Uzupełnienie



Fizyka materii skondensowanej i struktur półprzewodnikowych - wykład 12



Uzupełnienie

Punkt K ma współrzędne: $\frac{2\pi}{a} [3/4, 3/4, 0]$

Idąc dalej dochodzimy do punktu R:
$$\frac{2\pi}{a} \begin{bmatrix} 1, \ 1, \ 0 \end{bmatrix}$$

dodajemy do niego wektor sieci odwrotnej:

$$\frac{2\pi}{a}\left[1, \ 1, \ 0\right] + \frac{2\pi}{a}\left[-1, -1, 1\right] = \frac{2\pi}{a}\left[0, \ 0, \ 1\right] = X$$



The BZ of fcc is the WS cell of bcc. The BZ of bcc is the WS cell of fcc.

"Fizyka materii skondensowanej i struktur półprzewodnikowych" Wykład 12 (20.05.2020)

Tomasz Kazimierczuk

Zakład Fizyki Ciała Stałego Instytut Fizyki Doświadczalnej Wydział Fizyki Uniwersytet Warszawski

Na podstawie materiałów prof. M. Baja

POJEMNOŚĆ CIEPLNA SIECI KRYSTALICZNEJ

- Doświadczalna obserwacja w wysokich temperaturach molowe ciepło przy stałej objętości $C_V=3R$. Jest to zgodne z modelem klasycznym i zasadą ekwipartycji energii – prawo Dulonga-Petita (~ $3N_A$ jednowymiarowych oscylatorów na mol, na każdy wypada średnio kT energii \Rightarrow molowa pojemność cieplna 3*RT*). Jednak w niskich temperaturach $T \rightarrow 0$ w niemetalach $C_V \sim T^3$ (a prawo Dulonga-Petita przewiduje C_V =const)
- Wkład fononów do energii wewnętrznej (na jednostkę objętości, bo $ho(ec{q})$ jest liczone na jednostkę objętości):

$$U(T) = \sum_{s} \int_{1SB} \hbar \omega_{s}(\vec{q}) \left\langle n_{s\vec{q}}(T) \right\rangle \rho(\vec{q}) d_{3}q \qquad \text{gdzie } s \text{ numeruje gałęzie fononów}$$

 Znajomość relacji dyspersyjnych dla wszystkich gałęzi fononowych pozwala znaleźć fononowy wkład do U(T) i ciepło przy stałej objętości liczone na jednostkę objętości:

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

GaAs, **r** = 2



P. Giannozzi et al., Physical Review B 43, 7231 (1991)

- Dwa proste analityczne modele fononowego wkładu do pojemności cieplnej sieci krystalicznej:
- **1.** Model Einsteina: zbiór 3N oscylatorów kwantowych, wszystkie o jednakowej energii $\hbar \omega_0$ (model w przybliżeniu słuszny dla fononów optycznych dla których $\omega(\vec{q}) \approx const$)

$$U(T) = 3N \cdot \hbar \omega_0 \cdot \left\langle n(T) \right\rangle = 3N \cdot \hbar \omega_0 \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega_0}{kT}} - 1}$$

jeśli wziąć $N=N_A$, to molowe ciepło:

$$C_V = 3R \cdot \frac{x^2 e^x}{\left(e^x - 1\right)^2} \xrightarrow[(T \to \infty)]{x \to 0} 3R \qquad \text{gdzie} \quad x = \frac{\hbar \omega_0}{kT}$$

w ten sposób odtwarzamy prawo Dulonga-Petita, ale w niskich temperaturach otrzymuje się zależność szybszą niż doświadczalna !

