2\theta)$$

i dwa ostatnie człony wprowadzają tylko dudnienie w natężeniu widma, nie wpływają zaś istotnie na kierunek polaryzacji. Innymi słowy zawsze, w trakcie pomiarów anizotropii liniowej polaryzacji emitowanego światła, intensywność linii będzie się zmieniać bardzo podobnie do

$$I = I_0 \cos^2(\beta + \gamma) + const. \quad (2.66)$$

Jedyne na co mają wpływ człony z $B\lambda$ i $C\lambda$ to wartość stałej i głębokość modulacji. Człony te nie mają wpływu na zmianę fazy wprowadzaną przez kąt γ , dodatkowo ponieważ λ jest mała, to tak stała, jak i głębokość modulacji nie są znacząco modyfikowane. Przykład dodawania członów A i B przedstawiony jest na rys. 2.2. Analogiczne rozumowanie można przeprowadzić dla pary A i C .

2.7. Analiza stopnia anizotropii funkcji falowej dziury na podstawie kątowych pomiarów w konfiguracji Voigta

Aby uzyskać dostęp do informacji o anizotropii funkcji falowej dziury należy przyjrzeć się równaniu 2.64 które można przepisać do postaci:

$$f_3 = \rho_3 [1 - \cos(\alpha + \varphi + 2\beta)]$$

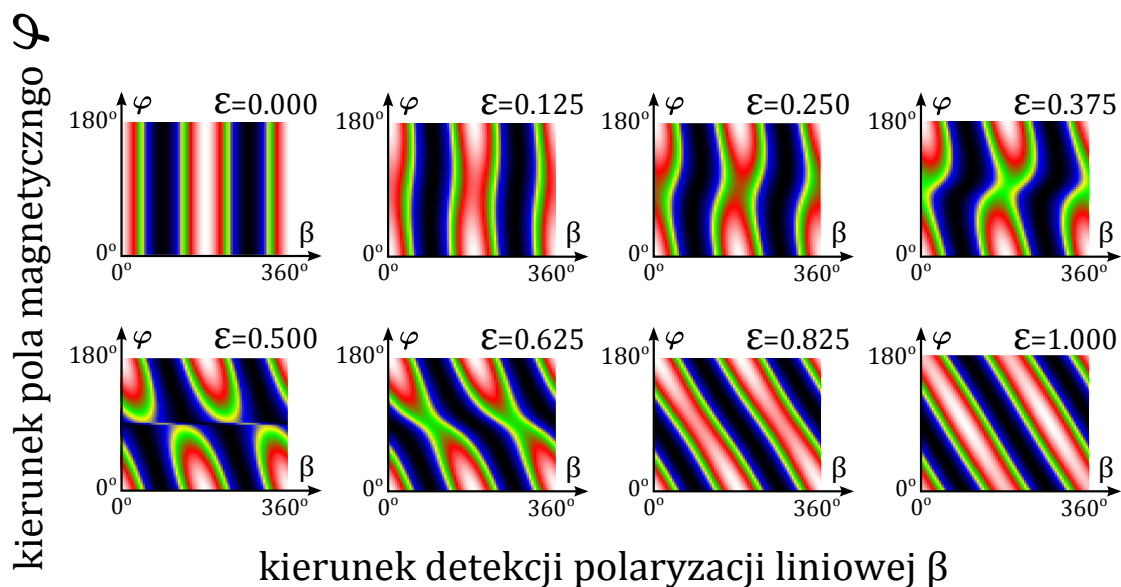
Widać, że intensywność sygnału fotoluminescencji w trakcie obracania polaryzatorem liniowym w detekcji będzie oscylować i może być opisywana zależnością postaci 2.66, a kąt dla którego obserwuje się maksimum natężenia sygnału przesuwa się wraz z kierunkiem pola magnetycznego przyłożonego w płaszczyźnie próbki. Ponieważ α zależy zarówno od kierunku pola magnetycznego φ jak i efektywnego parametru izotropii funkcji falowej dziury ε wygodnie jest wprowadzić przesunięcie kierunku (fazy) polaryzacji liniowej fotoluminescencji ciemnego ekscytonu γ :

$$2\gamma \stackrel{def}{=} \alpha + \varphi = \text{atan2} \left(\frac{\varepsilon \sin(\varphi) - (1 - \varepsilon) \sin(\varphi - 2\theta)}{\varepsilon \cos(\varphi) + (1 - \varepsilon) \cos(\varphi - 2\theta)} \right) + \varphi \quad (2.67)$$

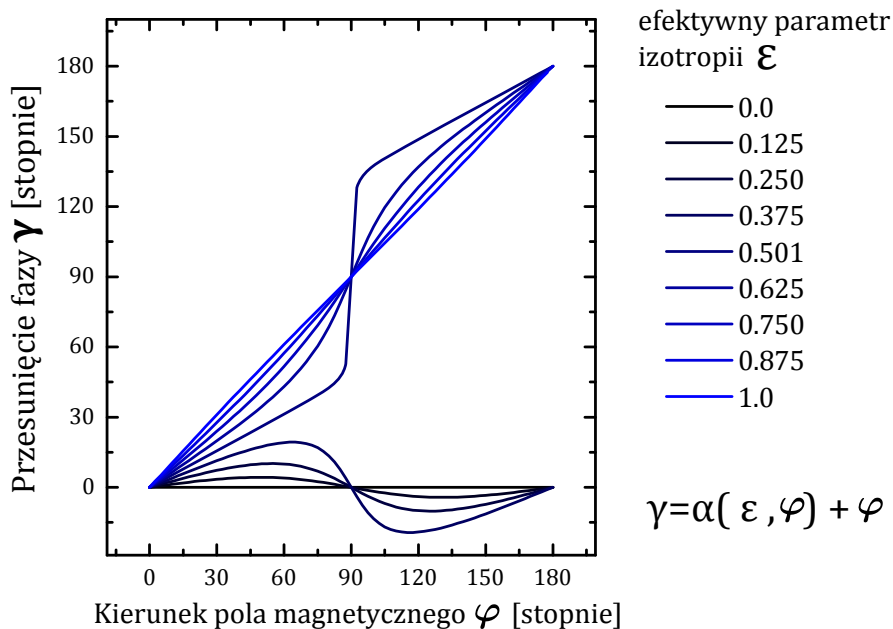
Na rysunku 2.3 przedstawiona jest siła oscylatora w zależności od kąta ustawienia polaryzatora, kąta pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki, oraz efektywnego parametru izotropii funkcji falowej dziury ε . Jak widać charakter tego typu map zmienia się bardzo znacząco w zależności od efektywnego parametru izotropii ε . Co więcej wzór mapy jednoznacznie pozwala stwierdzić ile wynosi ε . Oznacza to, że mierząc zależność intensywności fotoluminescencji w funkcji kąta ustawienia analizatora liniowego dla różnych kierunków pola magnetycznego można jednoznacznie wyznaczyć efektywny parametr anizotropii.

Aby otrzymać efektywny parametr izotropii można dopasowywać mapę uzyskaną z pomiarów oraz mapę obliczonych numerycznie sił oscylatora dla różnych parametrów wejściowych diagonalizowanego numerycznie hamiltonianu 2.35. Taka metoda jest jednak bardzo powolna i trudno uzyskać zadowalające wyniki. Dużo efektywniejsze jest dopasowanie do każdego wiersza mapy, funkcji $A^2 \cos^2(\beta + \gamma) + C$, a następnie dopasowanie do uzyskanego wykresu $\gamma(\varphi)$ zależności danej wzorem⁷ 2.67. Przebieg funkcji $\gamma(\varphi)$ dla różnych parametrów ε przedstawiony jest na rysunku 2.4.

⁷Z przyczyn praktycznych prawdziwa postać wzoru jest nieco zmodyfikowana i podana w dodatku F



Rysunek 2.3: Mapy siły oscylatora w funkcji efektywnego parametru izotropii ϵ . Oś pozioma odpowiada kątowni ustawienia detekcji liniowej polaryzacji β . Wzdłuż osi pionowej zmienia się kąt pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki φ . Siła przejścia jest reprezentowana jasnością kolorów.



Rysunek 2.4: Zależność przesunięcia fazy liniowej polaryzacji fotoluminescencji ciemnego ekscytynu γ w funkcji kierunku pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki φ przy różnych wartościach efektywnego parametru anizotropii funkcji falowej dziury.

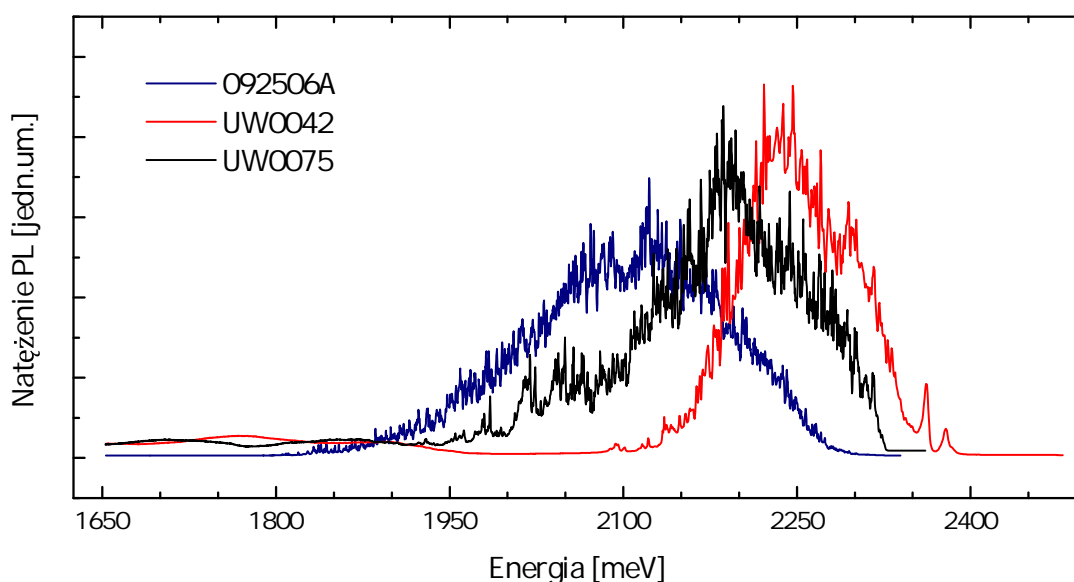
2.8. Podsumowanie

Powyższe rozważania wykazały, że fotoluminescencja ciemnego ekscytonu jest bardzo dobrym narzędziem do poznania stopnia anizotropii funkcji falowej dziury utworzonej głównie z dziury ciężkiej posiadającej jednak niezerową domieszkę dziury lekkiej. Spowodowane jest to tym, że zmiana kierunku polaryzacji liniowej fotonów pochodzących z rekombinacji ciemnego ekscytonu daje pełen dostęp do stopnia anizotropii funkcji falowej dziury. Ponadto pokazano, że do opisu teoretycznego zależności polaryzacyjnych fotoluminescencji ciemnego ekscytonu wystarczy w zupełności uproszczone równanie 2.64 zastosowane do wektora własnego odpowiadającego najniższej energii własnej.

Rozdział 3

Próbki

Badane próbki zawierają kropki kwantowe CdTe w barierze ZnTe i zostały wytworzone przy pomocy technologii epitaksji z wiązek molekularnych (**MBE** *Molecular Beam Epitaxy*) zapewniającej doskonałą jakość krystaliczną. Podłożami, na których przeprowadzany był wzrost, były podłoża GaAs:Si(001). Przy produkcji opisywanych próbek w celu wymuszenia powstawania kropek kwantowych użyta była technika tzw. “amorficznego telluru” [62]. Technika ta polega na napyleniu cienkiej warstwy CdTe (z którego mają powstać kropki kwantowe) na warstwę ZnTe. Następnie próbkę ochładza się i przykrywa cienką warstwą bezpostaciowego telluru. Desorpcja telluru po podwyższeniu temperatury powoduje formowanie się podobnych do kropli wytrąceń CdTe na ZnTe. Potem całość zostaje przykryta warstwą ZnTe stanowiącą barierę, oraz chroniącą kropki przed czynnikami zewnętrznymi (tzw. *cap*).



Rysunek 3.1: Porównanie fotoluminescencji próbek 092506A oraz UW0042 pobudzanych laserem 405 nm o pracy ciągłej i mocy 10 μ W

3.1. Próbki UW0042 oraz UW0075

Próbki UW0042 oraz UW0075 zostały wyhodowane na Uniwersytecie Warszawskim przez mgr. Jakuba Kobaka i dr. Wojciecha Pacuskiego w MBE (komora typu SVT-35) i należą do próbek z bardzo niską gęstością kropek kwantowych [63] wynoszącą około $10^7 - 10^8$ kropek na centymetr kwadratowy. Centralna energia świecenia kropek zawartych w próbce UW0042 wynosi około 2250 meV, a w UW0075 około 2200 meV (patrz rys. 3.1). Próbka UW0075 jest bliźniacza z próbką UW0042 - wszystkie parametry wzrostu są nominalnie identyczne.

