„Fizyka materii skondensowanej i struktur półprzewodnikowych”

Wykład 15 (15.06.2022)

Tomasz Kazimierczuk

Zakład Fizyki Ciała Stałego
Instytut Fizyki Doświadczalnej
Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski

Na podstawie materiałów prof. M. Baja

TRANSPORT - WSTĘP

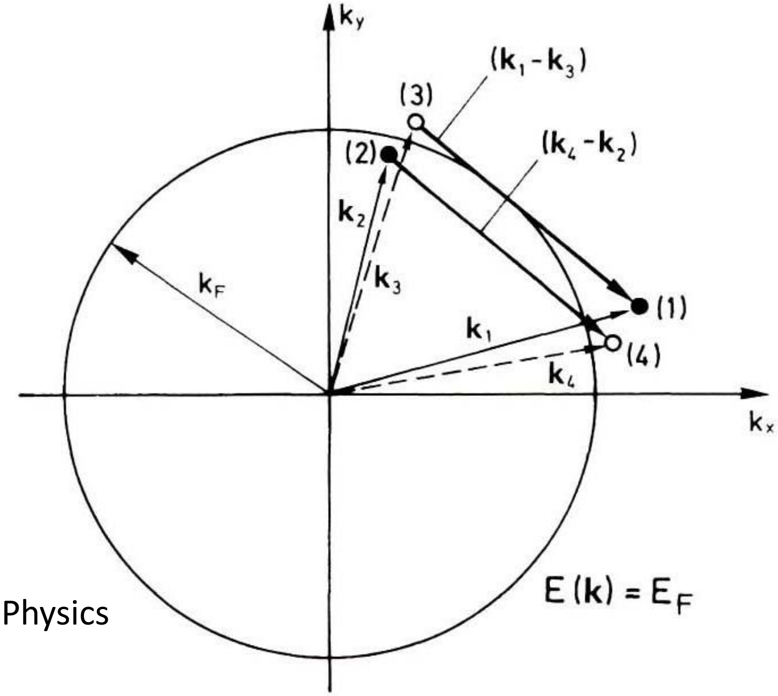
Transport – siły zewnętrzne

- *Rozproszenia elastyczne* – np. na potencjałach domieszek i defektów
- *Rozproszenia nieelastyczne* – np. na fononach (lub innych kwazicząstkach). W przybliżeniu często traktuje się rozpraszanie na fononach akustycznych jako elastyczne (bo energie fononów akustycznych są niewielkie). Nawet rozpraszanie na fononach optycznych często opisuje się przy założeniu, że rozproszenia są w przybliżeniu elastyczne (w odpowiednio wysokich temperaturach, w których $kT >> \hbar\omega_0$).

Rozpraszanie elektron-elektron
– też nieelastyczne, możliwe tylko dla elektronów z okolicy poziomu Fermiego, istotne z punktu widzenia procesów relaksacji fazy funkcji falowej

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{k}_4 + \vec{G}$$

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4$$



H. Ibach, H. Lüth, Solid-State Physics

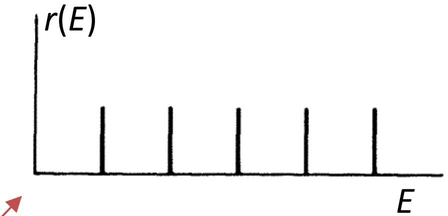
Transport – skale długości i czasu

Skale długości i czasu w transporcie

1. ***Punkt wyjścia*** – potencjał ściśle periodyczny. Rozwiązania blochowskie – stany własne hamiltonianu jednoelektronowego $\Rightarrow$ stany odpowiadają ściśle określonej energii $\Delta E = 0$ i „żyją” nieskończenie długo $\tau_q = \infty$, gdzie $\Delta E \cdot \tau_q \approx \hbar$ i droga swobodna jest nieskończona

2. ***Czas kwantowy τ_q, średnia droga swobodna l_q***

Każde rozpraszanie prowadzi do tego, że czas życia w danym stanie kwantowym τ_q (tzw. „czas kwantowy”) jest skończony i poszerzenie $\Delta E \neq 0$. Średnia droga swobodna: $l_q = v_F \tau_q$

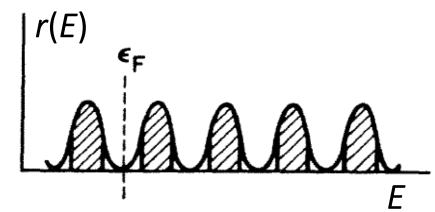


Przykład: oscylacje Shubnikova-de Haasa w 2DEG

$$E_n = \left(n + ½\right)\hbar\omega_c$$

gęstość stanów bez rozproszeń

z rozproszeniami



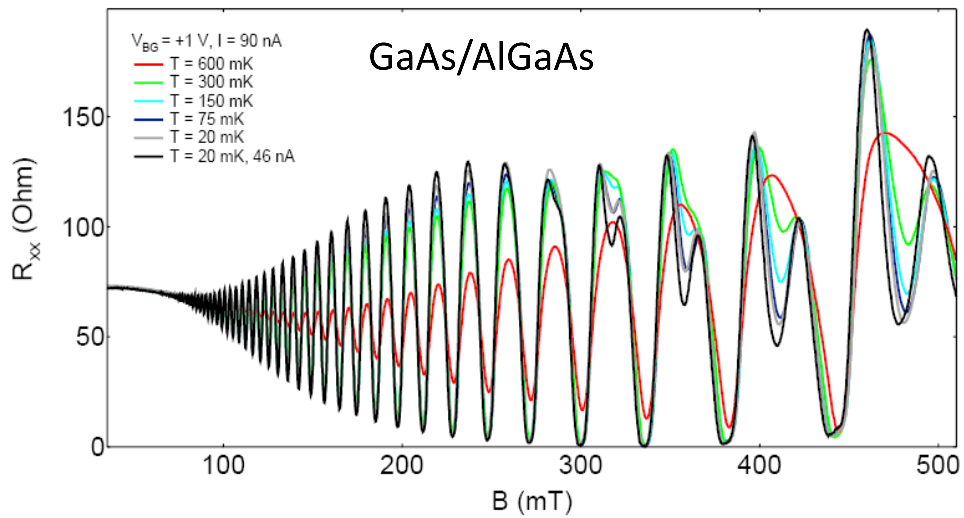
Transport – skale długości i czasu

Gęstość stanów oscyluje w funkcji energii. Amplituda oscylacji zależy od pola B (bo separacja pików gęstości stanów, $\hbar\omega_c$ jest proporcjonalna do B), ale i od τ_q ! W funkcji pola magnetycznego oscyluje gęstość stanów na poziomie Fermiego, co przekłada się na oscylacje magnetooporu (efekt Shubnikova-de Haasa):

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = 4\frac{\chi}{\sinh\chi}\cdot\exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c\tau_q}\right)\cdot\cos\left(\frac{2\pi E_F}{\hbar\omega_c}+\varphi\right)$$

gdzie

$$\chi = \frac{2\pi^2 kT}{\hbar\omega_c}$$



w niskiej temperaturze T $\rightarrow$ 0

$$\frac{\chi}{\sinh\chi}\rightarrow 1$$

A. Renfer, University of Basel, 2009

Transport – skale długości i czasu

3. ***Czas transportowy (czas relaksacji pędowej) τ_{tr}, średnia droga swobodna l_{tr}***