Model Debye'a: fonony akustyczne z uproszczoną (liniową) dyspersją:

$\omega_{TA} = u_T q$	(2 gałęzie)
$\omega_{LA} = u_L q$	(1 gałąź)

gęstość stanów na jednostkę częstości, na jednostkę objętości, na jedną (i-tą) gałąź:

$$\rho(\omega_i)d\omega_i = \rho_q(\vec{q}_i)d_3q_i = \frac{1}{(2\pi)^3} 4\pi q_i^2 dq_i = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\omega_i^2}{u_i^3} d\omega_i$$

• wszystkie 3 gałęzie (zakładając degenerację obu gałęzi poprzecznych):

$$\rho(\omega) = \frac{\omega^2}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{2}{u_T^3} + \frac{1}{u_L^3}\right) \equiv \frac{3\omega^2}{2\pi^2} \cdot \frac{1}{u^3}$$

u jest pewną średnią prędkością

2.

• Założenie liniowej sferycznej relacji dyspersyjnej zmusza do ograniczenia się do obszaru $\omega \le \omega_{max}$, tak aby całkowita liczba (koncentracja) stanów fononowych wyniosła 3*N*:

$$3N = \int_{0}^{\omega_{\max}} \rho(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \frac{\omega_{\max}^3}{u^3}$$

stąd: $\omega_{\text{max}} = \sqrt[3]{6\pi^2 N} \cdot u$

oraz definicja temperatury Debye'a:

$$\Theta = \frac{\hbar\omega_{\max}}{k} = \sqrt[3]{6\pi^2 N} \cdot \frac{\hbar u}{k}$$

Wkład fononów do energii wewnętrznej (na jednostkę objętości):

$$U(T) = \int_{0}^{\omega_{\max}} \hbar \omega \cdot \rho(\omega) \cdot \langle n(\omega,T) \rangle d\omega = \frac{3}{2\pi^2} \cdot \frac{\hbar}{u^3} \int_{0}^{\omega_{\max}} \frac{\omega^3}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} d\omega$$

• Zamiana zmiennych: $x = \frac{\hbar\omega}{kT}$

$$U(T) = \frac{3}{2\pi^2} \cdot \frac{\hbar}{u^3} \cdot \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^4 \cdot \int_0^{\Theta/T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{3}{2\pi^2} \cdot T^4 \cdot \left(\frac{k}{\hbar u}\right)^3 \cdot \int_0^{\Theta/T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

i wreszcie, wykorzystując związek:

$$\Theta = \sqrt[3]{6\pi^2 N} \cdot \frac{\hbar u}{k}$$

otrzymujemy:

$$U\left(\frac{T}{\Theta}\right) = 9Nk\Theta \cdot \left(\frac{T}{\Theta}\right)^4 \cdot \int_{0}^{\Theta/T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

wkład fononów (akustycznych) do energii wewnętrznej wg. modelu Debye'a

a) niskie temperatury T << Θ:

$$U\left(\frac{T}{\Theta}\right) \approx 9Nk\Theta \cdot \left(\frac{T}{\Theta}\right)^4 \cdot \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = 9Nk\Theta \cdot \left(\frac{T}{\Theta}\right)^4 \cdot \frac{\pi^4}{15} \propto T^4$$

$$\bigcup$$

$$C_V \propto T^3$$
zgodnie z doświadczeniem

b) wysokie temperatury T >> Θ:

wtedy w całym obszarze całkowania x << 1 i:

$$U\left(\frac{T}{\Theta}\right) \approx 9Nk\Theta \cdot \left(\frac{T}{\Theta}\right)^{4} \cdot \int_{0}^{\Theta/T} \frac{x^{3}}{1+x-1} dx = 9Nk\Theta \cdot \left(\frac{T}{\Theta}\right)^{4} \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{\Theta}{T}\right)^{3} = 3NkT$$

$$C_{V} = 3R$$
prawo Dulonga-Petita, jeśli

obliczymy U dla N_A oscylatorów



Ch. Kittel, "Wstęp do fizyki ciała stałego"



Wikipedia

Uwaga na skale! Model Debye'a działa też w wysokich temperaturach

TRANSPORT - WSTĘP

27.05.2020

Fizyka materii skondensowanej i struktur półprzewodnikowych - wykład 12

Przypomnienie

• Jednoelektronowe równanie Schrödingera:

$$\left(\frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + V(\vec{r})\right)\varphi(\vec{r}) = E \cdot \varphi(\vec{r})$$