Poszczególne warstwy próbki UW0042 oraz UW0075 (od góry, patrz rys. 3.2) :

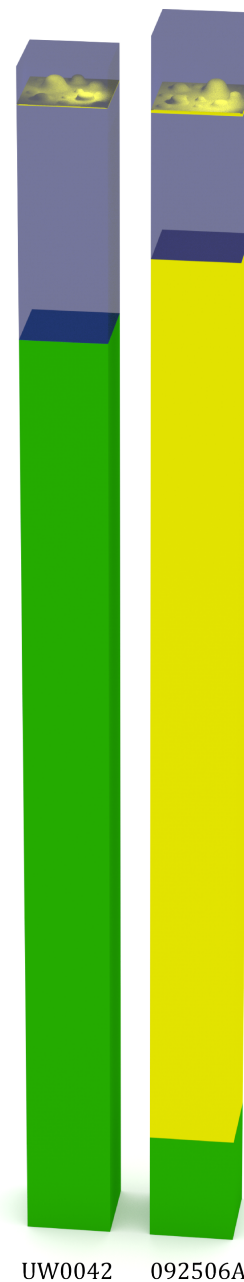
- cap ZnTe 100 nm $T = 345^\circ\text{C}$
- kropki kwantowe CdTe uformowane z 3 monowarstw CdTe w $T = 345^\circ\text{C}$, przy 12 cyklach Cd,Te
- bariera ZnTe 1000 nm $T = 366^\circ\text{C}$
- podłoże GaAs:Si(001)

3.2. Próbka 092506A

Próbka 092506A została wyhodowana w Instytucie Fizyki Polskiej Akademii Nauk przez dr. Piotra Wojnara w MBE z komorą typu EPI-620. Kropki zawarte w tej próbce charakteryzują się większą gęstością wynoszącą około 5×10^9 [64] oraz większym rozrzutem energii fotoluminescencji niż próbka UW0042. Energia odpowiadająca maksimum świecenia wynosi około 2100 meV (patrz rys. 3.1)

Poszczególne warstwy próbki 092506A (od góry, patrz rys. 3.2) :

- cap ZnTe 200 nm $T = 350^\circ\text{C}$
- kropki kwantowe CdTe uformowane z 5 monowarstw CdTe w $T = 260^\circ\text{C}$, przy 5 cyklach Cd,Te
- bariera ZnTe 600 nm $T = 350^\circ\text{C}$
- bufor CdTe 4000 nm
- podłoże GaAs:Si(001)

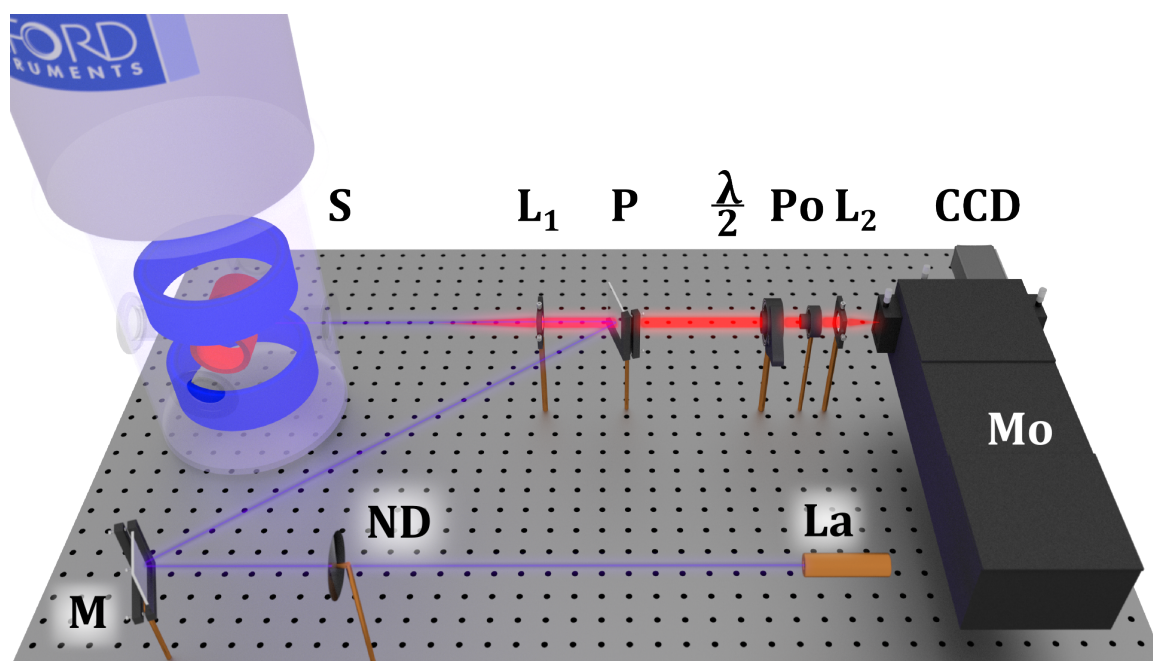


Rysunek 3.2: Struktury próbek UW0042 oraz 092506A

Rozdział 4

Układ doświadczalny

Wszystkie przedstawione w tej pracy wyniki doświadczalne zostały otrzymane w układzie mikro magnetofotoluminescencji opisanym poniżej.



Rysunek 4.1: Układ doświadczalny do pomiarów mikro magnetofotoluminescencji rozdzielonej kątowno i polaryzacyjnie. Opis elementów w tekście.

4.1. Układ pomiarowy

Próbki umieszczane były w helowym kriostatcie zalewowym firmy *Oxford Instruments* (na rys. 4.1 ozn. **S**) zapewniającym temperatury od około 1.5 K do 300 K. W trakcie pomiarów temperatura wynosiła 2 K. Kriostat ten wyposażono w dwie podwójne nadprzewodzące cewki magnetyczne ustawione prostopadle do siebie (na rys. 4.1 w kriostatcie **S** niebieska i czerwona). Konfiguracja cewek i okienka kwarcowego **D** zapewniały dostęp optyczny do próbki w taki sposób, że kierunek biegu światła był prostopadły do kierunku pola magnetycznego (konfiguracja Voigta). Niezależna kontrola prądu płynącego w cewkach nadprzewodzących pozwala

uzyskać dowolne pole magnetyczne w płaszczyźnie xy (patrz rys. 4.2).

Próbka pobudzana była laserem półprzewodnikowym pracy ciągłej o długości fali 405 nm (na rys. 4.1 ozn. **La**). Wiązka lasera osłabiona neutralnym filtrem szarym (na rys. 4.1 ozn. **ND**) odbijała się od srebrnego lustra (na rys. 4.1 ozn. **M**) i trafiała na płytkę światło-dzielącą (na rys. 4.1 ozn. **P**). Układ był używany w dwóch równoważnych konfiguracjach: płytkę światło-dzielącą było szkiełko mikroskopowe - wtedy tuż przed szczeliną monochromatora ustawiony był dodatkowo filtr nieprzepuszczający lasera (BLP01 532R-25 firmy *Semrock*) lub płytkę światło-dzielącą był filtr dichroiczny ustawiony pod niewielkim kątem względem padającej wiązki lasera (BPL01-488R-25 firmy *Semrock*). Dla dostatecznie małego kąta padania własności polaryzacyjne przechodzącego światła nie zmieniają się istotnie przy zastosowaniu drugiej konfiguracji w porównaniu z “czystą polaryzacyjnie” konfiguracją pierwszą¹.

Po odbiciu od płytki **P** wiązka przechodziła przez soczewkę skupiającą o ogniskowej $f=150$ mm LA4904 firmy *Thorlabs* (na rys. 4.1 ozn. **L₁**) i trafiała na obiektyw odbiciowego mikroskopu immersyjnego [65] o powiększeniu $p=100$, aperturze numerycznej $NA=0.722$, odległości teoretycznej płaszczyzny obrazu od płaszczyzny obiektu 56 cm i średnicy obrazowanego pola 120 μm umieszczonego w kriostacie. Ostatecznie plamka lasera pobudzającego, skupiona do obszaru o średnicy poniżej 1 μm , padała na próbkę umieszczoną w kriostacie w taki sposób, że oś wzrostu kropek pokrywała się z osią optyczną układu. Fotoluminescencja pochodząca z próbki przechodziła z powrotem przez mikroskop, soczewkę **L₁**, płytkę światło-dzielącą **P** i dalej trafiała do części analizującej.

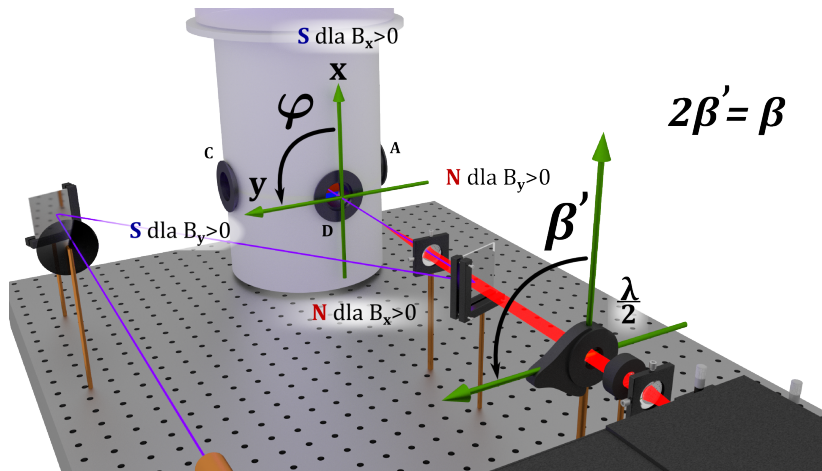
Część analizująca polaryzację światła składała się z superachromatycznej półfalówki B-Halle 310-1100 nm (na rys. 4.1 ozn. $\lambda/2$) w zautomatyzowanym obracającym uchwycie pozwalającym obracać liniową polaryzację światła. Ponadto w jej skład wchodził dodatkowo nieruchomy polaryzator (na rys. 4.1 ozn. **Po**). Na samym końcu ustawiona była soczewka skupiająca o ogniskowej $f=100$ mm LA4545 firmy *Thorlabs*. Właściwości spektralne światła były analizowane przy pomocy spektrometru Acton SP-2750 firmy *Princeton Instruments* (na rys. 4.1 ozn. **Mo**) w konfiguracji SP-2758 z zainstalowanymi siatkami: 300 rys/mm model 750-1-030-1, 1200 rys/mm model 750-1-060-500 oraz 2400 rys/mm model 750-1-240-HVIS. Widmo było rejestrowane przy pomocy kamery CCD Newton DU920P-OE firmy *Andor*.

4.2. Konfiguracje kątów

Polaryzator analizujący **Po** ustawiony był tak, że polaryzował światło poziomo (tzn. pod kątem 87° względem osi x , patrz opis osi na rysunku 4.2). Wartość 87° dobrano analizując niespolaryzowane światło lampy kalibracyjnej przy różnych ustawieniach polaryzatora. Wybrano kąt zapewniający maksymalny sygnał na wyjściu kamery CCD. Półfalówka $\lambda/2$ obracała się o kąt β' liczony względem osi x , przy czym gdy $\beta' = 0^\circ$ polaryzacja światła nie była obrócona, co oznaczało, iż światło było spolaryzowane wzdłuż osi y . Obrót półfalówki o kąt β' odpowiadał obróceniu polaryzacji światła o kąt $\beta = 2\beta'$. Gdy półfalówka w trakcie pomiaru obracała się o 180° to kąt analizowanej polaryzacji przebiegał kąt pełny. W całej pracy używany jest tylko kąt analizowanej polaryzacji światła β .

Kąt przykładanego w płaszczyźnie pola magnetycznego φ liczony był względem osi x co dla indukcji pola magnetycznego $B_x > 0$ oznaczało biegun południowy powyżej osi optycznej, a dla indukcji pola magnetycznego $B_y > 0$ oznaczało biegun południowy przy okienku **C** (patrz rys. 4.2). Indukcja pola magnetycznego w większości eksperymentów miała stałą wartość, która wynosiła $|B|=2\text{T}$.

¹Należy pamiętać, że filtry dichroiczne mogą mieć charakterystyki tak polaryzacyjne, jak i spektralne, bardzo mocno zmieniające się w zależności od kąta padania wiązki.



Rysunek 4.2: Orientacja kierunku (φ) oraz biegunowości (N, S) pola magnetycznego stosowanego w trakcie pomiarów. Używany w pracy kierunek polaryzacji światła β odpowiada ustawieniu półfalówki $2\beta' = \beta$.

4.3. Moc pobudzająca

Pomiędzy laser i filtr szary wstawiona była płytka rozdzielająca światło w stosunku 8:92 typu Pellicle PB208 firmy *Thorlabs*. Odbite 8 % światła lasera padało na głowicę miernika mocy². Zwykle optymalny stosunek jasności świecenia ciemnego ekscytynu względem jasnego ekscytynu otrzymywano przy odczycie mocy pobudzającej wynoszącym około 10 μW co odpowiada faktycznej mocy pobudzania równej około 115 μW .

4.4. Procedura pomiarowa

Standardowa procedura pomiarowa po znalezieniu kropki kwantowej o wyraźnych liniach emisyjnych przy zerowym polu magnetycznym składała się z następujących kroków:

- Pomiar fotoluminescencji w funkcji mocy pobudzania w celu identyfikacji linii emisyjnych
- Pomiar anizotropii liniowej polaryzacji emisji w celu dalszej identyfikacji linii oraz ustalenia parametru rozszczepienia anizotropowego jasnego ekscytynu δ_1
- Włączenie pola magnetycznego o wartości indukcji 2T w celu zaobserwowania ciemnego ekscytynu
- Ustalenie optymalnej mocy pobudzania zapewniającej dostateczny stosunek intensywności $I_{\text{ciemny}}/I_{\text{jasny}}$ (im mniejsza moc pobudzająca tym lepiej) przy zachowaniu dostatecznej ilości zliczeń (im większa moc pobudzająca tym lepiej)
- Wielokrotne pomiary anizotropii (skan β od 0° do 360°) dla różnych kątów pola magnetycznego (φ od 0° do 180°)

Znajdując, dla każdego pomiaru anizotropii, kierunek polaryzacji fotoluminescencji ciemnego ekscytynu w funkcji kąta φ pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki możliwe było znalezienie efektywnego parametru anizotropii funkcji falowej dziury ε dla danej kropki kwantowej.

²Aby otrzymać intensywność wiązki wchodzącej do kriostatu należy odczyt z miernika pomnożyć razy $92/8=11.5$

Rozdział 5

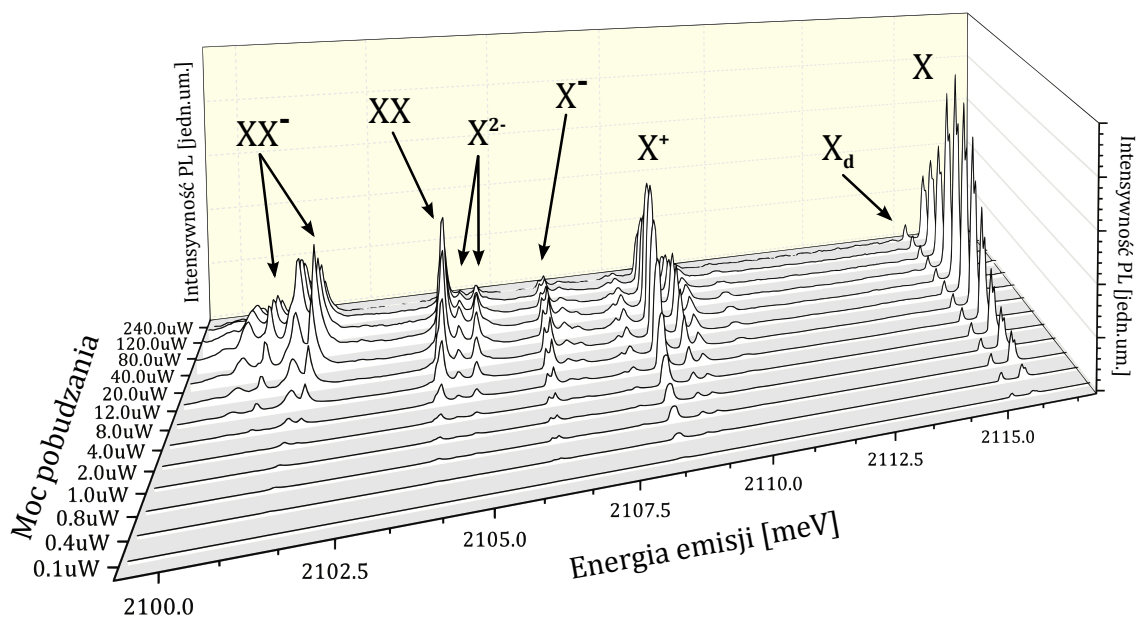
Wyniki pomiarów

Zgodnie z procedurą opisaną w sekcji 4.4, przebadano 16 kropek kwantowych, których zmierzone parametry podane są w tabeli 5.1. Na rysunku 5.3a przedstawiono przykładowe widmo reprezentatywnej kropki kwantowej QD 12 (patrz tabela 5.1), zmierzone bez pola magnetycznego, wraz z identyfikacją linii emisyjnych. Rozpoznanie z rekombinacji jakiego kompleksu ekscytonowego pochodzi dana linia emisyjna, bazowało na pomiarze anizotropii liniowej polaryzacji fotoluminescencji (rys.5.3b) [14,15,59], a w przypadku wątpliwości na dodatkowym pomiarze zależności intensywności widma od mocy pobudzenia (rys. 5.1 oraz rys. 5.2) tak jak w [66]. Na rysunku 5.3b i 5.3c pokazane jest widmo oraz wynik pomiaru anizotropii liniowej polaryzacji fotoluminescencji QD 12 w polu magnetycznym o indukcji $B=2T$. Fotoluminescencja pochodząca z rekombinacji “pojaśnionego” ciemnego ekscytonu oznaczona jest jako X^d . Widać, iż emisja ciemnego ekscytonu, zgodnie z rozważaniami przedstawionymi w rozdziale 2, jest spolaryzowana liniowo. Rysunki 5.3e, 5.3f, 5.3g przedstawiają powiększoną mapę pomiaru anizotropii liniowej polaryzacji emisji dla różnych kątów pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki. Wyraźnie widać, że kierunek polaryzacji linii ciemnego ekscytonu przesuwa się wraz ze zmianą kierunku pola magnetycznego.