W makroskopowych przepływach elektronów (np. prąd elektryczny) liczy się nie sam fakt rozproszenia, ale jak w rozproszeniu zmienia się pęd (wektor falowy). Niskokątowe rozproszenia mają mniejszy wpływ na relaksację pędu niż wysokokątowe (rozproszenia elektron-elektron nie dają wkładu do τ_{tr} !):

$$\frac{1}{\tau_q} = \int P(\theta) d\Omega$$

gdzie Θ – kąt (elastycznego) rozproszenia

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = \int P(\theta)(1-\cos\theta) d\Omega$$

przeważnie $\tau_{tr} > \tau_q$

Ruchliwość: $$\mu = \frac{e\tau_{tr}}{m^*}$$

Przykład: GaAs, $m^* \approx 0{,}067\ m_0$, $E_F = 10$ meV, $v_F \approx 2{,}3 \cdot 10^5$ m/s

1. T = 300 K, materiał objętościowy: $m \approx 4000$ cm^2/Vs, $t_{tr} \approx 0{,}15$ ps, $\tau_{tr} v_F \approx l_{tr} \approx 35$ nm
2. T = 1 K, 2DEG: $m \approx 10^7$ cm^2/Vs, $\tau_{tr} \approx 400$ ps, $\tau_{tr} v_F \approx l_{tr} \approx 90$ mm

Transport – skale długości i czasu

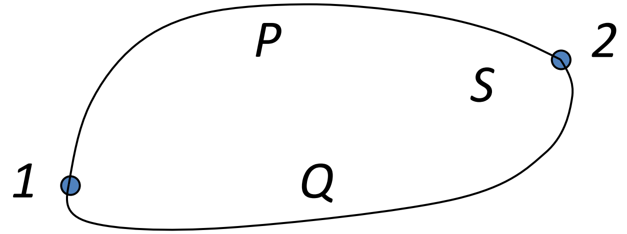
4. ***Czas relaksacji fazy (czas koherencji fazowej) τ_φ , długość relaksacji fazy (długość koherencji fazowej) l_φ***

Rozproszenia mogą prowadzić do przypadkowych zmian fazy funkcji falowej elektronu, a więc zaniku jej spójności fazowej, co z kolei uniemożliwia efektywną interferencję. Spójność fazową niszczą rozproszenia nieelastyczne. W relaksacji fazy nie biorą udziału „sztywne rozpraszacze”, a tylko „fluktuujące” (rozpraszanie na fononach, rozpraszanie elektron-elektron, rozpraszanie na domieszkach z „wewnętrznymi stopniami swobody”)

Przykład 1 – efekt Aharonova-Bohma

- Elektron poruszający się z punktu *1* do punktu *2* po pewnej drodze *P*, na której nie znika potencjał wektorowy $\vec{A}$ $(\nabla \times \vec{A} = \vec{B})$ doznaje przesunięcia fazowego:

$$\phi_P = \frac{e}{\hbar} \int\limits_{\substack{P \\ 1\to 2}} \vec{A} \cdot d\vec{r}$$



Transport – skale długości i czasu

- Różnica faz pomiędzy dwiema różnymi drogami:

$$\Delta\phi_{PQ} = \frac{e}{\hbar}\left(\int_P \vec{A}\cdot d\vec{r} - \int_Q \vec{A}\cdot d\vec{r}\right) = \frac{e}{\hbar}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \frac{e}{\hbar}\Phi_B$$

jest proporcjonalna do strumienia pola ***B*** przez powierzchnię *S* rozpiętą przez obie drogi

$$\Downarrow$$

- Interferencja fal elektronowych poruszających się po obu drogach, prawdopodobieństwo transmisji:

$$T = 2T_0\left[1 + \cos\left(\frac{e}{\hbar}\Phi_B + \varphi_0\right)\right]$$

T – okresowe w strumieniu Φ_B (a więc i w polu ***B***), z okresem $\Phi_0 = \frac{h}{e}$ (kwant strumienia magnetycznego)

Transport – skale długości i czasu

2DEG w $GaAs/Ga_{0,7}Al_{0,3}As$

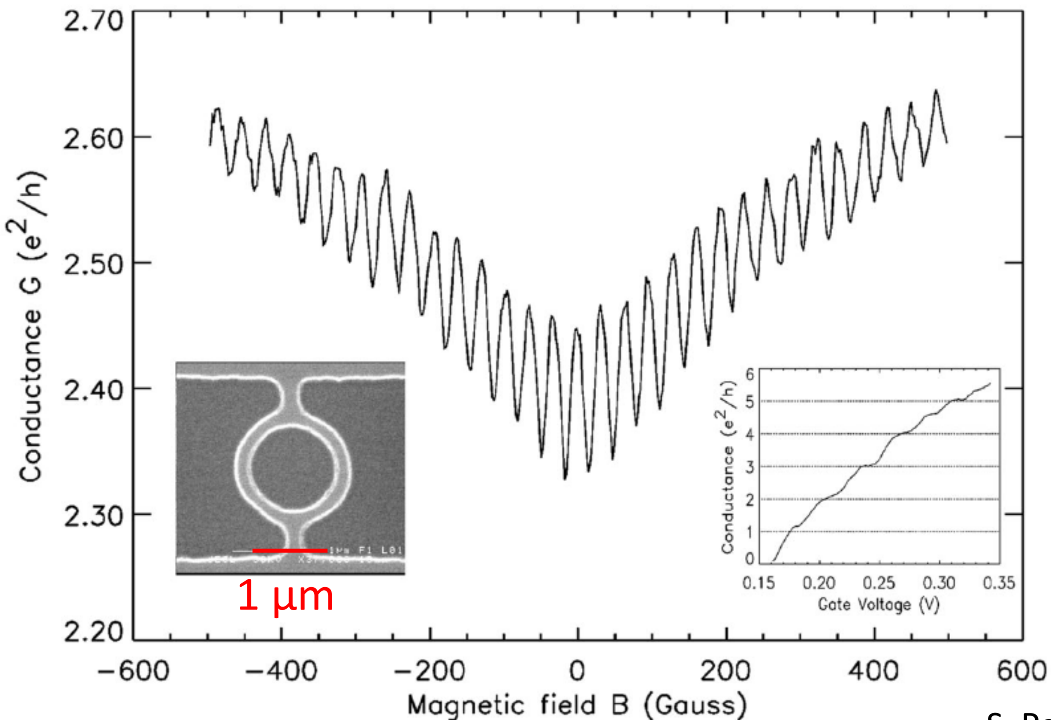


FIG. 1. Measured magnetoconductance of the device shown on the SEM picture in the left insert. The magnetoconductance show a very clear Aharonov-Bohm signal imposed on a slowly varying background. The right insert displays the zero-magnetic field conductance at $T = 4.2$ K as a function of gate voltage. The conductance curve displays distinct steps which show that the device is in a single- or few-mode regime, see text.

S. Pedersen et al., *Physical Review B*, **61**, 5457 (2000)

Średnia droga swobodna $v_F \tau_{tr} \approx 6$ µm – transport bez rozproszeń (balistyczny)

Transport – skale długości i czasu

Skale długości i czasu w transporcie

– ***Czas kwantowy*** $\boldsymbol{\tau_q}$***, średnia droga swobodna*** $\boldsymbol{l_q = \tau_q v_F}$

– ***Czas transportowy (czas relaksacji pędowej)*** $\boldsymbol{\tau_{tr}}$***, średnia droga swobodna*** $\boldsymbol{l_{tr} \approx \tau_{tr} v_F}$

– ***Czas relaksacji fazy (czas koherencji fazowej)*** $\boldsymbol{\tau_\varphi}$ ***, długość relaksacji fazy (długość koherencji fazowej)*** $\boldsymbol{l_\varphi}$

jeśli $\boldsymbol{\tau_\varphi >> \tau_{tr}}$***, to:***

$$l_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$$

a nie $\boldsymbol{l_\varphi \approx \tau_\varphi v_F}$

gdzie $D = \dfrac{\mu k T}{q}$ ***– stała dyfuzji***

Transport – skale długości i czasu

5. ***Długość fali de Broglie'a elektronu (na poziomie Fermiego)***:

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F}$$

– dla metalu z $m^* \approx m_0$ i $E_F \approx 10$ eV: $\lambda_F \approx 0{,}4$ nm (!!!)