- Jeśli potencjał jest periodyczny, to dobrymi rozwiązaniami są funkcje Blocha: $\varphi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) \cdot \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$
- Wektor falowy $ec{k}$ (a więc i kwazipęd $\hbar ec{k}$) jest dobrą "liczbą" kwantową
- Prędkość grupowa elektronu: $\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) \implies$
- Ze względu na symetrię pasm: $E_n(\vec{k}) = E_n(-\vec{k})$ (ogólniej $E_n^{\uparrow}(\vec{k}) = E_n^{\downarrow}(-\vec{k})$), jeśli funkcja rozkładu zależy tylko od energii (w równowadze termodynamicznej), to nie ma żadnych przepływów (transportu)

Siły zewnętrzne (a więc dodatkowy potencjał)

• Jeśli mamy dodatkowy potencjał (np. pole elektryczne), to NIE MA symetrii translacyjnej $\Rightarrow \vec{k}$ przestaje być dobrą liczbą kwantową, stany blochowskie nie są już funkcjami własnymi hamiltonianu (chociaż zawsze rozwiązań możemy poszukiwać w postaci ich kombinacji liniowej – w ogólności zależnej od czasu)

$$\vec{F} = \hbar \vec{k}$$

- zmiana \vec{k} przejścia pomiędzy stanami blochowskimi, stany o określonym \vec{k} nie są już stanami własnymi hamiltonianu
- Przykład elektron w stałym polu elektrycznym (w płaszczyźnie yz ruch jest swobodny):

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} - eFx\right)\varphi(x) = E \cdot \varphi(x)$$

równanie Airy: $\frac{d^2 y}{dx^2} - xy = 0$, rozwiązania kombinacją liniową Ai(x) i Bi(x):



postać asymptotyczna funkcji Airy dla $x \rightarrow -\infty$:

$$Ai(-x) \sim \frac{\sin\left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{4}\pi\right)}{\sqrt{\pi x^{\frac{1}{4}}}} \qquad Bi(-x) \sim \frac{\cos\left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{4}\pi\right)}{\sqrt{\pi x^{\frac{1}{4}}}}$$

funkcje te dla |x| >> 1 mogą być lokalnie przybliżane przez sin(kx) lub cos(kx)
 z k ~ x^½

podczas ruchu paczki falowej zrobionej z funkcji Airy takie "k" będzie ulegało zmianie, co odpowiada przejściom pomiędzy funkcjami Blocha numerowanymi różnymi k, jeśli rozwiązania problemu poszukiwaliśmy w bazie funkcji Blocha

• Oprócz sił zewnętrznych, które powodują "uporządkowane" przejścia pomiędzy stanami blochowskimi $\hbar \vec{k} = \vec{F}$ istnieją też przyczyny "nieuporządkowanych" przejść pomiędzy tymi stanami – *rozproszenia*

Co może rozpraszać elektrony?

- wszelkie niedoskonałości sieci (potencjał rozpraszający V)

- domieszki, defekty (punktowe, liniowe dyslokacje, ...) "sztywne" rozpraszacze, potencjały niezależne od czasu
- nieporządek stopowy w kryształach mieszanych (rozpraszanie stopowe)
- międzypowierzchnie (interface roughness)
- fonony "fluktuujące" rozpraszacze
- inne elektrony (rozpraszanie elektron-elektron) "fluktuujące" rozpraszacze
- etc.

• Prawdopodobieństwo rozproszenia elektronu ze stanu $|n, \vec{k}\rangle$ do stanu $|n', \vec{k'}\rangle$: $W(n\vec{k}, n'\vec{k'}) \sim |\langle n', \vec{k'} | V | n, \vec{k} \rangle|^2$ gdzie V – potencjał rozpraszający

Rozproszenia elastyczne i nieelastyczne

 $\vec{k} = \vec{k} \pm \vec{q} + \vec{G}$ zachowanie kwazipędu $E_{n,\vec{k}} = E_{n',\vec{k'}} \pm E_{\vec{q}}$ zachowanie energii

gdzie \vec{q} i $E_{\vec{q}}$ – kwazipęd i energia emitowanej/pochłoniętej kwazicząstki