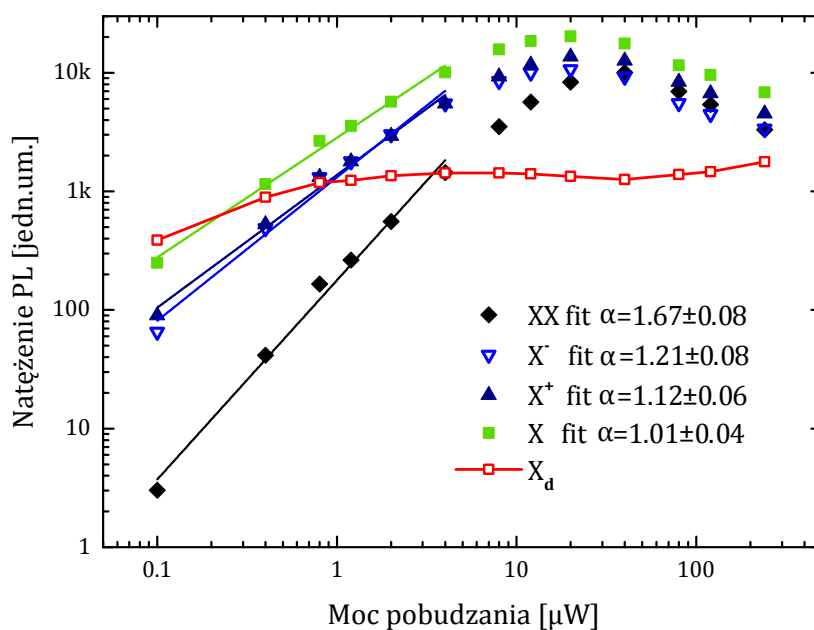
Nazwa	Katalog	Próbka	ε^*	δ_0^\dagger [μeV]	δ_1^\ddagger [μeV]	δ_1/δ_0	E X [meV]	E X_d [meV]
QD 1	d131218	092506A	0.11	768	319	0.415	1850.73	1850.50
QD 2	d131219	092506A	0.15	877	85	0.097	1857.42	1857.17
QD 3	d131220	092506A	0.18	773	66	0.086	1828.91	1828.14
QD 4	d130430	UW0042	0.21	529	13	0.024	2208.02	2207.49
QD 5	d131219	092506A	0.22	782	53	0.067	1845.74	1845.51
QD 6	d130429	UW0042	0.30	429	121	0.282	2159.29	2158.86
QD 7	d130430	UW0042	0.33	425	43	0.100	2190.05	2189.63
QD 8	d130825	UW0042	0.34	519	26	0.051	2133.54	2133.02
QD 9	d140225	UW0042	0.37	467	19	0.040	2153.03	2152.56
QD 10	d130826	UW0042	0.38	437	20	0.045	2129.73	2129.29
QD 11	d130428	UW0042	0.47	472	66	0.140	2185.45	2184.98
QD 12	d140301	UW0075	0.53	853	106	0.124	2088.58	2087.72
QD 13	d130828	UW0042	0.59	418	35	0.084	2133.60	2133.19
QD 14	d140227	UW0042	0.59	440	29	0.066	2169.89	2169.45
QD 15	d130831	UW0042	0.63	515	103	0.200	2116.36	2115.85
QD 16	d140302	UW0075	0.74	785	30	0.039	2070.55	2069.77

niepewności pomiarowe: $^*\Delta\varepsilon = 10\%$ $^\dagger\Delta\delta_0 = 30\mu\text{eV}$ $^\ddagger\Delta\delta_1 = 15\mu\text{eV}$

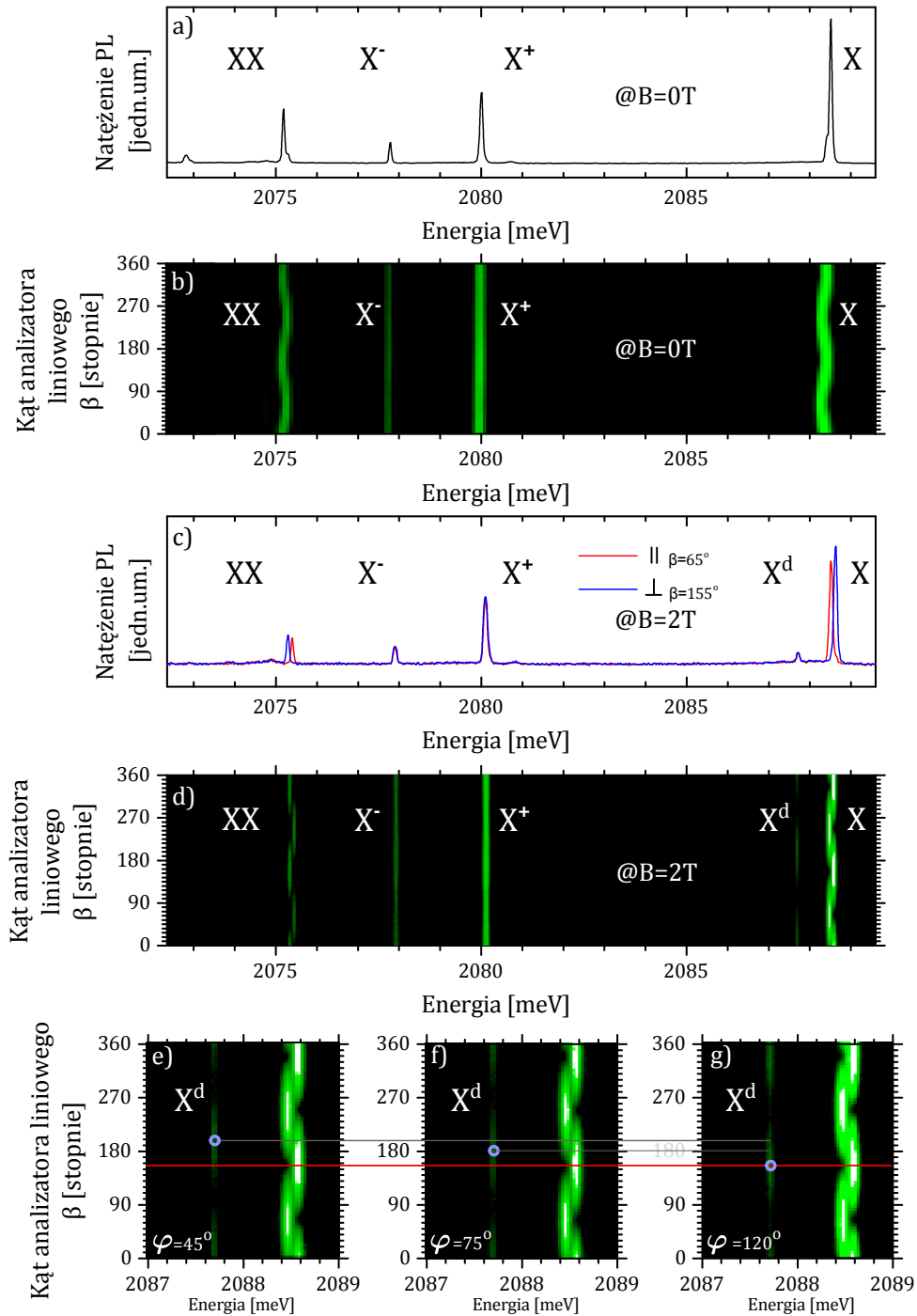
Tablica 5.1: Parametry zmierzonych kropek



Rysunek 5.1: Przykładowe widmo fotoluminescencji kropki kwantowej (QD 8) w zależności od mocy pobudzenia dla $B=2T$.

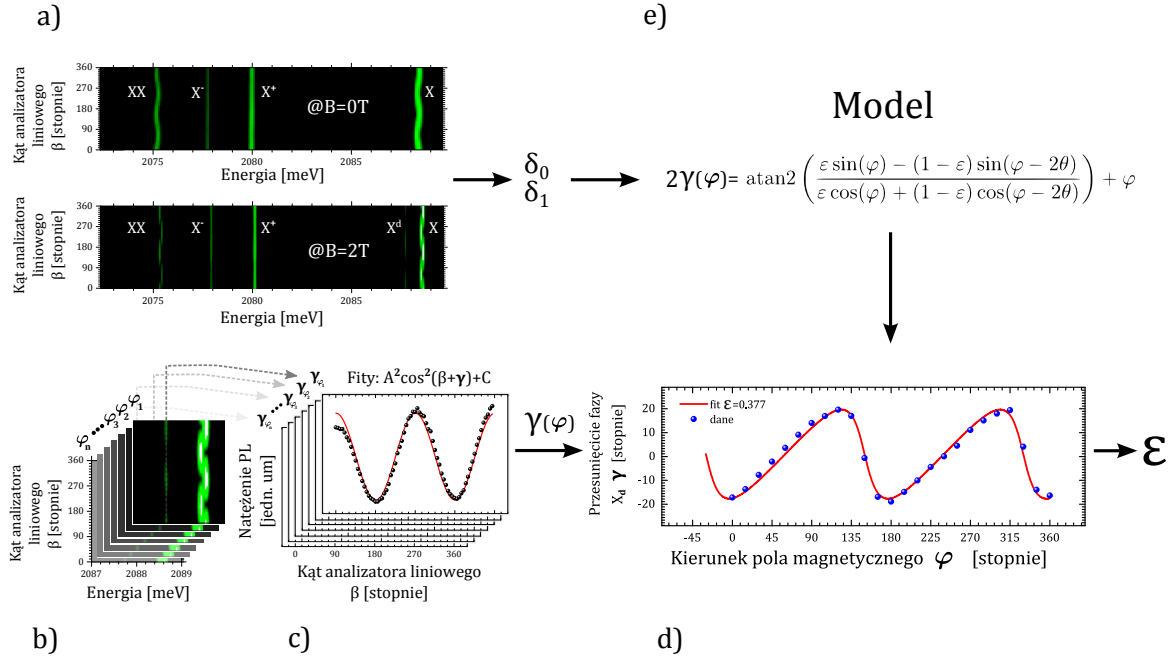


Rysunek 5.2: Intensywność linii emisyjnych różnych kompleksów ekscytonowych w zależności od mocy pobudzenia (QD 8) w skali dwulogarytmicznej. Wyraźnie widać przemieszczanie się maksimum intensywności w stronę wyższych mocy dla coraz wyższych kompleksów. Natężenie świecenia ciemnego ekscytonu bardzo szybko ulega nasyceniu. Do początkowych fragmentów wykresu dopasowano funkcję wykładniczą z wykładnikiem α . Im wyższy kompleks ekscytonowy tym wyższy wykładnik.



Rysunek 5.3: a) Przykładowe widmo reprezentatywnej kropki kwantowej QD 12 dla $B=0T$ b) Wynik pomiaru anizotropii linowej polaryzacji fotoluminescencji dla $B=0T$ c) Widmo QD 12 dla $B=2T$ d) Wynik pomiaru anizotropii linowej polaryzacji fotoluminescencji dla $B=2T$, widoczna fotoluminescencja “pojaśnionego” ciemnego ekscytonu (X^d). e), f), g) Powiększona mapa pomiaru anizotropii liniowej polaryzacji fotoluminescencji dla różnych kątów pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki. Zaznaczono zmianę kierunku polaryzacji linii ciemnego ekscytonu wraz ze zmianą kąta pola magnetycznego φ .

Aby wyznaczyć efektywny parametr izotropii funkcji falowej dziury ε postępowano zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 5.4. Po wykonaniu serii pomiarów anizotropii liniowej polaryzacji dla różnych kierunków pola magnetycznego, sporządzano z każdego pomiaru wykres zależności intensywności świecenia ciemnego ekscytonu w funkcji kąta ustawienia analizatora liniowego. Do takiego wykresu dopasowywano funkcję $A^2 \cos^2(\beta + \gamma)$. Mając dla każdego ustawienia pola magnetycznego γ_φ tworzący wykres $\gamma(\varphi)$. Z dopasowania funkcji podanej w dodatku F do krzywej $\gamma(\varphi)$ otrzymywano efektywny parametr izotropii funkcji falowej dziury ε .