– dla GaAs z $m^* \approx 0{,}067\, m_0$ i $E_F \approx 10$ meV: $\lambda_F \approx 47$ nm

$$\Downarrow$$

Nieporównanie łatwiej jest uzyskać efekty uwięzienia kwantowego w półprzewodnikach niż w metalach !!!

Transport – skale długości i czasu

6. *Długość magnetyczna l_B*

Promień orbity cyklotronowej najniższego poziomu Landaua:

$$\frac{\hbar\omega_c}{2} = \frac{m^* v^2}{2} = \frac{m^* \omega_c^2 l_B^2}{2} \qquad \Rightarrow \qquad l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}$$

w polu B = 1T: $l_B \approx 26$ nm

Energia cyklotronowa: $E_c = \hbar\omega_c$

Dla GaAs ($m^* = 0{,}067\, m_0$) w B = 1T $\quad E_c \approx 1{,}7$ meV

Transport – skale długości i czasu

7. ***Rozmiary układu (kropki kwantowej), dla których efekty ładowania pojedynczymi elektronami mogą być widoczne***

- Energia ładowania pojedynczym elektronem: $E = \dfrac{e^2}{2C}$
- Pojemność „wyspy” (krążka) o promieniu *R* otoczonej materiałem o stałej dielektrycznej ε : $C = 8\varepsilon\varepsilon_0 R$
- Aby móc obserwować efekty związane z ładowaniem pojedynczym elektronem (np. tzw. blokadę kulombowską), energia ładowania nie może być dużo mniejsza od kT ($E \approx kT$):

$$R \approx \frac{e^2}{16\varepsilon\varepsilon_0 kT}$$

1. dla $\varepsilon = 10$, $T = 300$ K: R ≈ 4 nm
2. dla $\varepsilon = 10$, $T = 4$ K: R ≈ 300 nm

Równanie Boltzmanna

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + \frac{f_1}{\tau(E)} = 0}$$

Innym razem ☹

Transport dyfuzyjny

Czas relaksacji charakteryzuje szybkość dochodzenia układu do stanu równowagi

- ***Po wprowadzeniu pojęcia czasu relaksacji*** równanie Boltzmanna przyjmuje prostą (tylko formalnie !!!) postać :

$$\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f = -\frac{f - f_0}{\tau(\vec{k})}$$

$$\langle A(E)\rangle = \frac{\frac{1}{3\pi^2}\int_0^\infty A(E)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\,dE}{\frac{1}{3\pi^2}\int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\,dE} = \frac{1}{3\pi^2 n}\int_0^\infty A(E)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\,dE$$

(do sprawdzenia samodzielnie)

W przypadku kilku równoczesnych mechanizmów relaksacji dodajemy ich szybkości:

$$\frac{1}{\tau_{tot}(E)} = \sum_i \frac{1}{\tau_i(E)}$$

Równanie Boltzmanna – czas relaksacji

Scattering mechanism	Scattering parameter	$\tau_{0r}(T)$	A_{0r}
Point defects (short-range potential)	0	$\dfrac{\pi\hbar^4}{m_n(2m_n k_0 T)^{1/2} U_0^2 N_g}$	$\dfrac{\pi}{\hbar} U_0^2 N_g$
Acoustic phonons (deformation potential)	0	$\dfrac{2\pi\hbar^4 \rho v_0^2}{E_1^2 (2m_n k_0 T)^{3/2}}$	$\dfrac{\pi E_1^2 k_0 T}{\hbar \rho v_0^2}$
Nonpolar optical phonons at high temperatures ($k_0 T \gg \hbar\omega_0$)*	0	$\dfrac{2}{\pi}\left(\dfrac{\hbar\omega_0}{E_0}\right)^2 \dfrac{\hbar^2 a^2 \rho}{(2m_n k_0 T)^{3/2}}$	$\pi^3 \hbar \left(\dfrac{E_0}{\hbar\omega_0}\right)^2 \dfrac{k_0 T}{\rho a^2}$
Polar optical phonons at high temperatures ($k_0 T \gg \hbar\omega_0$)	1	$\dfrac{1}{2\alpha}\left(\dfrac{\hbar}{\omega_0 k_0 T}\right)^{1/2}$	$\dfrac{2\pi^2 e^2 k_0 T}{\varkappa^* \hbar}$
Piezoacoustic phonons	1	$\dfrac{2\pi\hbar^2\varkappa}{e^2 \Pi_0^2}\left(\dfrac{2}{m_n k_0 T}\right)^{1/2}$	$\dfrac{\pi e^2 k_0 T \Pi_0^2}{2\hbar\varkappa}$
Impurity ions	2	$\dfrac{\varkappa^2 (2m_n)^{1/2} (k_0 T)^{3/2}}{\pi e^4 N_i F_{\text{imp}}(\varepsilon)}$	$\dfrac{2\pi^3 N_i F_{\text{imp}}(k)}{\hbar \varkappa^2}$

* At low temperatures ($k_0 T \ll \hbar\omega_0$) in the case of scattering by polar or nonpolar optical phonons τ does not depend on energy ($r = 1/2$), and for a parabolic band it is given by the formulae (11.63) and (11.84) respectively.

B.M. Askerov, „Electron transport phenomena in semiconductors”

Równanie Boltzmanna – czas relaksacji

Zależność czasu relaksacji od energii

- W ogólności zależności $\tau(E)$ dla różnych mechanizmów rozpraszania mogą być skomplikowane (np.: B.M. Askerov, „Electron transport phenomena in semiconductors”, World Scientific 1994, D. K. Ferry, „Semiconductor transport”, Taylor & Francis 2000)
- Dla ***pasma parabolicznego*** w wielu przypadkach czas relaksacji daje się opisać zależnością potęgową od energii:

$$\tau(E) = \tau_{0r}(T) \cdot \left(\frac{E}{kT}\right)^{(r-½)} \quad \Rightarrow \quad l_{tr}(E) \approx v\tau \sim E^{½} \cdot E^{(r-½)} = E^{r}$$

Równanie Boltzmanna – pole elektryczne

$$\Downarrow$$

$$\vec{j} = \frac{e^2 n\langle\tau\rangle}{m^*}\vec{\varepsilon} = \sigma\vec{\varepsilon}$$