• Jeśli w rozproszeniu nie uczestniczy żadna kwazicząstka (np. fonon) lub jej energia jest w bilansie do zaniedbania (w porównaniu z kT i średnią energią układu elektronów), to *rozproszenie jest elastyczne (lub w przybliżeniu elastyczne). Przy rozproszeniach wewnątrzpasmowych n=n', jeśli pasmo jest sferyczne, to:* $|\vec{k}| = |\vec{k}'|$

- Rozproszenia elastyczne np. na potencjałach domieszek i defektów
- **Rozproszenia nieelastyczne** np. na fononach (lub innych kwazicząstkach). W przybliżeniu często traktuje się rozpraszanie na fononach akustycznych jako elastyczne (bo energie fononów akustycznych są niewielkie). Nawet rozpraszanie na fononach optycznych często opisuje się przy założeniu, że rozproszenia są w przybliżeniu elastyczne (w odpowiednio wysokich temperaturach, w których $kT >> \hbar \omega_0$).

Rozpraszanie elektron-elektron

– też nieelastyczne, możliwe tylko dla elektronów z okolicy poziomu Fermiego, istotne z punktu widzenia procesów relaksacji fazy funkcji falowej $\vec{k_1} + \vec{k_2} = \vec{k_3} + \vec{k_4} + \vec{G}$ $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$



Skale długości i czasu w transporcie

- **Punkt wyjścia** potencjał ściśle periodyczny. Rozwiązania blochowskie stany własne hamiltonianu jednoelektronowego \Rightarrow stany odpowiadają ściśle określonej energii $\Delta E = 0$ i "żyją" nieskończenie długo $\tau_q = \infty$, gdzie $\Delta E \cdot \tau_q \approx \hbar$ i droga swobodna jest nieskończona
 - Czas kwantowy $\tau_{q'}$ średnia droga swobodna l_q Każde rozpraszanie prowadzi do tego, że czas życia w danym stanie kwantowym τ_q (tzw. "czas kwantowy") jest skończony $|^{r(E)}$ i poszerzenie Δ*E* ≠ 0. Średnia droga swobodna: $l_q = v_F \tau_q$

Przykład: oscylacje Shubnikova-de Haasa w 2DEG

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c$$

gęstość stanów bez rozproszeń

z rozproszeniami

r(E)

Gęstość stanów oscyluje w funkcji energii. Amplituda oscylacji zależy od pola B (bo separacja pików gęstości stanów, $\hbar \omega_c$ jest proporcjonalna do B), ale i od τ_q ! W funkcji pola magnetycznego oscyluje gęstość stanów na poziomie Fermiego, co przekłada się na oscylacje magnetooporu (efekt Shubnikova-de Haasa):

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = 4 \frac{\chi}{\sinh\chi} \cdot \exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c \tau_q}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi E_F}{\hbar\omega_c} + \varphi\right) \qquad \text{gdzie} \qquad \chi = \frac{2\pi^2 kT}{\hbar\omega_c}$$



w niskiej temperaturze T $\rightarrow 0$ $\frac{\chi}{\sinh \chi} \rightarrow 1$



2DHG w Si/Si_{0,87}Ge_{0,13}/Si



FIG. 1. Longitudinal resistance ρ_{xx} plotted vs magnetic field B for a range of temperatures.



FIG. 3. Dingle plots of $\ln[(\Delta \rho_m \sinh \xi)/(\rho_0 \xi)]$ vs 1/B for various temperatures.

 $\tau_q \approx 2 \text{ ps}, \quad \Delta E \approx 0.3 \text{ meV}$

T.E. Whall et al., Applied Physics Letters, 64, 357 (1994)

3.