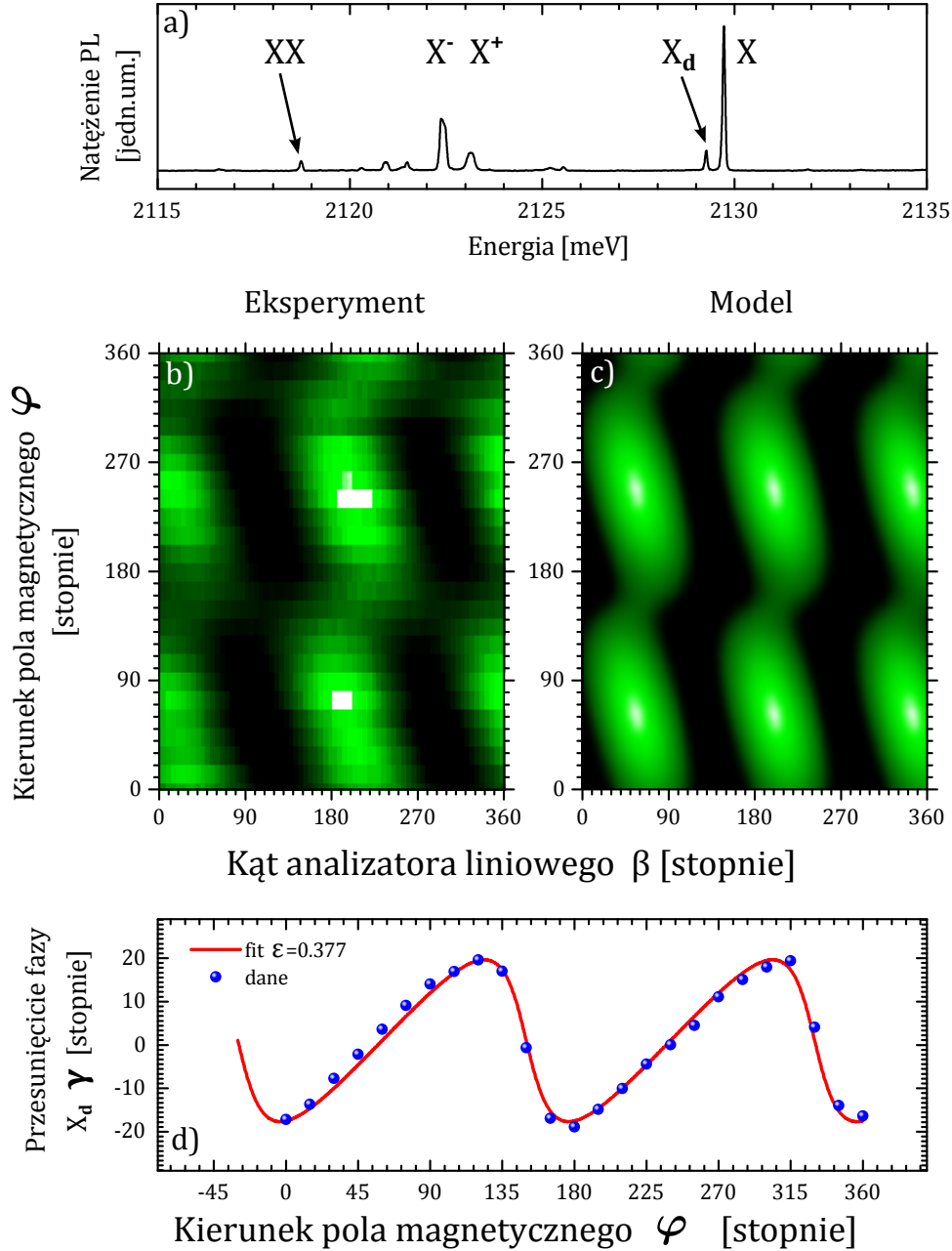


Rysunek 5.4: Schemat wyznaczenia efektywnego parametru izotropii ε . a) Pomiar anizotropii liniowej polaryzacji fotoluminescencji dostarczają informacji o parametrach $\delta_0, \delta_1, \lambda$ b) Zestaw map anizotropii liniowej polaryzacji fotoluminescencji ciemnego ekscytonu dla różnych kierunków φ pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki. c) Po dopasowaniu funkcji $A^2 \cos^2(\beta + \gamma) + C$ do intensywności fotoluminescencji dla różnych kątów polaryzacji liniowej analizatora uzyskanych z b) pozwala wyznaczyć krzywą zależności $\gamma(\varphi)$. d), e) Dopasowując do doświadczalnej krzywej $\gamma(\varphi)$ uzyskany w rozdziale 2 wzór 2.67 otrzymuje się jako parametr dopasowania efektywny parametr izotropii ε .

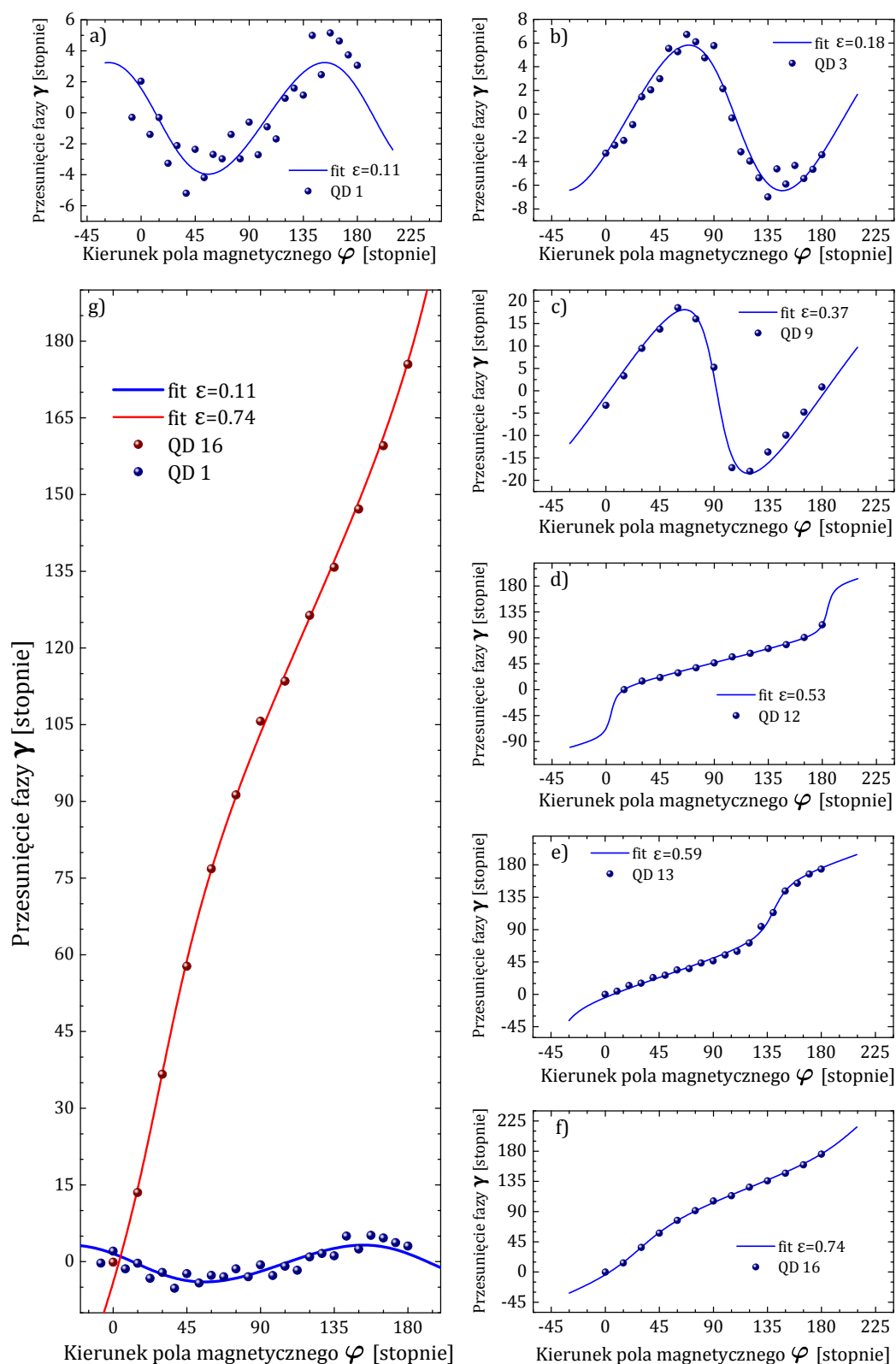
Przykładowe widmo kropki kwantowej QD 10 wraz z mapą intensywności fotoluminescencji ciemnego ekscytonu w funkcji kąta polaryzacji analizatora liniowego β przedstawione są odpowiednio na rysunku 5.5a i 5.5b. Symulację otrzymanej mapy, zgodnie z modelem zawartym w rozdziale 2, widać na rysunku 5.5c. Rysunek 5.5d przedstawia dopasowanie wzoru 2.67 do uzyskanej z mapy 5.5b zależności $\gamma(\varphi)$.

Dopasowania wzoru 2.67 do zmierzonych zależności $\gamma(\varphi)$ dla niektórych kropek prezentuje rysunek 5.6. Na szczególną uwagę zasługuje wykres 5.6g zestawiający zależności $\gamma(\varphi)$ dla kropki QD 1 oraz QD 16. Przedstawienie tych zależności na wspólnym wykresie ilustruje skrajnie różne charaktery funkcji falowej dziury w obydwu kropkach. Funkcja falowa dziury w kropce QD 1 jest bardzo mocno anizotropowa ($\varepsilon = 0.11$), co skutkuje niewielkimi zmianami kąta liniowej polaryzacji emisji ciemnego ekscytonu przy zmianach kierunku pola magnetycznego w płaszczyźnie próbki. Zupełnie odwrotnie zachowuje się kropka QD 16,

której funkcja falowa dziury jest prawie całkowicie izotropowa ($\varepsilon = 0.74$). Skutkuje to “podążaniem” kierunku liniowej polaryzacji fotoluminescencji ciemnego ekscytonu za kierunkiem pola magnetycznego.



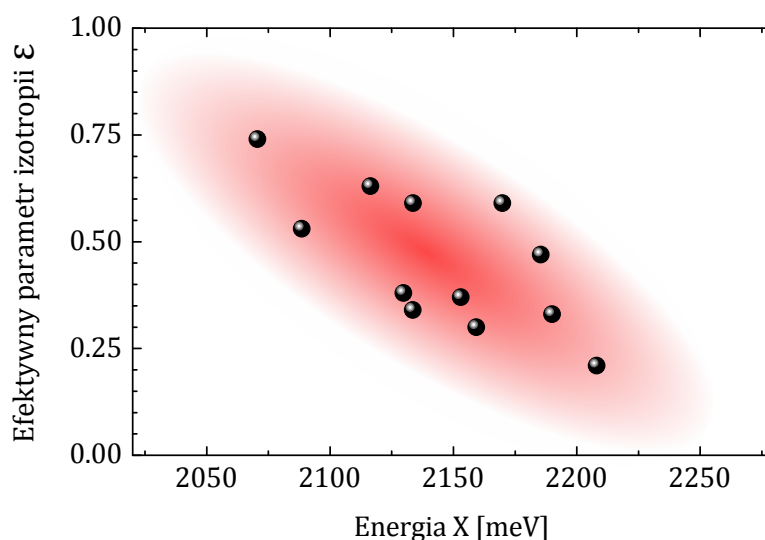
Rysunek 5.5: a) Widmo fotoluminescencji kropki kwantowej QD 10 dla $B=2T$. b) Zmierzona mapa intensywności fotoluminescencji ciemnego ekscytonu w funkcji kąta polaryzacji analizatora liniowego β c) Analityczna mapa intensywności fotoluminescencji ciemnego ekscytonu w funkcji kąta polaryzacji analizatora liniowego β dla efektywnego parametru izotropii $\varepsilon = 0.377$. d) Zmiana fazy świecenia ciemnego ekscytonu w zależności od kierunku pola magnetycznego, wraz z dopasowaniem (wzór 2.67 dla $\varepsilon = 0.377$)



Rysunek 5.6: a),...,f) Przykłady dopasowań wzoru 2.67 do zmierzonych zależności $\gamma(\varphi)$ dla niektórych kropek. g) Zestawienie kropki z najmniejszym i największym parametrem anizotropii ε (odpowiadające wykresom a) oraz f)). Użycie tej samej skali pozwala na lepszą wizualizację całkowicie odmiennych charakterów funkcji falowej dziury. Funkcja falowa dziury w kropce QD 16 jest prawie całkowicie izotropowa, w odróżnieniu do tej w kropce QD 1.

5.1. Dyskusja

Zawarte w tabeli 5.1 dane wskazują na wyraźną korelację stopnia anizotropii funkcji falowej dziury (wartość efektywnego parametru ε) z wartością energii linii emisyjnej związanej z rekombinacją jasnego ekscytonu (rys. 5.7) dla próbek UW. Im większa energia ekscytonu związanego w kropce tym bardziej anizotropowa jest funkcja falowa dziury. Powiązanie energii ekscytonu z rozmiarem kropki kwantowej pozwala wnioskować, że im mniejsza jest kropka kwantowa tym funkcja falowa dziury jest bardziej anizotropowa. Dla kropek kwantowych z próbki 092506A o znacznie niższej energii emisji, ilość przebadanych kropek jest niewystarczająca by wykazać jakiś trend. Jednakże niewielki rozrzut znalezionych efektywnych parametrów izotropii wskazuje na znacznie bardziej anizotropowy charakter kropek znajdujących się w próbce z IFPANu.

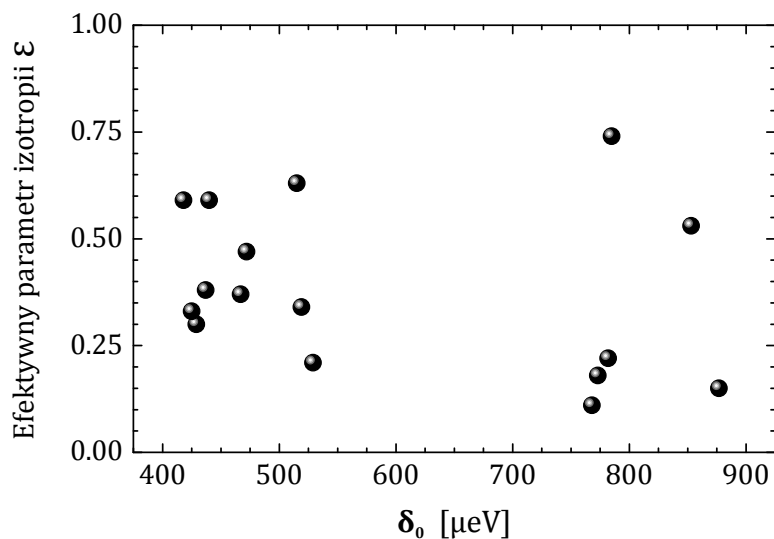


Rysunek 5.7: Zależność efektywnego parametru izotropii funkcji falowej dziury w zależności od energii emisji ekscytonu, dla różnych kropek kwantowych z próbek UW. Widoczny jest wyraźny trend: im niższa energia emisji ekscytonu tym bardziej izotropowa funkcja falowa dziury.

