

SEMESTRALNY WYKŁAD

TEORIA GRUP I

(WYDZIAŁ FIZYKI, UW, R. AKAD. 2024/25; 1100-3'TG1)

WYKŁADOWCA: RAFAŁ R. SUSZEK [KMMF]

CZAS I MIEJSCE: PIĄTKI W GODZ. 1415–1600 W SALI 1.02



Cel: Wprowadzenie do teorii grup skończonych i ich reprezentacji. Studium wybranych zastosowań fizykalnych teorii grup, ze szczególnym naciskiem na modelowanie symetrii nieskończonych sieci krystalicznych.

Szkielet logiczny:

- (1) Pojęcia podstawowe (aksjomatyka, morfizmy i podstruktury przez nie wyróżniane).
- (2) Warstwy jednostronne, twierdzenie Lagrange'a i jego konsekwencje.
- (3) Grupy w terminach generatorów i relacji na przykładzie grupy symetrycznej.
- (4) Konstrukcja ilorazowa.
- (5) Twierdzenia o (izo)morfizmach (tzw. Twierdzenia o izomorfizmach, Lemat o pięciu morfizmach).
- (6) Iloczyny proste i półproste grup oraz ich opis przy użyciu krótkich ciągów dokładnych.
- (7) Homomorfizm łączący w (ko)homologii.*
- (8) Działanie grupy na zbiorze (aksjomatyka, odwzorowania ekwiwariantne, orbity i stabilizatory). Twierdzenia: Cayleya, o klasyfikacji orbit oraz Lemat Cauchy'ego-Frobeniusa.
- (9) Reprezentacje grup (aksjomatyka, splatacze, równoważności i podprzestrzenie niezmiennicze, istotne przykłady). Naturalne operacje na reprezentacjach (dualizacja, suma prosta, iloczyn tensorowy). Rozkładalność i nieprzywiedlnosc. Lematy Schura.
- (10) Studium reprezentacji na przestrzeniach C-liniowych: ogólnych i unitarnych (reprezentacja zespolenie sprzężona, unitarność i jej związek z rozkładalnością, unitaryzowalność, pseudounitarność).
- (11) Charaktery – podstawowe własności, związek z algebrą reprezentacji i ich nieprzywiedlnoscia, tudziez szczegolna rola w konstrukcji algebry splotowej, własności teorioliczbowe.
- (12) Reprezentacje a klasy sprzężoności w grupie. Funkcje klas. Moc grupy a wymiary reprezentacji nieprzywiedlnych. Twierdzenie Frobeniusa-Schura-Petera-Weyla.
- (13) Elementy krystalografii w ujęciu teoriogrupowym: studium grupy ruchów euklidesowych (Twierdzenie Mazura-Ulana, niezmienniki geometryczne obrotów i obrotów uogólnionych, postać kanoniczna izometrii), sieci krystalograficzne translacyjnie niezmiennicze oraz sieci Bravais'ego, grupy krystalograficzne: punktowa i przestrzenna oraz stacjonarna, twierdzenia klasyfikacyjne.
- (14) Algebra grupowa w ujęciu kategoriowym.

*Zagadnienia dodatkowe, poza głównym nurtem kursu – do samodzielnego opracowania (przez osoby zainteresowane).

Wymagania: Znajomość pojęć, konstrukcji i twierdzeń algebry (na poziomie kursu Algebra IR i IIR na WFUW).

Literatura: Wskazana na stronie [www](#) wykładu.

Strona [www](https://www.fuw.edu.pl/~suszek/2025TG1.html) wykładu: <https://www.fuw.edu.pl/~suszek/2025TG1.html>

KONTAKT: POK. 5.40 (PO UPRZEDNIM UZGODNIENIU TERMINU)

Email address: suszek@fuw.edu.pl