Czas transportowy (czas relaksacji pędowej) τ_{tr} , średnia droga swobodna I_{tr}

W makroskopowych przepływach elektronów (np. prąd elektryczny) liczy się nie sam fakt rozproszenia, ale jak w rozproszeniu zmienia się pęd (wektor falowy). Niskokątowe rozproszenia mają mniejszy wpływ na relaksację pędu niż wysokokątowe (rozproszenia elektron-elektron nie dają wkładu do τ_{tr} !):

gdzie O – kąt (elastycznego) rozproszenia

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = \int P(\theta) (1 - \cos \theta) d\Omega$$

 $\frac{1}{\tau} = \int P(\theta) d\Omega$

przeważnie
$$\tau_{tr} > \tau_q$$

Ruchliwość: $\mu = \frac{e \tau_{tr}}{m^*}$ **Przykład**: GaAs, m* \approx 0,067 m₀, E_F = 10 meV, $v_F \approx 2,3.10^5$ m/s

1. T = 300 K, materiał objętościowy: $m \approx 4000$ cm²/Vs, $t_{tr} \approx 0,15$ ps, $\tau_{tr} v_F \approx I_{tr} \approx 35$ nm

2. T = 1 K, 2DEG: $m \approx 10^7$ cm²/Vs, $\tau_{tr} \approx 400$ ps, $\tau_{tr} v_F \approx I_{tr} \approx 90$ mm

) Czas relaksacji fazy (czas koherencji fazowej) τ_{φ} , długość relaksacji fazy (długość koherencji fazowej) I_{ω}

Rozproszenia mogą prowadzić do przypadkowych zmian fazy funkcji falowej elektronu, a więc zaniku jej spójności fazowej, co z kolei uniemożliwia efektywną interferencję. Spójność fazową niszczą rozproszenia nieelastyczne. W relaksacji fazy nie biorą udziału "sztywne rozpraszacze", a tylko "fluktuujące" (rozpraszanie na fononach, rozpraszanie elektron-elektron, rozpraszanie na domieszkach z "wewnętrznymi stopniami swobody")

Przykład 1 – efekt Aharonova-Bohma

Elektron poruszający się z punktu 1 do punktu 2 po pewnej drodze P, na której nie znika potencjał wektorowy \vec{A} ($\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$) doznaje przesunięcia fazowego:

Różnica faz pomiędzy dwiema różnymi drogami:

$$\Delta\phi_{PQ} = \frac{e}{\hbar} \left(\int_{P} \vec{A} \cdot d\vec{r} - \int_{Q} \vec{A} \cdot d\vec{r} \right) = \frac{e}{\hbar} \int_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{e}{\hbar} \Phi_{B}$$

jest proporcjonalna do strumienia pola **B** przez powierzchnię S rozpiętą przez obie drogi

Interferencja fal elektronowych poruszających się po obu drogach, prawdopodobieństwo transmisji:

$$T = 2T_0 \left[1 + \cos\left(\frac{e}{\hbar} \Phi_B + \varphi_0\right) \right]$$

 $T - \text{okresowe w strumieniu } \Phi_B$ (a więc i w polu **B**), z okresem $\Phi_0 = \frac{h}{e}$ (kwant strumienia magnetycznego)

2DEG w GaAs/Ga_{0.7}Al_{0.3}As

0

Magnetic field B (Gauss)

onductance

200

0.15

0.20

0.25

Gate Voltage (V)

400

0.30

0.35

600

FIG. 1. Measured magnetoconductance of the device shown on the SEM picture in the left insert. The magnetoconductance show a very clear Aharonov-Bohm signal imposed on a slowly varying background. The right insert displays the zero-magnetic field conductance at T=4.2 K as a function of gate voltage. The conductance curve displays distinct steps which show that the device is in a single- or few-mode regime, see text.