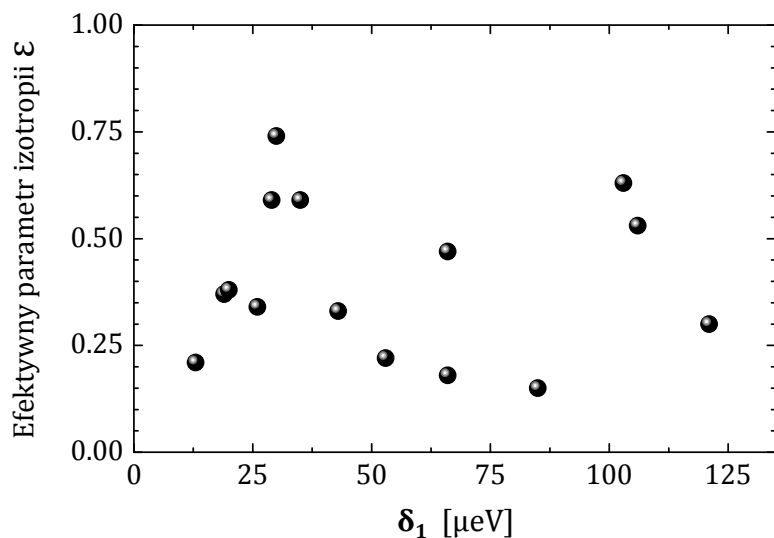
Dalsza analiza uzyskanych danych wykazuje brak korelacji pomiędzy anizotropią funkcji falowej dziury, a anizotropią oddziaływania wymiany elektron dziura. Wykresy przedstawiające zależność efektywnego parametru izotropii ε w zależności od wartości energii δ_0 oraz δ_1 pokazane są na rysunkach 5.8 oraz 5.9.

Porównanie wartości efektywnego parametru izotropii dziury ε w zależności od próbki prowadzi do wniosku, iż próbki wyprodukowane na Uniwersytecie Warszawskim (UW0042, UW0075) wykazują znacznie bardziej izotropowy charakter funkcji falowej dziury niż próbki pochodzące z Instytutu Fizyki Polskiej Akademii Nauk. Najprawdopodobniej decydującym parametrem różniącym te dwie grupy próbek jest temperatura i ilość cykli potrzebnych do osadzania warstwy CdTe, z których formują się kropki kwantowej. Podczas produkcji próbek UW kropki osadza się w wyższej temperaturze (UW $T = 345^\circ\text{C}$, IFPAN $T = 260^\circ\text{C}$). W związku z tym do osadzenia kropek na próbkach z IFPANu potrzeba więcej cykli ALE (naprzemienne otwieranie Cd i Te) do nałożenia podobnej grubości warstwy CdTe [67]. Wyższa

temperatura nakładania warstw może powodować większe rozmycie interfejsu CdTe/ZnTe, a co za tym idzie do zmniejszenia anizotropii kropki kwantowej. Prawdopodobnie wygrzewanie próbki 092506A mogłoby doprowadzić do zmniejszenia anizotropii funkcji falowej dziury w kropkach znajdujących się na tej próbce ¹.



Rysunek 5.8: Zależność efektywnego parametru izotropii funkcji falowej dziury w zależności od wartości δ_0 - brak wyraźnej korelacji.



Rysunek 5.9: Zależność efektywnego parametru izotropii funkcji falowej dziury w zależności od wartości δ_1 - brak wyraźnej korelacji.

¹ Interpretacja ta została zaproponowana przez dr. Pióra Wojonara.

Rozdział 6

Podsumowanie

W pracy tej przedstawiono sposób wyznaczania stopnia anizotropii funkcji falowej dziury w samorganizowanych kropkach kwantowych. Używając dwuosiowego magnesu nadprzewodzącego oraz układu spektroskopowego, pozwalającego mierzyć widma fotoluminescencji dla różnych polaryzacji liniowych, przeprowadzono analizę zachowania polaryzacji liniowej fotoluminescencji pojaśnionego ciemnego ekscytonu w zależności od kierunku pola magnetycznego w płaszczyźnie kropki kwantowej. Zaproponowany model bazujący na hamiltonianie Luttingera oraz Bira-Pikusa pozwolił wytłumaczyć zmierzone zależności kątowe i zinterpretować je w języku anizotropii funkcji falowej dziury. Analiza danych uzyskanych dla kilkunastu kropek kwantowych CdTe/ZnTe ujawnia korelację pomiędzy stopniem anizotropii funkcji falowej dziury, a energią emisji fotoluminescencji pochodzącej z rekombinacji ekscytonu neutralnego. Nie zaobserwowano jednak korelacji anizotropii funkcji falowej dziury z anizotropią oddziaływania wymiany elektron-dziura.

Wśród przeanalizowanych kropek kwantowych występowały opisywane dotychczas w literaturze kropki kwantowe o anizotropowej funkcji falowej dziury, jak również kropki kwantowe o prawie całkowicie izotropowej funkcji falowej dziury. Występujące różnice w stopniu anizotropii funkcji falowej dziury pomiędzy próbkami wyhodowanymi na Uniwersytecie Warszawskim i w Instytucie Fizyki Polskiej Akademii Nauk może być tłumaczona innymi temperaturami wzrostu warstwy tworzącej kropki kwantowe. Wyższa temperatura wzrostu zdaje się prowadzić do znacznie bardziej izotropowych kropek kwantowych. Można to tłumaczyć ułatwioną dyfuzją materiału w wyższej temperaturze, która skutkuje zmniejszeniem niejednorodności kropki kwantowej.

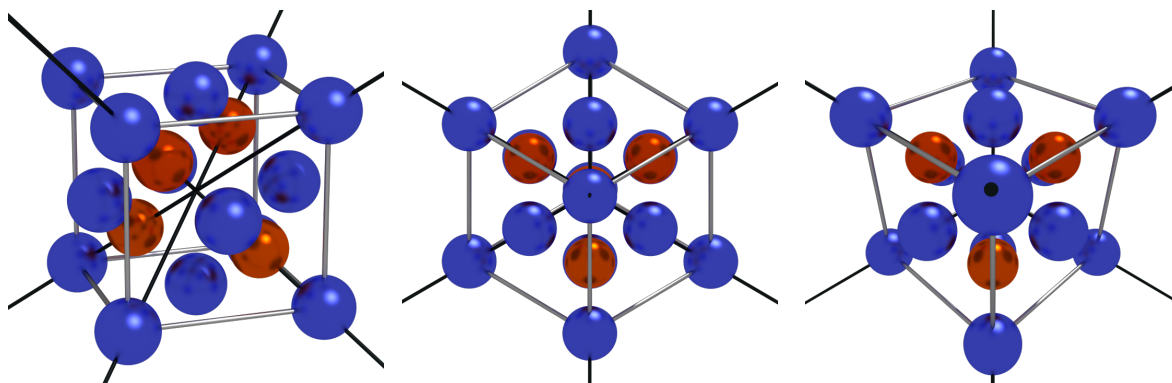
Zaproponowana metoda wyznaczania anizotropii funkcji falowej dziury może być z powodzeniem użyta w innych systemach kropek kwantowych niż CdTe/ZnTe.

Dodatek A

Grupa $F\bar{4}3m$ (T_d)

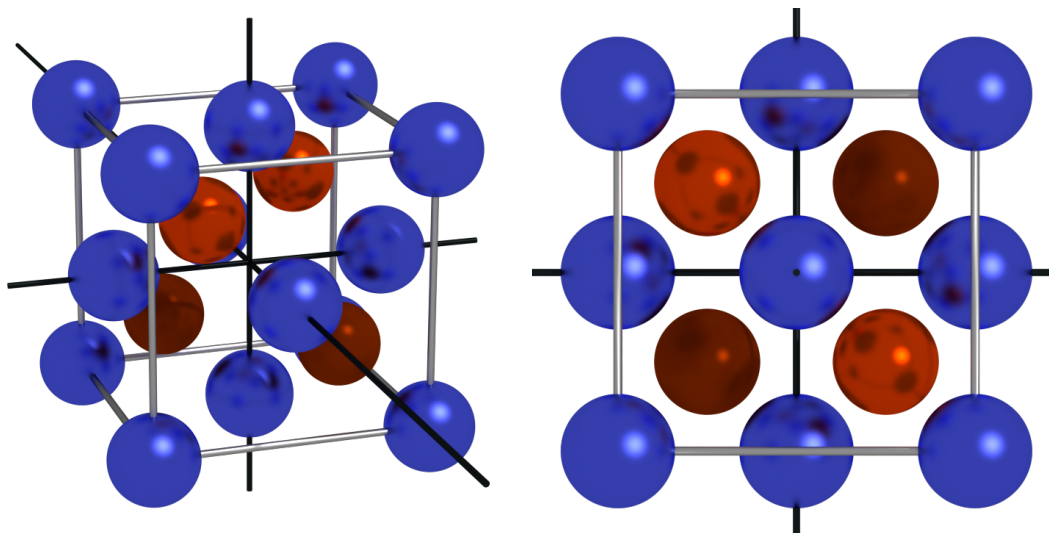
Grupa ta posiada 24 elementy rozłożone w pięciu klasach [51]:

- element jednostkowy e
- osie trzykrotne (rys. A.1)
 - 4 osie c_3 (obrót o kąt 120° w prawo)
 - * oś pokrywająca się z przekątną przechodzącą przez atom o współrzędnych $[0,0,0]$
 - * oś pokrywająca się z przekątną przechodzącą przez atom o współrzędnych $[1,0,0]$
 - * oś pokrywająca się z przekątną przechodzącą przez atom o współrzędnych $[1,1,0]$
 - * oś pokrywająca się z przekątną przechodzącą przez atom o współrzędnych $[0,1,0]$
 - 4 osie c_3^2 (obrót o kąt 240° w lewo)
 - * osie pokrywają się z osiami c_3
- odbicia zwierciadlane σ_d (rys. A.3)
 - 2 płaszczyzny przechodzące przez przekątne naprzeciwległych ścian równoległych do płaszczyzny xy
 - 2 płaszczyzny przechodzące przez przekątne naprzeciwległych ścian równoległych do płaszczyzny xz
 - 2 płaszczyzny przechodzące przez przekątne naprzeciwległych ścian równoległych do płaszczyzny yz
- obroty czterokrotne z odbiciem s_4 (rys. A.2)
 - 3 osie s_4 (obrót o kąt 90° w prawo i odbicie w płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu)
 - * oś przechodząca przez środki ścian równoległych do płaszczyzny xy
 - * oś przechodząca przez środki ścian równoległych do płaszczyzny xz
 - * oś przechodząca przez środki ścian równoległych do płaszczyzny yz
 - 3 osie s_4^3 (obrót o 270° w lewo i odbicie w płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu)
 - * osie pokrywają się z osiami s_4
- obroty dwukrotne c_2 o kąt 180° (rys. A.2)
 - oś przechodząca przez środki ścian równoległych do płaszczyzny xy
 - oś przechodząca przez środki ścian równoległych do płaszczyzny xz
 - oś przechodząca przez środki ścian równoległych do płaszczyzny yz



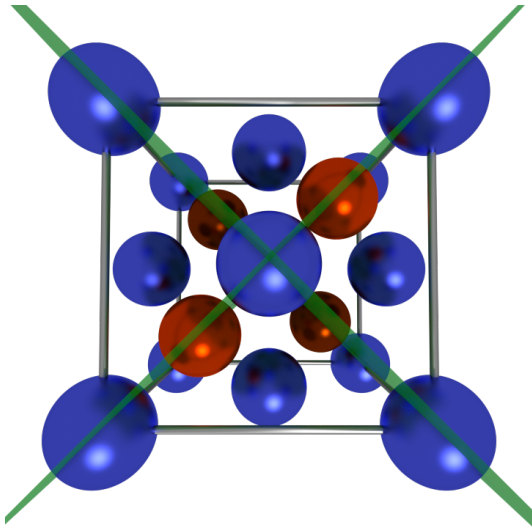
(a) Cztery osie trzykrotne rzut perspektywiczny (b) Widok od przekątnej rzut orograficzny (c) Widok od przekątnej rzut perspektywiczny

Rysunek A.1: Cztery osie trzykrotne przechodzące przez każdy z atomów podstawy. Powyższe osie odpowiadają elementom c_3 przy obrocie w prawo oraz c_3^4 przy obrocie w lewo.

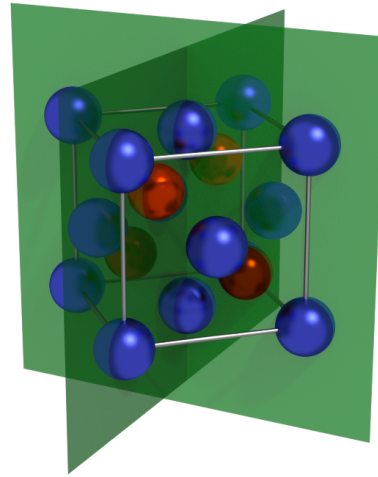


(a) Trzy osie przechodzące przez środki ścian (b) Trzy osie przechodzące przez środki ścian (widok z góry rzut orograficzny)

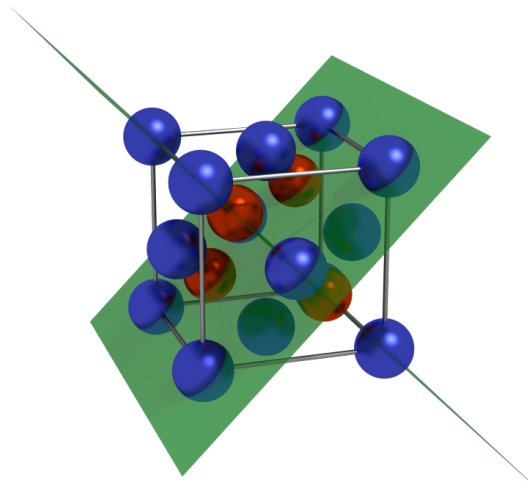
Rysunek A.2: Trzy osie przechodzące przez środki ścian. Odpowiadają one trzem elementom s_4 przy obrocie w prawo, trzem elementom s_4^3 przy obrocie w lewo, oraz trzem elementom c_2 (obrót o 180°)



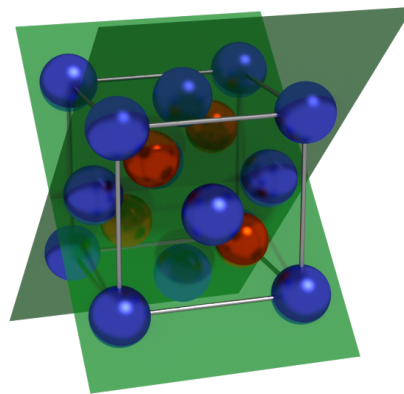
(a) 2 płaszczyzny przechodzące przez przekątne naprzeciwległych ścian równoległych do płaszczyzny xy (widok z góry)



(b) 2 płaszczyzny przechodzące przez przekątne naprzeciwległych ścian równoległych do płaszczyzny xy



(c) 2 płaszczyzny przechodzące przez przekątne naprzeciwległych ścian równoległych do płaszczyzny xz



(d) 2 płaszczyzny przechodzące przez przekątne naprzeciwległych ścian równoległych do płaszczyzny yz

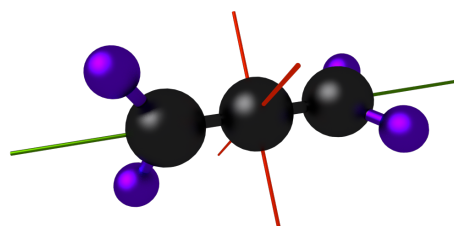
Rysunek A.3: Odbicia zwierciadlane σ_d

Dodatek B

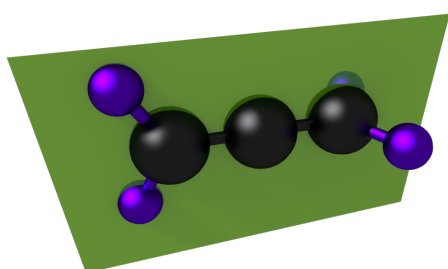
Grupa $F\bar{4}2m$ (D_{2d})