$\sigma = en\mu$ ***– przewodnictwo elektryczne***

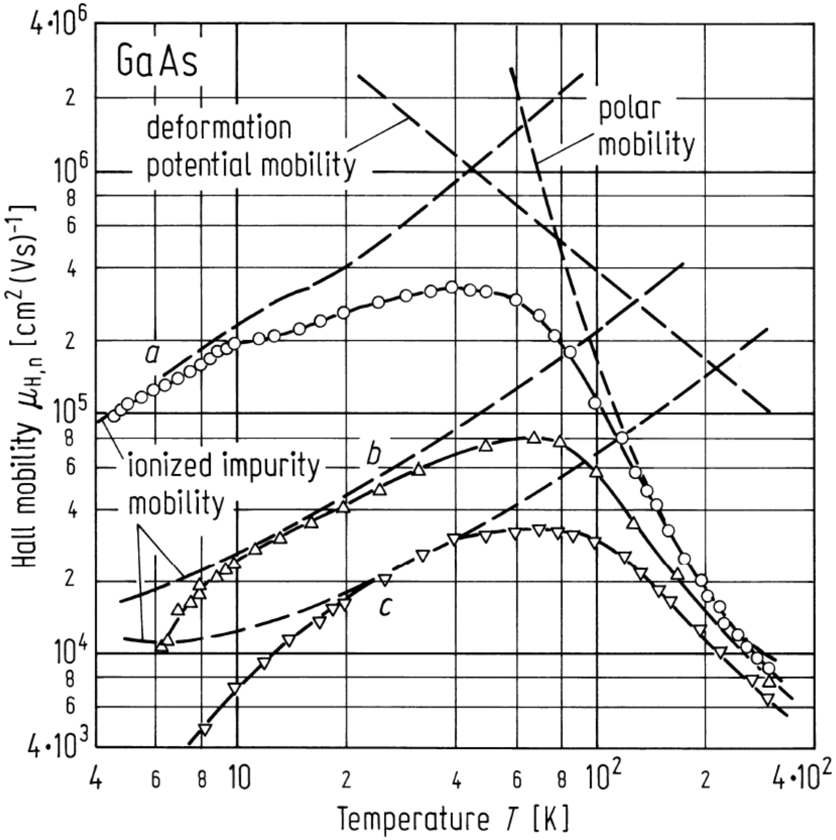
$\mu = \dfrac{e\langle\tau\rangle}{m^*}$ ***– ruchliwość***

- w przypadku niezdegenerowanym w ***niskich temperaturach*** można się spodziewać $\mu(T) \sim T^{3/2}$ (rozpraszanie zdominowane przez zjonizowane domieszki)

- w przypadku niezdegenerowanym w ***wysokich temperaturach*** można się spodziewać $\mu(T) \sim T^{-3/2}$ (jeśli rozpraszanie zdominowane przez fonony akustyczne, potencjał deformacyjny)

Nośniki w polu elektrycznym - ruchliwość

GaAs - ruchliwość



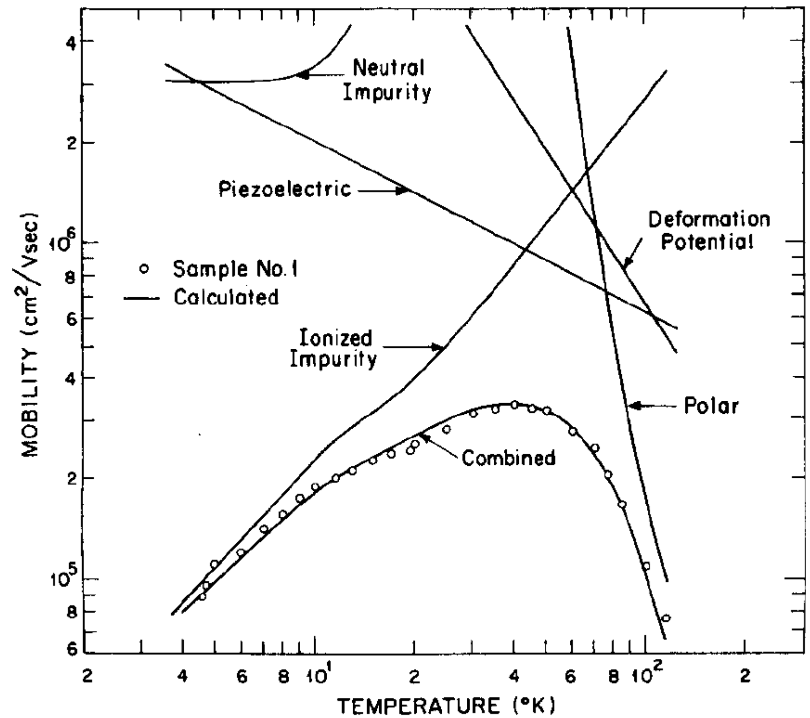


FIG. 1. Temperature dependence of the mobility for the highest purity sample showing the mobility curves calculated for each scattering process, the calculated combined mobility curve, and the experimental points.

C.M. Wolfe et al., *Journal of Applied Physics*, **41**, 3088 (1970)

Zjawiska galwanomagnetyczne

Nośniki w polach elektrycznym i magnetycznym – zjawiska galwanomagnetyczne

- ***w obecności pól elektrycznego i magnetycznego*** w układzie jednorodnym z równania Boltzmanna wynika następująca postać odchylenia od rozkładu równowagowego:

$$\vec{X} = \frac{\vec{X}_0 + s\left(\vec{X}_0 \times \vec{b}\right) + s^2 \vec{b}\left(\vec{b} \cdot \vec{X}_0\right)}{1 + s^2}$$

gdzie: $\vec{b} = \dfrac{\vec{B}}{B}$ – wersor w kierunku pola magnetycznego,

$s = \dfrac{q\tau B}{m^*}$ $\quad q = \pm e$ $\quad |s| = \dfrac{|q|\tau B}{m^*} = \omega_c \tau$

$\vec{X}_0 = q\tau\left(-\dfrac{\partial f_0}{\partial E}\right)\vec{\varepsilon}$ – rozwiązanie bez pola magnetycznego

Zjawiska galwanomagnetyczne

$$\Downarrow$$

gęstość prądu $\vec{j}$ i natężenie pola elektrycznego $\vec{\varepsilon}$ nie są równoległe

$$\Downarrow$$

$$\vec{j} = \hat{\sigma}\,\vec{\varepsilon}$$

$\hat{\sigma}$ jest antysymetrycznym tensorem drugiego rzędu (tensorem przewodnictwa); jeśli ***pole magnetyczne jest skierowane wzdłuż osi z***, to:

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2 n}{m^*}\left\langle \frac{\tau}{1+s^2} \right\rangle$$

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2 n}{m^*}\left\langle \frac{s\tau}{1+s^2} \right\rangle$$

– może być dodatnie albo ujemne !

$$\sigma_{zz} = \frac{e^2 n}{m^*}\langle \tau \rangle$$

Zjawiska galwanomagnetyczne

- σ_{xx} i σ_{xy} zależą od pola magnetycznego (poprzez $s = \frac{q\tau B}{m^*}$), zaś σ_{zz} od B nie zależy
- ***w obszarze słabych pól magnetycznych |s| << 1:***

$$\sigma_{xx} \cong \frac{e^2 n}{m^*}\left\langle \tau(1-s^2)\right\rangle = \frac{e^2 n}{m^*}\left(\langle\tau\rangle - \frac{e^2B^2}{m^{*2}}\left\langle\tau^3\right\rangle\right)$$

– główny człon niezależny od B plus dodatek kwadratowy w B

$$\sigma_{xy} \cong \frac{e^2 n}{m^*}\langle \tau\, s\rangle = \frac{e^2 nqB}{m^{*2}}\left\langle\tau^2\right\rangle$$

– liniowe w B

- ***w obszarze silnych pól magnetycznych |s| >> 1:***

$$\sigma_{xx} \cong \frac{e^2 n}{m^*}\left\langle\frac{\tau}{s^2}\right\rangle = \frac{n\,m^*}{B^2}\left\langle\frac{1}{\tau}\right\rangle$$