S. Pedersen et al., Physical Review B, 61, 5457 (2000)

Średnia droga swobodna $v_F \tau_{tr} \approx 6 \text{ mm} - \text{transport bez rozproszeń (balistyczny)}$

2.70

2.60

2.50

2.40

2.30

2.20

-600

1 mm

-400

-200

Conductance G (e²/h)

- Amplituda interferencji gaszona przez procesy defazowania funkcji falowej z czynnikiem gaszącym:
 - $\sim \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{\phi}}\right)$

gdzie au – czas w którym elektron pokonuje interferometr

Przykład 2 – słaba lokalizacja

Przypadkowo rozłożone rozpraszacze (elastyczne) umożliwiają wystąpienie rozpraszania do tyłu, którego prawdopodobieństwo jest zwiększone ze względu na interferencję konstruktywną pomiędzy dwiema drogami odpowiadającymi ruchom w przeciwne strony. Prowadzi to do zwiększenia całkowitego prawdopodobieństwa rozpraszania do tyłu, a więc zmniejszenia przewodności elektrycznej. Pole magnetyczne wprowadza przesunięcia fazowe pomiędzy obu drogami, co, ze względu na uśrednienie wkładów bardzo wielu możliwych tego typu par trajektorii, gasi efekt

⇒ ujemny magnetoopór

2DHG w Si/SiGe QW



Fig. 8.5 Inset: A fraction of the electronic trajectories in a diffusive 2DEG form closed loops and lead to coherent backscattering. Main figure: WL peak as a function of B, and for various temperatures between 170 and 940 mK. The sample was a Si–SiGe quantum well containing a hole gas.

V. Senz et al., Physical Review B, 61, R5082 (2000)





Fig. 8.6 (a) The data of Fig. 8.5 (circles), translated into longitudinal conductivity $\sigma_{xx}(B)$. The lines are least squares fits according to Eq. (8.4). (b) Temperature dependence of τ_{ϕ} , as determined from these fits. The line represents the theoretically expected 1/T dependence.

V. Senz et al., Physical Review B, 61, R5082 (2000)

Przykład 3 – uniwersalne fluktuacje przewodności (UCF)

Przypadkowo rozłożone rozpraszacze (elastyczne) wyznaczają różne możliwe trajektorie elektronowej paczki falowej. Interferencje pomiędzy tymi trajektoriami prowadzą do *zależności całkowitej przewodności od parametru mogącego modyfikować tę interferencję* (np. pola magnetycznego). Zmiany te są w pełni powtarzalne. Szczegółowy obraz aperiodycznych zależności *G*(*B*) zależy jednak od rozkładu domieszek: ogrzanie i ponowne schłodzenie próbki może zmieniać szczegóły zależności *G*(*B*) – domieszki mogą trochę przedyfundować.





Druty kwantowe InN

FIG. 1. (Color online) (a) Scanning electron beam micrograph of sample B-6 with six InN wires connected in parallel and (b) detail of a contacted InN nanowire. (c) Schematic illustration of a contacted nanowire. The Si substrate used as a back-gate electrode is isolated from the nanowire by a 100 nm thick SiO₂ layer.

S. Alagha et al., *Journal of Applied Physics*, **108**, 113704 (2010)



Druty kwantowe InN

S. Alagha et al., *Journal of Applied Physics*, **108**, 113704 (2010)

FIG. 2. (Color online) (a) Conductance fluctuations in units of e^2/h for a single wire (sample A-1) at various temperatures in the range from 0.8 to 30 K. (b) Corresponding measurements for a sample with eight wires connected in parallel (sample A-8). (c) Comparison of the conductance fluctuations $\Delta G/\bar{G}$ of samples A-1 and A-8 at 0.8 K. The curve of sample A-8 was shifted by 0.03.

Skale długości i czasu w transporcie

- Czas kwantowy $\mathbf{t}_{q'}$ średnia droga swobodna $\mathbf{I}_q = \mathbf{\tau}_q \mathbf{v}_F$
- Czas transportowy (czas relaksacji pędowej) τ_{tr} , średnia droga swobodna $I_{tr} \approx \tau_{tr} v_F$
- Czas relaksacji fazy (czas koherencji fazowej)
 τ_{φ} , długość relaksacji fazy (długość koherencji fazowej)
 I_{φ}

jeśli
$$\tau_{\varphi} >> \tau_{q'}$$
 to:
 $l_{\phi} = \sqrt{D \tau_{\phi}}$ a nie $l_{f} \approx \tau_{f} v_{F}$
gdzie $D = \frac{\mu kT}{q}$ - stała dyfuzji