Grupa ta posiada 8 elementów [51]:

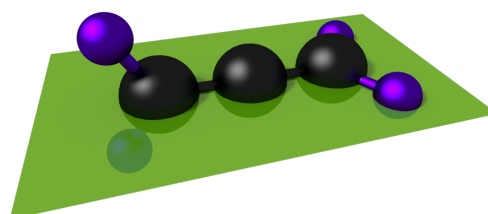
- element jednostkowy e
- obroty czterokrotne z odbiciem s_4 (rys. B.1a)
 - s_4 (obrót o kąt 90° w prawo i odbicie w płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu)
 - * oś zgodna z osią z
 - s_4^3 (obrót o 270° w lewo i odbicie w płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu)
 - * oś zgodna z osią z
- obroty dwukrotne c_2 o kąt 180° (rys. B.1a)
 - oś zgodna z osią z
- obroty dwukrotne c'_2 o kąt 180° prostopadłe do osi n -tego rzędu ($n=2$) (rys. B.1a)
 - dwie osie drugiego rzędu (o kąt 180°) prostopadłe do c_2 (rys. B.1a)
 - * oś zgodna z kierunkiem xy
 - * oś zgodna z kierunkiem yx
- odbicia zwierciadlane σ
 - płaszczyzna przechodząca przez oś drugiego rzędu, pośrodku pomiędzy dwiema osiami drugiego rzędu c'_2
 - * płaszczyzna przechodząca przez punkt $[0,0,0]$ i oś x (rys. B.1b)
 - * płaszczyzna przechodząca przez punkt $[0,0,0]$ i oś y (rys. B.1c)



(a) Osie obrotów związanych z elementami s_4 , c_2 oraz c_2'

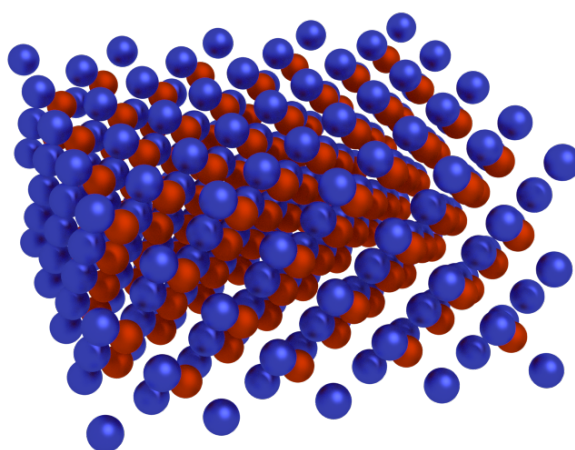


(b) Płaszczyzna xz związana z elementem symetrii c_2'



(c) Płaszczyzna yz związana z elementem symetrii c_2'

Rysunek B.1: Elementy symetrii cząsteczki allenu są opisywane grupą D_{2d}



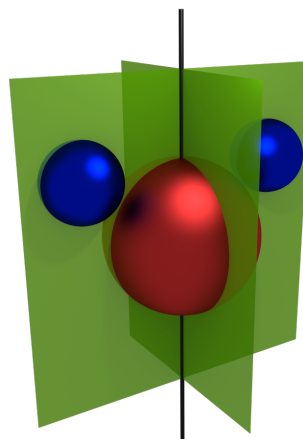
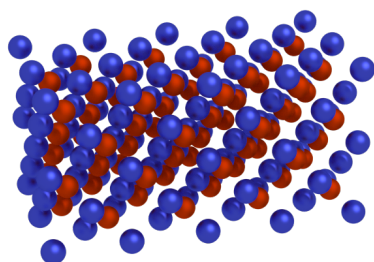
Rysunek B.2: Kropka kwantowa zbudowana z CdTe będąca graniastosłupem prawidłowym czworokątnym z kwadratem w podstawie ma symetrię D_{2d}

Dodatek C

Grupa $Fmm2$ (C_{2v})

Grupa ta posiada 4 elementy [51]:

- element jednostkowy e
- obrót dwukrotny c_2 o kąt 180° pokrywający się z osią z
- odbicia zwierciadlane σ
 - płaszczyzna xz
 - płaszczyzna yz



(a) Kropka kwantowa zbudowana z CdTe będąca graniastoslupem prawidłowym (b) Elementy symetrii C_{2v} : jedna oś czworokątnym z prostokątem w podstawie ma symetrię C_{2v} - niższą niż kropka z rysunku B.2

Rysunek C.1: Grupa symetrii $Fmm2$ (C_{2v})

Dodatek D

Znaki i wartości elementów macierzowych

Aby wyjaśnić pochodzenie znaków i wartości w równaniu 2.46 należy zapisać funkcje falowe dziur pasma walencyjnego w języku funkcji wodoropodobnych.

Zgodnie z konwencją stosowaną przez Bira i Pikusa (równ. 10.25 na str. 86 w [51]) orbitale o całkowitym orbitalnym momencie pędu $L = 1$ można wyrazić poprzez funkcje falowe o symetrii X , Y , Z jako:

$$\Psi_{1,0} = Z \quad \Psi_{1,+1} = -\frac{X + iY}{\sqrt{2}} \quad \Psi_{1,-1} = +\frac{X - iY}{\sqrt{2}} \quad (\text{D.1})$$

Funkcje falowe ¹ (w zasadzie spinory) dziur wynoszą:

$$\begin{aligned} | +3/2 \rangle &= -\uparrow \frac{X + iY}{\sqrt{2}} \\ | +1/2 \rangle &= \uparrow \sqrt{\frac{2}{3}} Z - \downarrow \frac{X + iY}{\sqrt{6}} \\ | -1/2 \rangle &= \downarrow \sqrt{\frac{2}{3}} Z + \uparrow \frac{X - iY}{\sqrt{6}} \\ | -3/2 \rangle &= +\downarrow \frac{X - iY}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Możliwe jest zapisanie powyższych stanów dziurowych o całkowitym momencie pędu $J = 3/2$ przy pomocy stanów D.1 o orbitalnym momencie pędu $L = 1$ oraz spinie $S = 1/2$. Jest to w istocie procedura wyznaczenia współczynników Clebsha-Gordana ².

¹Występuje bardzo wiele konwencji znaków występujących przed poszczególnymi członami funkcji falowych. Wiąże się to z różnym sposobem myślenia o dziurze, jako o nieobecności w paśmie walencyjnym elektronu o pewnych własnościach. Prezentowane w tej pracy znaki i współczynniki przy funkcjach falowych są przyjęte zgodnie z: S. L. Chuangiem (str. 367 w [33]), Y. Légerem [25], G.L. Birem (str. 172 równ. 16.9a oraz str. 178 równ. 16.32a w [51])

²Trzeba pamiętać, że występuje kilka konwencji znaku tych współczynników. Tutaj zastosowana jest konwencja Wignera [68]

Wyrażone funkcje D.2 przez D.1 wynoszą:

$$\begin{aligned}
|+3/2\rangle &= +\uparrow \Psi_{1,+1} \\
|+1/2\rangle &= +\uparrow \sqrt{\frac{2}{3}} \Psi_{1,0} + \downarrow \frac{\Psi_{1,+1}}{\sqrt{3}} \\
|-1/2\rangle &= +\downarrow \sqrt{\frac{2}{3}} \Psi_{1,0} + \uparrow \frac{\Psi_{1,-1}}{\sqrt{3}} \\
|-3/2\rangle &= +\downarrow \Psi_{1,-1}
\end{aligned} \tag{D.3}$$

W celu uproszczenia zapisu stan dziurowy o rzucie orbitalnego momentu pędu l_z i rzucie spinu s będzie zapisywany jako $|l_z s\rangle$, przy użyciu konwencji strzałkowej dla spinu (patrz sekcja 1.5). Wtedy stany D.3 można przepisać jako:

$$\begin{aligned}
|+3/2\rangle &= + | +1 \uparrow \rangle \\
|+1/2\rangle &= +\sqrt{\frac{1}{3}} | +1 \downarrow \rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} | 0, \uparrow \rangle \\
|-1/2\rangle &= +\sqrt{\frac{1}{3}} | -1 \uparrow \rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} | 0, \downarrow \rangle \\
|-3/2\rangle &= + | -1 \downarrow \rangle
\end{aligned} \tag{D.4}$$

Jednakże w skład ekscytonu wchodzi jeszcze elektron z pasma przewodnictwa o przestrzennej funkcji falowej typu S prowadząc do stanów bazowych $|\mathbf{i}S \uparrow\rangle$, $|\mathbf{i}S \downarrow\rangle$. Stany ekscytonu będą więc zapisywane jako $|j_z^h; s_c^e\rangle$. Szukając elementów macierzowych przejścia pomiędzy stanem składającym się z dziury i elektronu z pasma przewodnictwa do stanu będącego pustą kropką i korzystając z notacji $\langle \psi_{final} | \mathbf{p} | \psi_{init} \rangle$ można zapisać postać typowego elementu jako $\langle \emptyset | \mathbf{p} | j_z^h; s_c^e \rangle$ gdzie \mathbf{p} jest operatorem momentu dipolowego (\hat{X} , \hat{Y} , \hat{Z} , $\hat{\sigma}_+$, $\hat{\sigma}_-$). Zapis ten stosowany w [25] w istocie jest tożsamy z $\langle K^{-1}(j_z^h) | \mathbf{p} | \mathbf{i}S, s_c^e \rangle$ gdzie K jest operacją inwersji czasu wynikającą z konieczności zachowania równania Schrödingera niezmienniczym względem odwrócenia zwrotu czasu ($t \rightarrow -t$) oraz przejścia z języka dziur do języka elektronów walencyjnych. W przypadku spinorów operatorem zapewniającym poprawną transformację spinora względem inwersji czasu jest K takie, że (równ. 18.23 str. 196 w [51]):

$$K\psi = \sigma_y K_0 \psi = \sigma_y \psi^* = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{i} \\ \mathbf{i} & 0 \end{pmatrix} \psi^* \tag{D.5}$$

gdzie $*$ oznacza sprzężenie zespolone. Sprawdzając jak K działa na spin \uparrow oraz \downarrow otrzymuje się:

$$\begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{i} \\ \mathbf{i} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{i} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{D.6}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{i} \\ \mathbf{i} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\mathbf{i} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{D.7}$$

Ponadto dla momentu pędu $J = 1$ (równ. C.89 str. 250 [69]) K działa na stany $|+1\rangle$, $|0\rangle$, $|-1\rangle$ w następujący sposób:

$$K|+1\rangle = -|-1\rangle \quad K|0\rangle = |0\rangle \quad K|-1\rangle = -|+1\rangle \tag{D.8}$$

przy czym w tym wypadku macierzą analogiczną, do macierzy σ_y dla spinu $1/2$, jest macierz:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & +1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.9})$$

Dodatkowo zachodzą własności:

$$K^{-1} = -K = -TK_0 \quad \langle +1 | = (\psi_{+1})^* = -\psi_{-1} \quad \hat{\sigma}_+ \Psi_{1,-1} = -1 \cdot (\hat{X}X + \hat{Y}Y)/2$$

oraz:

$$\hat{X} = \frac{\hat{\sigma}^- - \hat{\sigma}^+}{\sqrt{2}} \quad \hat{Y} = \mathbf{i} \frac{\hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+}{\sqrt{2}} \quad \hat{Z} = \hat{\sigma}^0 \quad (\text{D.10})$$

lub odwrotnie:

$$\hat{\sigma}_0 = \hat{Z} \quad \hat{\sigma}_+ = -\frac{\hat{X} + \mathbf{i}\hat{Y}}{\sqrt{2}} \quad \hat{\sigma}_- = +\frac{\hat{X} - \mathbf{i}\hat{Y}}{\sqrt{2}} \quad (\text{D.11})$$

Biorąc pod uwagę wszystkie powyższe definicję można już wyznaczyć odpowiednie elementy macierzowe:

$$\begin{aligned} \langle \emptyset | \hat{\sigma}_+ | +3/2; \downarrow \rangle &\stackrel{\text{def}}{=} \langle K^{-1}(+3/2) | \hat{\sigma}_+ | \mathbf{i}S, \downarrow \rangle = - \int TK_0(\Psi_{1,+1}^* \uparrow) \hat{\sigma}_+(\mathbf{i}S \downarrow) = \\ &= - \int T(\Psi_{1,+1} \uparrow) \hat{\sigma}_+(\mathbf{i}S \downarrow) = - \int (-\Psi_{1,-1} \downarrow) \hat{\sigma}_+(\mathbf{i}S \downarrow) = - \int \hat{\sigma}_+ \Psi_{1,-1} \downarrow \downarrow S = \\ &= - \int S \downarrow \downarrow (X - \mathbf{i}Y)(-\hat{X} - \mathbf{i}\hat{Y})/2 = - \int S \downarrow \downarrow (-\hat{X}X - \mathbf{i}\hat{Y}Y)/2 = +P \equiv +1 \quad (\text{D.12}) \end{aligned}$$