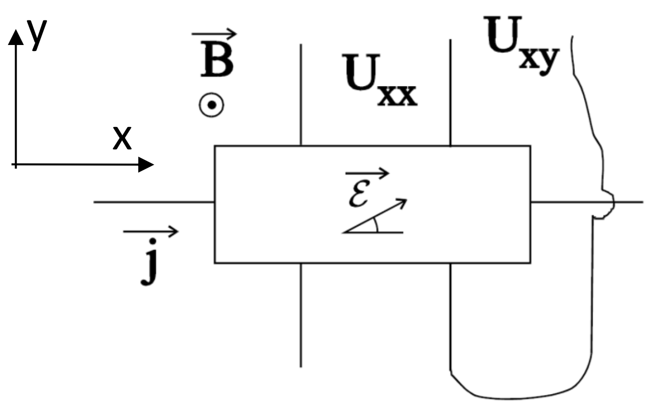
$$\sigma_{xy} \cong \frac{e^2 n}{m^*}\left\langle\frac{\tau}{s}\right\rangle = \frac{qn}{B}$$

Zjawiska galwanomagnetyczne

- Znajomość postaci tensora przewodnictwa pozwala wyjaśnić zjawisko Halla czy magnetooporu poprzecznego i to zarówno w przypadku, kiedy w transporcie biorą udział nośniki z jednego pasma czy też z kilku (np. elektrony i dziury)

Efekt Halla

- Prostopadłościenna próbka, pole magnetyczne wzdłuż osi z, prąd przepływa wzdłuż osi x:



- napięcie wzdłuż kierunku przepływu prądu U_{xx}
- napięcie poprzeczne (hallowskie) U_{xy}

Zjawiska galwanomagnetyczne

- wektor gęstości prądu: $\vec{j} = \begin{bmatrix} j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
- wektor natężenia pola elektrycznego znajdziemy za pomocą relacji:

$\vec{\varepsilon} = \hat{\rho}\,\vec{j} = \left(\hat{\sigma}\right)^{-1}\vec{j}$ gdzie $\hat{\rho}$ – tensor oporności

$$\hat{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} & 0 \\ -\rho_{xy} & \rho_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{zz} \end{bmatrix} = \hat{\sigma}^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2+\sigma_{xy}^2} & \dfrac{-\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2+\sigma_{xy}^2} & 0 \\ \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2+\sigma_{xy}^2} & \dfrac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2+\sigma_{xy}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{\sigma_{zz}} \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

Zjawiska galwanomagnetyczne

- oporność podłużna (zależna od pola magnetycznego *B*):

$$\rho_{xx} \equiv \rho(B) = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

- oporność hallowska:

$$\rho_H \equiv R_H \cdot B = -\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

gdzie R_H ***jest współczynnikiem Halla***

- ***współczynnik Halla w obszarze słabych pól magnetycznych B $\rightarrow$ 0:***

$$R_{H0} \cong \frac{1}{B}\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2} \cong \frac{1}{qn}\frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2} = \frac{r}{\pm en}$$

r nazywa się hallowskim czynnikiem rozproszeniowym

- w przypadku silnej degeneracji $\tau \rightarrow \tau(E_F)$ i $r = 1$
- w przypadku niezdegenerowanym, opisywalnym rozkładem Boltzmanna, po zastosowaniu wprowadzonej wcześniej zależności czasu relaksacji od energii:

$$\tau(E) \propto E^{(p-½)}$$

otrzymujemy:

Zjawiska galwanomagnetyczne

$$r = \frac{\Gamma(2p + 3/2)\cdot\Gamma(5/2)}{\Gamma^2(p+2)}$$

gdzie $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ jest funkcją gamma Eulera

- Jeśli:
  - $p = 0$ (rozpraszanie na fononach, potencjał deformacyjny) ***r ≈1,18***
  - $p = 1$ (rozpraszanie na fononach optycznych, mechanizm polarny, rozpraszanie na fononach akustycznych, mechanizm piezo) ***r ≈1,10***
  - $p = 2$ (rozpraszanie na zjonizowanych domieszkach) ***r ≈1,93***

- mierząc współczynnik Halla w obszarze słabych pól *B* i przewodnictwo elektryczne *σ* bez pola magnetycznego można z dokładnością do hallowskiego czynnika rozproszeniowego wyznaczyć koncentrację i ruchliwość nośników:

$$n = \frac{r}{e|R_H|} \qquad \mu = \frac{|R_H|\sigma}{r}$$

Zjawiska galwanomagnetyczne

- ***współczynnik Halla w obszarze silnych pól magnetycznych |s| >> 1:***

$$R_H = \frac{1}{B}\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2+\sigma_{xy}^2} \xrightarrow[s>>1]{} \frac{1}{B}\frac{1}{\sigma_{xy}} \approx \frac{1}{qn} = R_{H\infty}$$

w ogóle nie zależy od mechanizmów rozpraszania nośników !

Magnetoopór poprzeczny – efekt Gaussa

- słowo „poprzeczny" odnosi się do sytuacji, kiedy przepływ prądu zachodzi w kierunku prostopadłym do kierunku pola magnetycznego
- zjawiskiem magnetooporu nazywamy względną zmianę oporności r_{xx} w funkcji pola magnetycznego:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\rho_{xx}(B)}{\rho(0)} - 1 = \frac{\sigma(0)\sigma_{xx} - \sigma_{xx}^2 - \sigma_{xy}^2}{\sigma_{xx}^2+\sigma_{xy}^2}$$

Zjawiska galwanomagnetyczne

- wystarczy teraz podstawić odpowiednie wyrażenia na składowe tensora przewodnictwa…

- ***magnetoopór w obszarze słabych pól magnetycznych |s| << 1:***

  stosując standardowe przybliżenia i ograniczając się do wyrazów najniższego rzędu w *B* otrzymujemy:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho}=\frac{e^2B^2}{m^{*2}}\left[\frac{\langle\tau^3\rangle}{\langle\tau\rangle}-\frac{\langle\tau^2\rangle^2}{\langle\tau\rangle^2}\right]=\mu^2B^2\left[\frac{\langle\tau^3\rangle}{\langle\tau\rangle^3}-\frac{\langle\tau^2\rangle^2}{\langle\tau\rangle^4}\right]=\mu^2B^2\cdot A$$

(ćwiczenia !)

  - magnetopór jest kwadratowy w *B*
  - jest proporcjonalny do μ^2
  - współczynnik proporcjonalności *A* zależy od mechanizmu rozpraszania: np. w przypadku niezdegenerowanym (rozkład Boltzmanna) dla *p* = 0 (fonony akustyczne, potencjał deformacyjny) *A* = 0,38, dla *p* = 2 (zjonizowane domieszki) *A* = 2,15

Zjawiska galwanomagnetyczne

- ***magnetoopór w obszarze silnych pól magnetycznych |s| >> 1:***

$$\frac{\Delta\rho_\infty}{\rho} \approx \frac{\sigma(0)\sigma_{xx}}{\sigma_{xy}^2} - 1 = \langle\tau\rangle\left\langle\frac{1}{\tau}\right\rangle - 1$$

nasyca się na wartości zależnej od mechanizmu rozpraszania

Dla rozkładu Boltzmanna:
0,13 dla $p = 0$
2,40 dla $p = 2$

- ***dla pasma sferycznego magnetoopór podłużny nie pojawia się*** (na ładunek poruszający się wzdłuż linii pola B nie działa siła). W przypadku pasma niesferycznego przewodnictwo jest tensorowe nawet bez pola B i w tym przypadku magnetoopór podłużny występuje