Przy czym założono, że całka $\int S \hat{X}X = \int S \hat{Y}Y$, a niezerowe elementy występują tylko wtedy gdy spin elektronu z pasma przewodnictwa jest taki sam jak brakującego elektronu w paśmie walencyjnym (zwroty strzałek muszą być zgodne). Wartość wszystkich elementów macierzowych można podzielić przez stałą $P = \int S \hat{X}X$. Kolejne elementy macierzowe wynoszą:

$$\begin{aligned} \langle \emptyset | \hat{\sigma}_+ | +1/2; \uparrow \rangle &\stackrel{\text{def}}{=} \langle K^{-1}(+1/2) | \hat{\sigma}_+ | \mathbf{i}S, \uparrow \rangle = - \int TK_0 \left(+\sqrt{\frac{2}{3}}\Psi_{1,0} \uparrow + \frac{\Psi_{1,+1}}{\sqrt{3}} \downarrow \right)^* \hat{\sigma}_+(\mathbf{i}S \uparrow) = \\ &= -\sqrt{\frac{1}{3}} \int T(\Psi_{1,+1} \downarrow + \sqrt{2}\Psi_{1,0} \uparrow) \hat{\sigma}_+(\mathbf{i}S \uparrow) = -\sqrt{\frac{1}{3}} \int (-\Psi_{1,-1}(-\mathbf{i}) \uparrow + \mathbf{i}\sqrt{2}\Psi_{1,0} \downarrow) \hat{\sigma}_+(\mathbf{i}S \uparrow) = \\ &= +\sqrt{\frac{1}{3}} \int (\Psi_{1,-1} \uparrow + \sqrt{2}\Psi_{1,0} \downarrow) \hat{\sigma}_+ \uparrow S = +\sqrt{\frac{1}{3}} \int S \uparrow \uparrow \hat{\sigma}_+ \Psi_{1,-1} = -P\sqrt{\frac{1}{3}} \equiv -\sqrt{\frac{1}{3}} \quad (\text{D.13}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \emptyset | \hat{\sigma}_- | -3/2; \uparrow \rangle &\stackrel{\text{def}}{=} \langle K^{-1}(-3/2) | \hat{\sigma}_+ | \mathbf{i}S, \uparrow \rangle = - \int TK_0(\Psi_{1,-1}^* \downarrow) \hat{\sigma}_-(\mathbf{i}S \uparrow) = \\ &= - \int T(\Psi_{1,-1} \downarrow) \hat{\sigma}_-(\mathbf{i}S \uparrow) = - \int (-\Psi_{1,+1}(-\mathbf{i}) \uparrow) \hat{\sigma}_-(\mathbf{i}S \uparrow) = \int \hat{\sigma}_- \Psi_{1,+1} \uparrow \uparrow S = -P \equiv -1 \quad (\text{D.14}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \emptyset | \hat{\sigma}_- | -1/2; \downarrow \rangle &\stackrel{\text{def}}{=} \langle K^{-1}(-1/2) | \hat{\sigma}_- | \mathbf{iS}, \downarrow \rangle = - \int TK_0 \left(+\sqrt{\frac{2}{3}}\Psi_{1,0} \downarrow + \frac{\Psi_{1,-1}}{\sqrt{3}} \uparrow \right)^* \hat{\sigma}_- (\mathbf{iS} \downarrow) = \\
&= -\sqrt{\frac{1}{3}} \int T(\Psi_{1,-1} \uparrow + \sqrt{2}\Psi_{1,0} \downarrow) \hat{\sigma}_- (\mathbf{iS} \downarrow) = -\sqrt{\frac{1}{3}} \int (-\Psi_{1,+1} \mathbf{i} \downarrow - \mathbf{i}\sqrt{2}\Psi_{1,0} \uparrow) \hat{\sigma}_- (\mathbf{iS} \downarrow) = \\
&= +\sqrt{\frac{1}{3}} \int (-\Psi_{1,-1} \uparrow - \sqrt{2}\Psi_{1,0} \uparrow) \hat{\sigma}_- \downarrow S = -\sqrt{\frac{1}{3}} \int S \uparrow \uparrow \hat{\sigma}_- \Psi_{1,+1} = +P\sqrt{\frac{1}{3}} \equiv +\sqrt{\frac{1}{3}}
\end{aligned} \tag{D.15}$$

Podsumowując:

$$\langle \emptyset | \hat{\sigma}_+ | +\frac{3}{2}; \downarrow \rangle = +1 \tag{D.16}$$

$$\langle \emptyset | \hat{\sigma}_+ | +\frac{1}{2}; \uparrow \rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}} \tag{D.17}$$

$$\langle \emptyset | \hat{\sigma}_- | -\frac{3}{2}; \uparrow \rangle = -1 \tag{D.18}$$

$$\langle \emptyset | \hat{\sigma}_- | -\frac{1}{2}; \downarrow \rangle = +\frac{1}{\sqrt{3}} \tag{D.19}$$

W ten sam sposób można otrzymać znaki macierzowe dla przejść związanych z polaryzacjami liniowymi:

$$\langle \emptyset | \hat{X} | +\frac{3}{2}; \downarrow \rangle = - \int \hat{X} \left(\frac{+X - \mathbf{i}Y}{\sqrt{2}} \right) S \Downarrow = -\frac{1}{\sqrt{2}} \tag{D.20}$$

$$\langle \emptyset | \hat{X} | +\frac{1}{2}; \uparrow \rangle = +\sqrt{\frac{1}{3}} \int \hat{X} \left(\frac{+X - \mathbf{i}Y}{\sqrt{2}} \right) S \Uparrow = +\frac{1}{\sqrt{6}} \tag{D.21}$$

$$\langle \emptyset | \hat{X} | -\frac{3}{2}; \uparrow \rangle = + \int \hat{X} \left(\frac{-X - \mathbf{i}Y}{\sqrt{2}} \right) S \Uparrow = -\frac{1}{\sqrt{2}} \tag{D.22}$$

$$\langle \emptyset | \hat{X} | -\frac{1}{2}; \downarrow \rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}} \int \hat{X} \left(\frac{-X - \mathbf{i}Y}{\sqrt{2}} \right) S \Downarrow = +\frac{1}{\sqrt{6}} \tag{D.23}$$

$$\langle \emptyset | \hat{Y} | +\frac{3}{2}; \downarrow \rangle = - \int \hat{Y} \left(\frac{+X - iY}{\sqrt{2}} \right) S \downarrow \downarrow = + \frac{i}{\sqrt{2}} \quad (\text{D.24})$$

$$\langle \emptyset | \hat{Y} | +\frac{1}{2}; \uparrow \rangle = +\sqrt{\frac{1}{3}} \int \hat{Y} \left(\frac{+X - iY}{\sqrt{2}} \right) S \uparrow \uparrow = - \frac{i}{\sqrt{6}} \quad (\text{D.25})$$

$$\langle \emptyset | \hat{Y} | -\frac{3}{2}; \uparrow \rangle = + \int \hat{Y} \left(\frac{-X - iY}{\sqrt{2}} \right) S \uparrow \uparrow = - \frac{i}{\sqrt{2}} \quad (\text{D.26})$$

$$\langle \emptyset | \hat{Y} | -\frac{1}{2}; \downarrow \rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}} \int \hat{Y} \left(\frac{-X - iY}{\sqrt{2}} \right) S \downarrow \downarrow = + \frac{i}{\sqrt{6}} \quad (\text{D.27})$$

$$\langle \emptyset | \hat{Z} | +\frac{1}{2}; \downarrow \rangle = +\sqrt{\frac{1}{3}} \int \hat{Z} \sqrt{2} Z S \downarrow \downarrow = +\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (\text{D.28})$$

$$\langle \emptyset | \hat{Z} | -\frac{1}{2}; \uparrow \rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}} \int \hat{Z} \sqrt{2} Z S \uparrow \uparrow = -\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (\text{D.29})$$

Zgodnie z równaniami D.16-D.19 widać, że przy anihilacji fotonu o momencie pędu $+1$ wagi przy operatorach anihilacji ekscytonu $c_{\downarrow}h_{3/2}$ i $c_{\uparrow}h_{1/2}$ wynoszą odpowiednio $+1$ oraz $-1/\sqrt{3}$, a przeciwne znaki występują dla operatorów $c_{\uparrow}h_{-3/2}$ i $c_{\downarrow}h_{-1/2}$. Powyższe wnioski tłumaczą postać równania 2.46.

Dodatek E

Operatory macierzowe momentu pędu

Dla elektronu spotyka się dwie definicje macierzy Pauliego (poprawnie jest mówić o macierzach Pauliego i operatorach momentu pędu $1/2$).

- Pierwsza wymaga czynnika $1/2$ w hamiltonianie na przykład dla składowej z pola magnetycznego: $\hat{H}_z = \mu_B g_0 B \sigma_z / 2$

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{i} \\ \mathbf{i} & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.1})$$

- Drugiej odpowiada hamiltonian $\hat{H}_z = \mu_B g_0 B S_z$ i czynnik $1/2$ jest włączony w macierze momentu pędu S :

$$\sigma_x \stackrel{def}{=} S_x = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y \stackrel{def}{=} S_y = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{i} \\ \mathbf{i} & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z \stackrel{def}{=} S_z = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.2})$$

- Dla dziury o całkowitym momencie pędu równym $3/2$:

$$J_x = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & 0 & \sqrt{3}/2 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{E.3})$$

$$J_y = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{i}\sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ \mathbf{i}\sqrt{3}/2 & 0 & -\mathbf{i} & 0 \\ 0 & \mathbf{i} & 0 & -\mathbf{i}\sqrt{3}/2 \\ 0 & 0 & \mathbf{i}\sqrt{3}/2 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{E.4})$$

$$J_z = \begin{pmatrix} 3/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3/2 \end{pmatrix} \quad (\text{E.5})$$

$$J_x^3 = \begin{pmatrix} 0 & 7\sqrt{3}/8 & 0 & 3/4 \\ 7\sqrt{3}/8 & 0 & 5/2 & 0 \\ 0 & 5/2 & 0 & 7\sqrt{3}/8 \\ 3/4 & 0 & 7\sqrt{3}/8 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{E.6})$$

$$J_y^3 = \begin{pmatrix} 0 & -i7\sqrt{3}/8 & 0 & i3/4 \\ i7\sqrt{3}/8 & 0 & -i5/2 & 0 \\ 0 & i5/2 & 0 & -i7\sqrt{3}/8 \\ -i3/4 & 0 & i7\sqrt{3}/8 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{E.7})$$

Dodatek F

Implementacja funkcji dopasowywanej do wyników pomiarów

Poniżej przedstawiona jest implementacja funkcji `F_hole_anizotropi` w języku programowania `Python` odpowiadająca wzorowi 2.67 i zwracająca kąt γ podany w stopniach, w zależności od efektywnego parametru izotropii ε , i kątów θ , φ , φ_{offset} , γ_{offset} podanych w stopniach.

```
from matplotlib.pyplot import *
from math import atan2

def F_hole_anizotropi(phi, eps, theta, shift, const):
    '''Analytical solution of phase of dark exciton
    with applied in-plane magnetic field
    phi is direction [in degs] of magnetic field
    eps is effective isotropy parameter
    shift is shift of in-plane magnetic field
    const is initial phase of dark exciton'''
    small=1e-8
    phi=phi+small+shift
    sign=+1.
    if eps<=0.5:
        sign =-1.
    else:
        sign=+1.
    b=eps*sin(phi*pi/180.)-(1-eps)*sin((phi-2*theta)*pi/180.)
    a=eps*cos(phi*pi/180.)+(1-eps)*cos((phi-2*theta)*pi/180.)
    sign_rest=+sign*180.*(int(floor(phi+180))/int(360))
    res=(180.*atan2(b,a)/pi+phi)/2.+sign_rest+const
    return res

def plotani(eps,theta):
    y=[]
    phis=arange(-360,720,1)
    for phi in phis:
        y.append(F_hole_anizotropi(phi,eps,theta,0,0))
    plot(phis,y)

plotani(0.8,0)
plotani(0.6,0)
plotani(0.501,0)
plotani(0.499,0)
plotani(0.4,0)
plotani(0.25,0)
plotani(0.01,0)

legend(("eps=0.8", "eps=0.6", "eps=0.501", "eps=0.499",
"eps=0.4", "eps=0.25", "eps=0.01"), "lower right")
show()
```

Bibliografia

- [1] Q. Sun, Y. A. Wang, L. S. Li, D. Wang, T. Zhu, J. Xu, C. Yang and Y. Li, Bright, multicoloured light-emitting diodes based on quantum dots, Nature Photonics, **1** (2007)(12) 717, doi:10.1038/nphoton.2007.226 6
- [2] G. Morrison, QDs display, 2013, URL <http://www.cnet.com/news/what-are-quantum-dots-and-how-could-they-help-your-next-tv/> 6
- [3] Quantum dots LED, 2004, URL <http://www.qdvision.com/color-iq> 6
- [4] C. Chinnock, Time to Buy a Quantum Dot TV, 2013, URL <http://www.display-central.com/free-news/display-daily/time-to-buy-a-quantum-dot-tv/> 6
- [5] A. Y. Cho and J. R. Arthur, Molecular beam epitaxy, Progress in Solid State Chemistry, **10, Part 3** (1975) 157, doi:10.1016/0079-6786(75)90005-9 6
- [6] Quantum dots lasers, 2006, URL http://www.qdlaser.com/?page_id=38 7
- [7] C. Kloeffer and D. Loss, Prospects for Spin-Based Quantum Computing in Quantum Dots, Annual Review of Condensed Matter Physics, **4** (2013)(1) 51, doi:10.1146/annurev-conmatphys-030212-184248 7
- [8] V. Zwiller, T. Aichele, W. Seifert, J. Persson and O. Benson, Generating visible single photons on demand with single InP quantum dots, Applied Physics Letters, **82** (2003)(10) 1509, doi:10.1063/1.1558952 7
- [9] O. Benson, C. Santori, M. Pelton and Y. Yamamoto, Regulated and Entangled Photons from a Single Quantum Dot, Physical Review Letters, **84** (2000)(11) 2513, doi:10.1103/PhysRevLett.84.2513 7
- [10] T. Heindel, C. A. Kessler, M. Rau, C. Schneider, M. Fürst, F. Hargart, W.-M. Schulz, M. Eichfelder, R. Roßbach, S. Nauerth, M. Lerner, H. Weier, M. Jetter, M. Kamp, S. Reitzenstein, S. Höfling, P. Michler, H. Weinfurter and A. Forchel, Quantum key distribution using quantum dot single-photon emitting diodes in the red and near infrared spectral range, New Journal of Physics, **14** (2012)(8) 083001, doi:10.1088/1367-2630/14/8/083001 7
- [11] M. Goryca, P. Plochocka, T. Kazimierczuk, P. Wojnar, G. Karczewski, J. A. Gaj, M. Potemski and P. Kossacki, Brightening of dark excitons in a single CdTe quantum dot containing a single Mn²⁺ ion, Physical Review B, **82** (2010)(16) 165323, doi:10.1103/PhysRevB.82.165323 7, 8, 22
- [12] M. Goryca, T. Kazimierczuk, M. Nawrocki, A. Golnik, J. A. Gaj, P. Kossacki, P. Wojnar and G. Karczewski, Optical Manipulation of a Single Mn Spin in a CdTe-Based Quantum Dot, Physical Review Letters, **103** (2009)(8) 087401, doi:10.1103/PhysRevLett.103.087401 7
- [13] J. Kobak, T. Smoleński, M. Goryca, M. Papaj, K. Gietka, A. Bogucki, M. Koperski, J.-G. Rousset, J. Suffczyński, E. Janik, M. Nawrocki, A. Golnik, P. Kossacki and W. Pacuski, Designing quantum dots for solotronics, Nature Communications, **5** (2014), doi:10.1038/ncomms4191 7
- [14] T. Kazimierczuk, T. Smoleński, J. Kobak, M. Goryca, W. Pacuski, A. Golnik, K. Fronc, Ł. Kłopotowski, P. Wojnar and P. Kossacki, Optical study of electron-electron exchange interaction in CdTe/ZnTe quantum dots, Physical Review B, **87** (2013)(19), doi:10.1103/PhysRevB.87.195302 7, 45

- [15] T. Smoleński, T. Kazimierczuk, M. Goryca, T. Jakubczyk, Ł. Kłopotowski, Ł. Cywiński, P. Wojnar, A. Golnik and P. Kossacki, In-plane radiative recombination channel of a dark exciton in self-assembled quantum dots, *Physical Review B*, **86** (2012)(24), doi:10.1103/PhysRevB.86.241305 7, 22, 25, 30, 45
- [16] T. Kazimierczuk, T. Smoleński, M. Goryca, Ł. Kłopotowski, P. Wojnar, K. Fronc, A. Golnik, M. Nawrocki, J. A. Gaj and P. Kossacki, Magnetophotoluminescence study of intershell exchange interaction in CdTe/ZnTe quantum dots, *Physical Review B*, **84** (2011)(16), doi:10.1103/PhysRevB.84.165319 7
- [17] S. Fafard, Z. R. Wasilewski, C. N. Allen, K. Hinzer, J. P. McCaffrey and Y. Feng, Lasing in quantum-dot ensembles with sharp adjustable electronic shells, *Applied Physics Letters*, **75** (1999)(7) 986, doi:10.1063/1.124253 7
- [18] K. Kukliński, Ł. Kłopotowski, K. Fronc, M. Wiater, P. Wojnar, P. Rutkowski, V. Votiotis, R. Grousson, G. Karczewski, J. Kossut and T. Wojtowicz, Tuning the inter-shell splitting in self-assembled CdTe quantum dots, *Applied Physics Letters*, **99** (2011)(14) 141906, doi:10.1063/1.3643476 7
- [19] A. Babinski, M. Potemski, S. Raymond, J. Lapointe and Z. R. Wasilewski, Emission from a highly excited single InAs-GaAs quantum dot in magnetic fields: An excitonic Fock-Darwin diagram, *Physical Review B*, **74** (2006)(15) 155301, doi:10.1103/PhysRevB.74.155301 7
- [20] A. H. Trojnar, M. Korkusiński, E. S. Kadantsev, P. Hawrylak, M. Goryca, T. Kazimierczuk, P. Kossacki, P. Wojnar and M. Potemski, Quantum Interference in Exciton-Mn Spin Interactions in a CdTe Semiconductor Quantum Dot, *Physical Review Letters*, **107** (2011)(20) 207403, doi:10.1103/PhysRevLett.107.207403 7
- [21] A. Bogucki, T. Smoleński, M. Goryca, M. Koperski, P. Wojnar and P. Kossacki, Resonant Excitation of CdTe/ZnTe Quantum Dot Pairs as a Tool for Spectroscopic Study of the Excitonic p-States, *Acta Physica Polonica A*, **124** (2013)(5) 788, doi:10.12693/APhysPolA.124.788 7
- [22] I. Toft and R. Phillips, Hole g factors in GaAs quantum dots from the angular dependence of the spin fine structure, *Physical Review B*, **76** (2007)(3), doi:10.1103/PhysRevB.76.033301 7, 17
- [23] A. Koudinov, I. Akimov, Y. Kusrayev and F. Henneberger, Optical and magnetic anisotropies of the hole states in Stranski-Krastanov quantum dots, *Physical Review B*, **70** (2004)(24), doi:10.1103/PhysRevB.70.241305 7, 23, 25, 30
- [24] K. Kowalik, O. Krebs, A. Golnik, J. Suffczyński, P. Wojnar, J. Kossut, J. Gaj and P. Voinin, Manipulating the exciton fine structure of single CdTe/ZnTe quantum dots by an in-plane magnetic field, *Physical Review B*, **75** (2007)(19), doi:10.1103/PhysRevB.75.195340 7, 17, 30
- [25] Y. Léger, L. Besombes, L. Maingault and H. Mariette, Valence-band mixing in neutral, charged, and Mn-doped self-assembled quantum dots, *Physical Review B*, **76** (2007)(4), doi:10.1103/PhysRevB.76.045331 7, 23, 25, 30, 33, 60, 61
- [26] A. J. Bennett, M. A. Pooley, Y. Cao, N. Sköld, I. Farrer, D. A. Ritchie and A. J. Shields, Voltage tunability of single-spin states in a quantum dot, *Nature Communications*, **4** (2013) 1522, doi:10.1038/ncomms2519 7, 17
- [27] C. E. Pryor and M. E. Flatté, Landé g Factors and Orbital Momentum Quenching in Semiconductor Quantum Dots, *Physical Review Letters*, **96** (2006)(2) 026804, doi:10.1103/PhysRevLett.96.026804 7, 17
- [28] F. Seitz, Modern Theory of Solids, McGraw-Hill, 1940, ISBN 9780070560307 9
- [29] J. Bardeen, An Improved Calculation of the Energies of Metallic Li and Na, *The Journal of Chemical Physics*, **6** (1938)(7) 367, doi:10.1063/1.1750270 9
- [30] E. O. Kane, Band structure of indium antimonide, *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, **1** (1957)(4) 249, doi:10.1016/0022-3697(57)90013-6 9, 23

- [31] L. C. L. Y. Voon and M. Willatzen, Perturbation Theory – Kane Models, in The k p Method, 55–77, Springer Berlin Heidelberg, 2009, ISBN 978-3-540-92871-3, 978-3-540-92872-0 9
- [32] S. L. Chuang and C. S. Chang, kp method for strained wurtzite semiconductors, Physical Review B, **54** (1996)(4) 2491, doi:10.1103/PhysRevB.54.2491 9
- [33] S. L. Chuang, Physics of photonic devices, 1st ed. edition, John Wiley & Sons., Hoboken, N.J. :, 1995, ISBN 0-471-10939-8 9, 18, 60
- [34] D. T. F. Marple and H. Ehrenreich, Dielectric Constant Behavior Near Band Edges in CdTe and Ge, Physical Review Letters, **8** (1962)(3) 87, doi:10.1103/PhysRevLett.8.87 11
- [35] B. Montegu, A. Laugier and D. Barbier, Spin-orbit splitting in MgxZn1-xTe alloys, Physical Review B, **19** (1979)(4) 1920, doi:10.1103/PhysRevB.19.1920 11
- [36] P.-O. Löwdin, A Note on the Quantum-Mechanical Perturbation Theory, The Journal of Chemical Physics, **19** (1951)(11) 1396, doi:10.1063/1.1748067 12
- [37] J. M. Luttinger and W. Kohn, Motion of Electrons and Holes in Perturbed Periodic Fields, Physical Review, **97** (1955)(4) 869, doi:10.1103/PhysRev.97.869 12, 23
- [38] C. Neumann, A. Nöthe and N. O. Lipari, Two-photon magnetoabsorption of ZnTe, CdTe, and GaAs, Physical Review B, **37** (1988)(2) 922, doi:10.1103/PhysRevB.37.922 13
- [39] J. M. Luttinger, Quantum Theory of Cyclotron Resonance in Semiconductors: General Theory, Physical Review, **102** (1956)(4) 1030, doi:10.1103/PhysRev.102.1030 13, 23
- [40] M. Willatzen, M. Cardona and N. E. Christensen, Spin-orbit coupling parameters and electron g factor of II-VI zinc-blende materials, Physical Review B, **51** (1995)(24) 17992, doi:10.1103/PhysRevB.51.17992 13, 17
- [41] E. Molva and L. S. Dang, Magneto-optical studies of excitons bound to Ag and Cu acceptors in p-type CdTe, Physical Review B, **27** (1983)(10) 6222, doi:10.1103/PhysRevB.27.6222 13, 15
- [42] E. L. Ivchenko and G. E. Pikus, Superlattices and other heterostructures: symmetry and optical phenomena, Springer, Berlin; New York, 1997, ISBN 9783642644931 14
- [43] B. Odom, D. Hanneke, B. D’Urso and G. Gabrielse, New Measurement of the Electron Magnetic Moment Using a One-Electron Quantum Cyclotron, Physical Review Letters, **97** (2006)(3) 030801, doi:10.1103/PhysRevLett.97.030801 16
- [44] P. Pfeffer and W. Zawadzki, Temperature dependence of the electron spin g factor in CdTe and InP, Journal of Applied Physics, **111** (2012)(8) 083705, doi:10.1063/1.3703584 17
- [45] N. Killoran, B. C. Cavenett and P. J. Dean, Optically detected electron resonance in phosphorus-doped ZnTe, Solid State Communications, **38** (1981)(8) 739, doi:10.1016/0038-1098(81)90407-5 17
- [46] Y. Guldner, C. Rigaux, M. Grynberg and A. Mycielski, Interband $\Gamma_6 \rightarrow \Gamma_8$ Magnetoabsorption in HgTe, Physical Review B, **8** (1973)(8) 3875, doi:10.1103/PhysRevB.8.3875 17
- [47] N. Ares, V. N. Golovach, G. Katsaros, M. Stoffel, F. Fournel, L. I. Glazman, O. G. Schmidt and S. De Franceschi, Nature of Tunable Hole g Factors in Quantum Dots, Physical Review Letters, **110** (2013)(4) 046602, doi:10.1103/PhysRevLett.110.046602 17
- [48] A. A. Kiselev, E. L. Ivchenko and U. Rössler, Electron g factor in one- and zero-dimensional semiconductor nanostructures, Physical Review B, **58** (1998)(24) 16353, doi:10.1103/PhysRevB.58.16353 17
- [49] C. L. Salter, R. M. Stevenson, I. Farrer, C. A. Nicoll, D. A. Ritchie and A. J. Shields, An entangled-light-emitting diode, Nature, **465** (2010)(7298) 594, doi:10.1038/nature09078 17
- [50] G. Pikus and G. Bir, Effect of Deformation on the Hole Energy Spectrum of Germanium and Silicon, Soviet Physics-Solid State, **1** (1960)(11) 1502. WOS:A1960WT32800002 18

- [51] G. L. Bir and G. E. Pikus, Symetria i odkształcenia w półprzewodnikach, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1977 18, 19, 23, 54, 57, 59, 60, 61
- [52] A. Merad, M. Kanoun, J. Cibert, H. Aourag and G. Merad, Stress-dependence tight binding study of tellurium-based II–VI semiconductors, Physics Letters A, **315** (2003)(1-2) 143, doi:10.1016/S0375-9601(03)00974-5 19
- [53] J. Allègre, B. Gil, J. Calatayud and H. Mathieu, Deformation potentials of CdTe epilayers from piezo and wavelength modulation reflectivity spectra analysis, Journal of Crystal Growth, **101** (1990)(1–4) 603, doi:10.1016/0022-0248(90)91045-R 19
- [54] M. K. Rabadanov, I. A. Verin, Y. M. Ivanov and V. I. Simonov, Refinement of the atomic structure of CdTe single crystals, Crystallography Reports, **46** (2001)(4) 636, doi:10.1134/1.1387130 19
- [55] K. Ersching, C. E. M. Campos, J. C. de Lima, T. A. Grandi, S. M. Souza, D. L. da Silva and P. S. Pizani, X-ray diffraction, Raman, and photoacoustic studies of ZnTe nanocrystals, Journal of Applied Physics, **105** (2009)(12) 123532, doi:10.1063/1.3155887 19
- [56] R. D. Greenough and S. B. Palmer, The elastic constants and thermal expansion of single-crystal CdTe, Journal of Physics D: Applied Physics, **6** (1973)(5) 587, doi:10.1088/0022-3727/6/5/315 19, 25
- [57] K. Kowalik, Symmetry effects in optical properties of single semiconductor quantum dots, Rozprawa doktorska, Uniwersytet Warszawski ; Universite Pierre et Marie Curie Paris, Warszawa, Paryż, 2007 20, 21
- [58] M. Bayer, G. Ortner, O. Stern, A. Kuther, A. A. Gorbunov, A. Forchel, P. Hawrylak, S. Fafard, K. Hinzer, T. L. Reinecke, S. N. Walck, J. P. Reithmaier, F. Klopff and F. Schäfer, Fine structure of neutral and charged excitons in self-assembled In(Ga)As/(Al)GaAs quantum dots, Physical Review B, **65** (2002)(19) 195315, doi:10.1103/PhysRevB.65.195315 21, 30
- [59] T. Kazimierzczuk, Mechanizmy wzbudzenia i relaksacji w kropkach kwantowych CdTe/ZnTe, Rozprawa doktorska, Uniwersytet Warszawski, Warszawa, 2012 21, 25
- [60] T. Smoleński, Promienista rekombinacja ciemnego ekscytonu w samorganizowanych kropkach kwantowych CdTe/ZnTe, Praca magisterska, Uniwersytet Warszawski, Warszawa, 2012 22, 30
- [61] Cadmium telluride (CdTe) g-factors, k-linear terms, in O. Madelung, U. Rössler and M. Schulz, eds., II-VI and I-VII Compounds; Semimagnetic Compounds, number 41B in Landolt-Börnstein - Group III Condensed Matter, 1–2, Springer Berlin Heidelberg, 1999, ISBN 978-3-540-64964-9, 978-3-540-31359-5 27
- [62] F. Tinjod, B. Gilles, S. Moehl, K. Kheng and H. Mariette, II–VI quantum dot formation induced by surface energy change of a strained layer, Applied Physics Letters, **82** (2003)(24) 4340, doi:10.1063/1.1583141 40
- [63] J. Kobak, J. G. Rousset, R. Rudniewski, E. Janik, T. Slupinski, P. Kossacki, A. Golnik and W. Pacuski, Ultra low density of CdTe quantum dots grown by MBE, Journal of Crystal Growth, **378** (2013) 274, doi:10.1016/j.jcrysgro.2012.12.133 41
- [64] P. Wojnar, J. Suffczyński, K. Kowalik, A. Golnik, M. Aleszkiewicz, G. Karczewski and J. Kossut, Size-dependent magneto-optical effects in CdMnTe diluted magnetic quantum dots, Nanotechnology, **19** (2008)(23) 235403, doi:10.1088/0957-4484/19/23/235403 41
- [65] J. Jasny and J. Sepiół, Single molecules observed by immersion mirror objective. A novel method of finding the orientation of a radiating dipole, Chemical Physics Letters, **273** (1997)(5–6) 439, doi:10.1016/S0009-2614(97)00621-0 43
- [66] J. Suffczyński, T. Kazimierzczuk, M. Goryca, B. Piechal, A. Trajnerowicz, K. Kowalik, P. Kossacki, A. Golnik, K. P. Korona, M. Nawrocki, J. A. Gaj and G. Karczewski, Excitation mechanisms of individual CdTe ZnTe quantum dots studied by photon correlation spectroscopy, Physical Review B, **74** (2006)(8) 085319, doi:10.1103/PhysRevB.74.085319 45

- [67] S. Tatarenko, B. Daudin, D. Brun, V. H. Etgens and M. B. Veron, Cd and Te desorption from (001), (111)B, and (110) CdTe surfaces, Physical Review B, **50** (1994)(24) 18479, doi:10.1103/PhysRevB.50.18479 51
- [68] E. P. Wigner, Group Theory and Its Application to the Quantum Mechanics of Atomic Spectra, Academic Press, 1959 60
- [69] S. Glutsch, Excitons in Low-Dimensional Semiconductors - Theory Numerical Methods Applications, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004, ISBN 978-3-642-05781-6 61