- efekt Halla – pierwszego rzędu w polu ***B***

- efekt Gaussa – drugiego rzędu w polu ***B***

Zjawiska galwanomagnetyczne

Przypadek udziału w przewodnictwie wielu rodzajów nośników

np.:

- półprzewodnik bliski samoistnemu – w transporcie biorą udział elektrony w paśmie przewodnictwa i dziury w paśmie walencyjnym
- degeneracja kilku dolin jednego pasma – nośniki obsadzające różne doliny mają różne koncentracje i ruchliwości
- heterostruktura w której występuje kilka warstw zawierających różne swobodne nośniki

- ***Standardowym założeniem*** jest to, że każda i-ta „grupa” nośników czuje ten sam rozkład pola elektrycznego oraz że nośniki w swoim ruchu sobie nawzajem „nie przeszkadzają”. W takim przypadku, całkowita gęstość prądu jest sumą gęstości prądu od poszczególnych grup nośników i:

$$\hat{\sigma}^{tot} = \sum_i \hat{\sigma}^i$$

tzn. tensor przewodnictwa jest addytywny

Zjawiska galwanomagnetyczne

Przykład 1 – elektrony i dziury współuczestniczące w transporcie

- elektrony: $\sigma_{xx}^{e} = \frac{e^2 n}{m_e^*}\left\langle \frac{\tau_e}{1+s_e^2} \right\rangle$ $\qquad$ $\sigma_{xy}^{e} = \frac{e^2 n}{m_e^*}\left\langle \frac{s_e \tau_e}{1+s_e^2} \right\rangle$

- dziury: $\sigma_{xx}^{h} = \frac{e^2 p}{m_h^*}\left\langle \frac{\tau_h}{1+s_h^2} \right\rangle$ $\qquad$ $\sigma_{xy}^{h} = \frac{e^2 p}{m_h^*}\left\langle \frac{s_h \tau_h}{1+s_h^2} \right\rangle$

- całkowity tensor przewodnictwa:

$$\sigma_{xx}^{tot} = \sigma_{xx}^{e} + \sigma_{xx}^{h} \qquad \sigma_{xy}^{tot} = \sigma_{xy}^{e} + \sigma_{xy}^{h}$$

- możemy teraz w standardowy sposób wyznaczyć współczynnik Halla

$$R_H^{tot} = \frac{\rho_H^{tot}}{B} = \frac{1}{B}\cdot\frac{\sigma_{xy}^{tot}}{\left(\sigma_{xx}^{tot}\right)^2 + \left(\sigma_{xy}^{tot}\right)^2}$$

Zjawiska galwanomagnetyczne

- ***w obszarze słabych pól magnetycznych $|s_e|$, $|s_h|$ << 1:***

$$R_0 = \frac{r_h p\mu_h^2 - r_e n\mu_e^2}{e\left(p\mu_h + n\mu_e\right)^2} \xrightarrow[r_h = r_e = r]{} \frac{r}{e}\frac{p - nb^2}{\left(p + nb\right)^2} \qquad \text{gdzie} \quad b = \frac{\mu_e}{\mu_h}$$

- ***w obszarze silnych pól magnetycznych $|s_e|$, $|s_h|$ >> 1:***

$$R_\infty = \frac{1}{e\left(p - n\right)} \qquad \Downarrow$$

1. w słabych polach magnetycznych dominujący wkład do współczynnika Halla mogą mieć nośniki bardziej ruchliwe, nawet jeśli ich koncentracja jest istotnie mniejsza!
2. w silnych polach magnetycznych o znaku współczynnika Halla decydują nośniki o większej koncentracji
3. z powyższego wynika, że znak współczynnika Halla może w funkcji pola *B* się zmienić !!!

Zjawiska galwanomagnetyczne

Przykład 2 – widmo ruchliwości

- nie wiemy ile różnych rodzajów (grup) nośników bierze udział w transporcie
- staramy się opisać doświadczalną zależność składowych tensora przewodnictwa od pola magnetycznego $\sigma_{xx}(B)$ i $\sigma_{xy}(B)$ jako złożenie wielu różnych wkładów – kanałów przewodnictwa (w ogólności – dowolnie wielu) pochodzących od grup nośników (numerowanych wskaźnikiem *i*) charakteryzujących się daną masą efektywną m_i^*, ładunkiem q_i (= ±e) oraz czasem relaksacji τ_i
- dla każdej z takich grup możemy napisać:

$$s_i = \frac{q_i \tau_i}{m_i^*} B \equiv \mu_i B$$

– gdzie m_i jest ujemne dla elektronów, a dodatnie dla dziur

$$\sigma_{xx}^i(B) = \frac{e^2 n_i}{m_i^*} \frac{\tau_i}{1+s_i^2} = \frac{\sigma_{0i}}{1+s_i^2} = \frac{\sigma_{0i}}{1+(\mu_i B)^2}$$

$$\sigma_{xy}^i(B) = \frac{\sigma_{0i}}{1+(\mu_i B)^2} \cdot (\mu_i B)$$

Zjawiska galwanomagnetyczne

- sumaryczny wkład od wszystkich kanałów przewodnictwa (grup nośników):

$$\sigma_{xx}^{tot}(B) = \sum_i \frac{\sigma_{0i}}{1+(\mu_i B)^2} = \int_\mu \left(\frac{d\sigma_0(\mu)}{d\mu}\right) \frac{1}{1+(\mu B)^2}\, d\mu$$

$$\sigma_{xy}^{tot}(B) = \sum_i \frac{\sigma_{0i}\,\mu_i B}{1+(\mu_i B)^2} = \int_\mu \left(\frac{d\sigma_0(\mu)}{d\mu}\right) \frac{\mu B}{1+(\mu B)^2}\, d\mu$$

- rozwiązanie problemu polega na takim dobraniu wkładów poszczególnych kanałów przewodnictwa , aby zgodność pomiędzy wyliczonymi zależnościami $\sigma_{xx}^{tot}(B)$ i $\sigma_{xy}^{tot}(B)$ i doświadczeniem była jak najlepsza

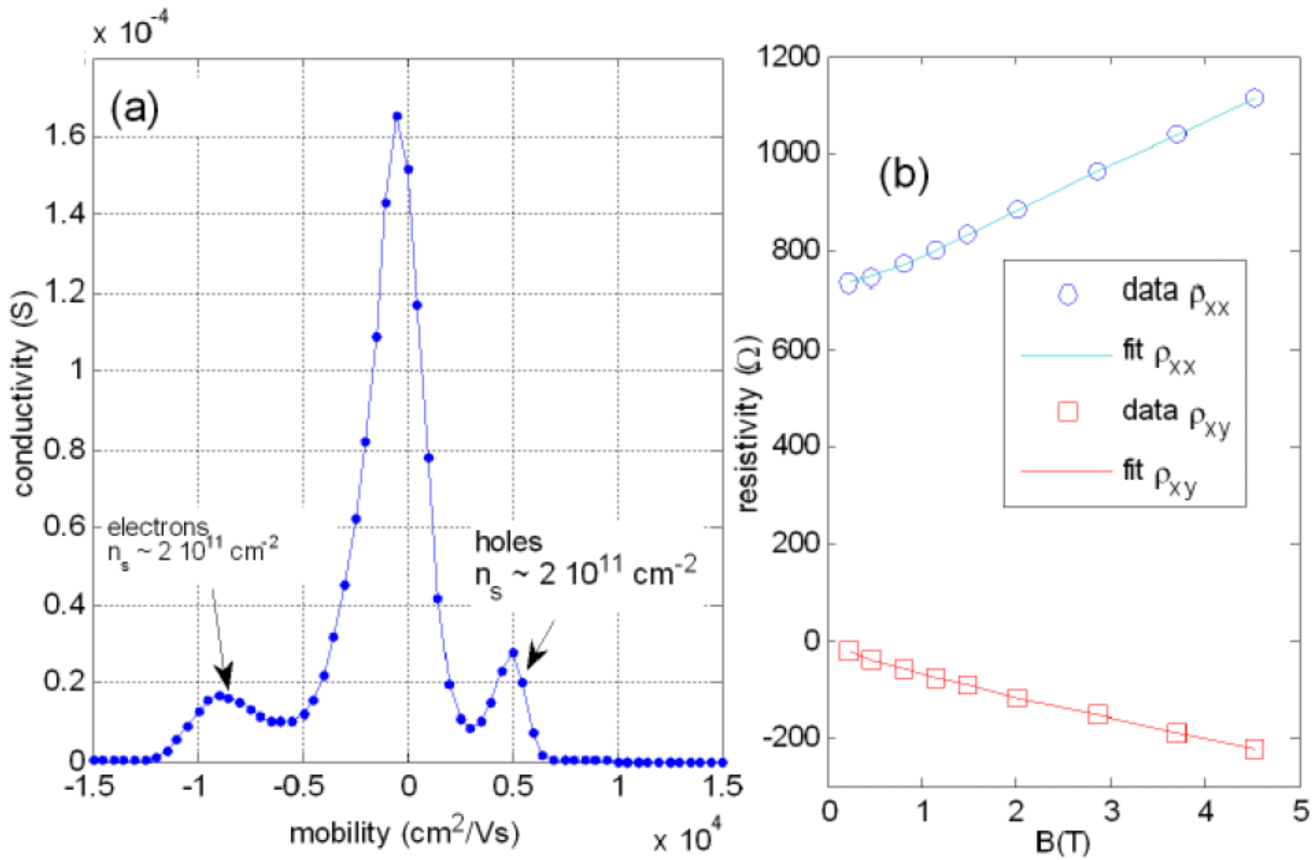
- można albo próbować dopasować sumę wkładów od kilku kanałów $\mu_i - \sigma_{0i}$ przewodnictwa, albo stosować kwaziciągły rozkład $\dfrac{d\sigma_0(\mu)}{d\mu}$

$$\Downarrow$$

widmo ruchliwości

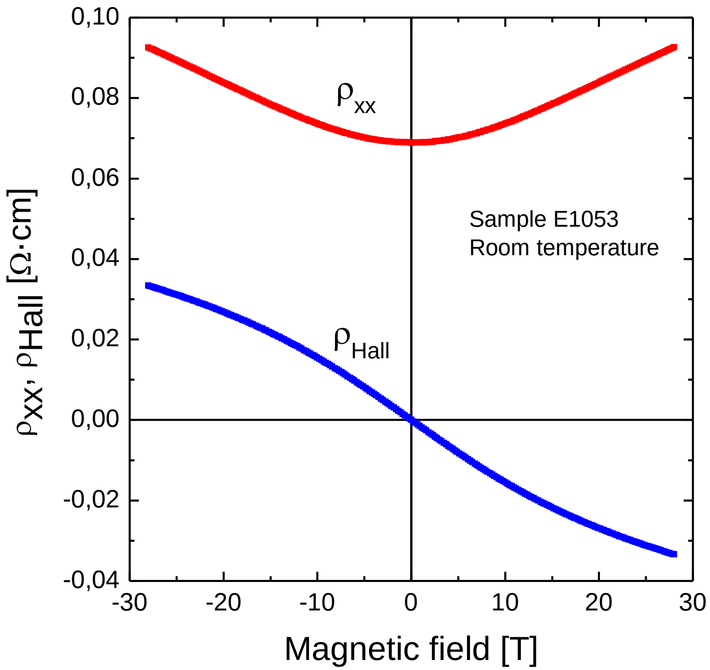
Zjawiska galwanomagnetyczne

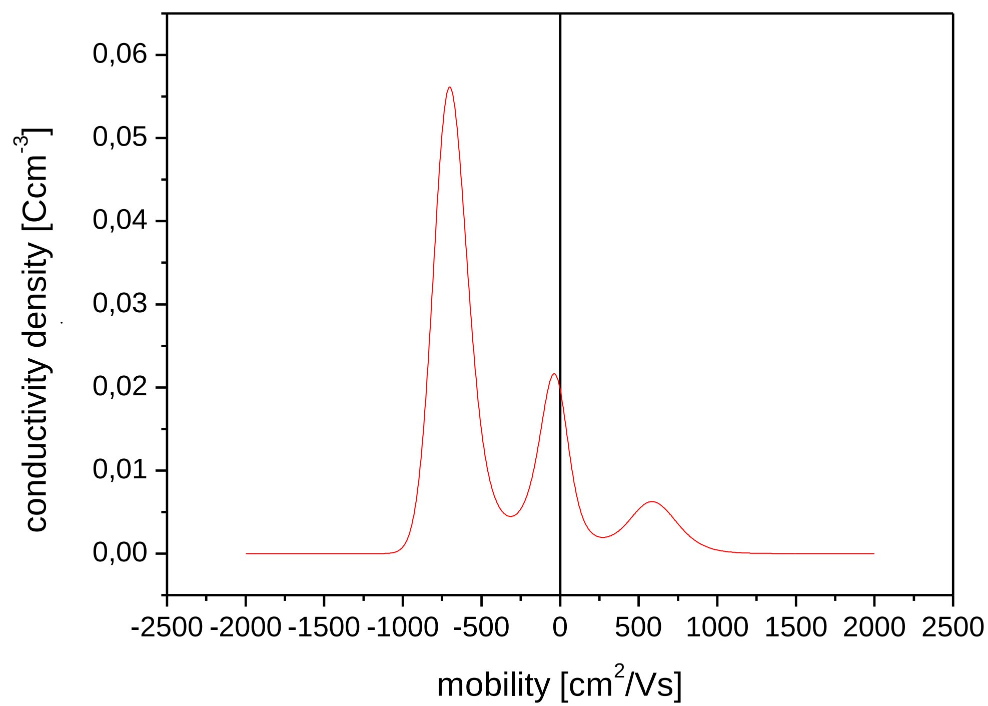
Grafen (wyniki – dr Marta Gryglas-Borysiewicz)



Zjawiska galwanomagnetyczne

InN:Mg (wyniki – L. Dmowski, M. Baj)





Maximum Entropy Mobility Spectrum Analysis wg.:

S. Kiatgamolchai et al., *Physical Review E*, **66**, 036705 (2002)

ZJAWISKA TERMOELEKTRYCZNE

Zjawiska termoelektryczne

Zjawiska termoelektryczne – siła termoelektryczna

- gradient temperatury i pole elektryczne, bez pola magnetycznego
- funkcja rozkładu ***musi*** zależeć od położenia (gradient temperatury!) , od położenia będzie zależeć potencjał chemiczny

Zjawiska termoelektryczne

- całkowita gęstość prądu:

$$\vec{j} = \frac{e^2 n\langle\tau\rangle}{m^*}\left[\vec{\varepsilon} - \frac{1}{q}\nabla_{\vec{r}}\mu - \frac{k_B}{q}\left(\frac{\langle\varepsilon\tau\rangle}{\langle\tau\rangle} - \eta\right)\nabla_{\vec{r}}T\right]$$

- jeśli mierzymy pojawiającą się na końcach próbki różnicę potencjałów przy braku przepływu prądu, to $\vec{j} = 0$:

$$\vec{\varepsilon} - \frac{1}{q}\nabla_{\vec{r}}\mu - \frac{k_B}{q}\left[\frac{\langle\varepsilon\tau\rangle}{\langle\tau\rangle} - \eta\right]\nabla_{\vec{r}}T = 0$$

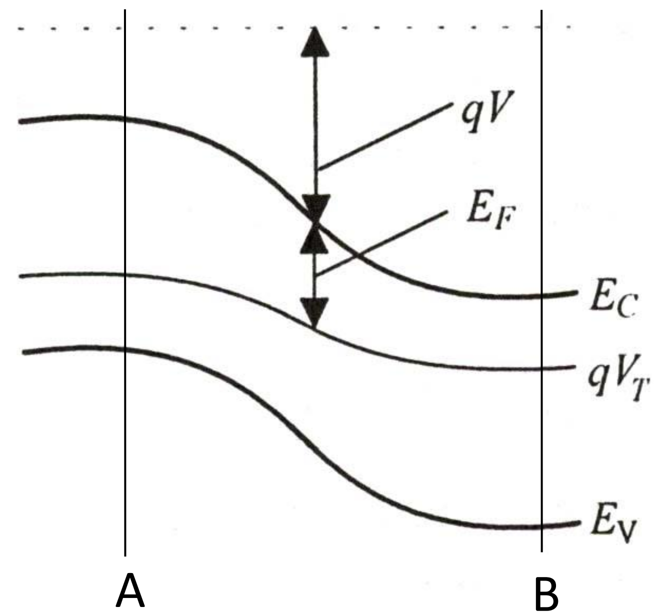
zjawisko występowania pola elektrycznego w materiale, wskutek występowania gradientu temperatury nazywa się zjawiskiem Seebecka (siłą termoelektryczną)

- ***Uwaga !***

  Natężenie pola elektrycznego $\vec{\varepsilon}$ w powyższym wzorze ***nie jest*** wielkością, którą się bezpośrednio mierzy poprzez dołączenie 2 kontaktów umieszczonych na próbce wzdłuż gradientu temperatury i zmierzenie napięcia elektrycznego między nimi! ***Istnieją dwie tego przyczyny:***

Zjawiska termoelektryczne

1. poziom Fermiego w dołączonej elektrodzie (w punkcie A lub B) zrówna się odpowiednio z qV_{TA} lub qV_{TB} , gdzie **$qV_T = qV + E_F$** i w pomiarze dałoby się wyznaczyć $U_{AB} = qV_{TB} - qV_{TA}$ a nie $qV_B - qV_A$, gdyby nie to, że:
2. w materiale, z którego zrobione są kontakty także występuje zjawisko Seebecka i co najwyżej możemy zmierzyć efekt różnicowy, a nie efekt charakteryzujący dany materiał !



Zjawiska termoelektryczne

- Gdybyśmy mierzyli napięcie generowane w próbce wzdłuż gradientu temperatury za pomocą elektrod, w których efekt Seebecka nie występuje:

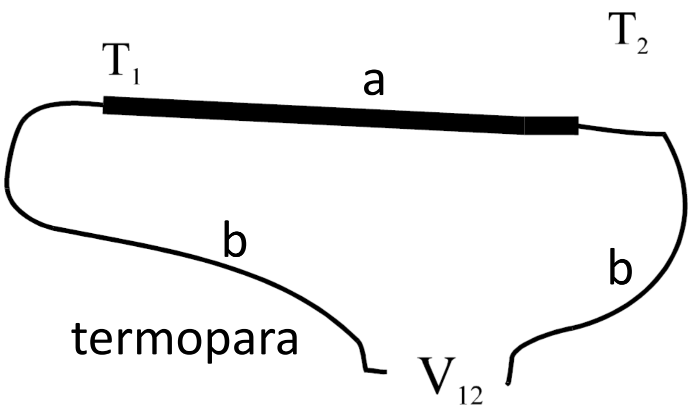
$$\nabla_{\vec{r}} V_T = -\frac{k_B}{q}\left[\frac{\langle \varepsilon\tau \rangle}{\langle \tau \rangle} - \eta\right]\nabla_{\vec{r}} T = \alpha(T)\nabla_{\vec{r}} T$$

Siła termoelektryczna, współczynnik Seebecka:

$$\alpha(T) = \frac{dV_T}{dT} = -\frac{k_B}{q}\left[\frac{\langle \varepsilon\tau \rangle}{\langle \tau \rangle} - \eta\right]$$

Zjawiska termoelektryczne

- w rzeczywistości mamy do czynienia z dwoma materiałami: ***a*** i ***b***



$$\frac{dV_{12}}{dT} = \alpha_{ab} = \alpha_a - \alpha_b$$

$$V_{12} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{ab}(T)dT$$

- podczas pomiarów należy jeden materiał uznać za wzorcowy, i badać siłę termoelektryczną względem takiego wzorca (idealnie – względem nadprzewodnika)

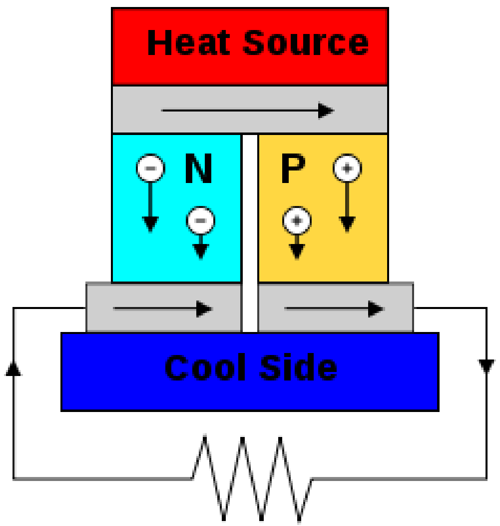
- znak siły termoelektrycznej zależy od rodzaju nośników: dla elektronów $q < 0$ i $\alpha > 0$ (znak zimnego końca – ujemny) $\Rightarrow$ **metoda gorącej sondy**

- $\frac{k_B}{e} = 86\frac{\mu V}{K}$ – siły termoelektryczne niezdegenerowanych półprzewodników są rzędu kilkuset μV/K

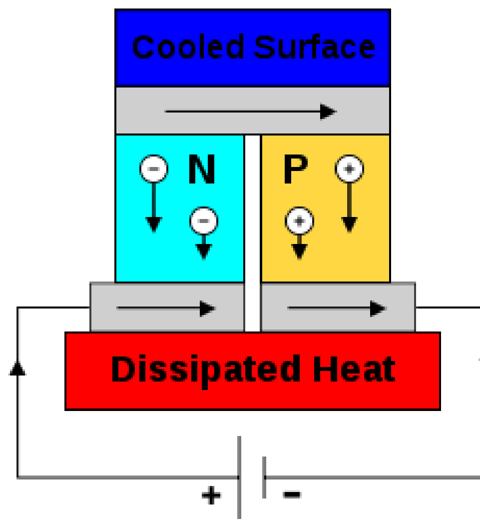
Zjawiska termoelektryczne

Efekt Peltier

- efekt odwrotny do efektu Seebecka – powstawanie różnicy temperatury pomiędzy złączami *a–b* i *b–a* dwóch różnych materiałów przez które przepuszczany jest prąd elektryczny:



efekt Seebecka



efekt Peltier

http://en.wikipedia.org/wiki/Thermoelectric_effect