

Skalarne prądy zmieniające zapach kwarków w supersymetrycznym modelu standardowym

Łucja Sławianowska

Praca doktorska wykonana w Zakładzie Teorii Cząstek Elementarnych
Instytutu Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Warszawskiego

Promotor: dr hab. Piotr H. Chankowski



Warszawa 2004

Chciałabym serdecznie podziękować mojemu Promotorowi,
Profesorowi Piotrowi H. Chankowskiemu
za opiekę naukową podczas studiów doktoranckich,
przekazanie mi bogatej wiedzy, liczne cenne dyskusje,
jak również za inspirację i nieocenioną pomoc
podczas pisania tej pracy

Spis treści

1	Wstęp	1
2	Model Standardowy i opis oddziaływań słabych	9
2.1	Prądy słabe w Teorii Standardowej	9
2.2	Prądy neutralne zmieniające zapach w Modelu Standardowym	16
2.3	Niskoenergetyczny opis procesów naruszających zapach	21
3	Macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy	25
3.1	Parametryzacja macierzy CKM i trójkąt unitarności	27
3.2	Wyznaczanie elementów macierzy CKM	29
3.2.1	Wyznaczanie λ , A i $ \rho + i\eta $	29
3.2.2	Wyznaczanie $\bar{\varrho}$ i $\bar{\eta}$	33
3.3	Ograniczenia na modele MFV płynące z trójkąta unitarności	39
3.4	Rozróżnianie między ogólnym modelem MFV a modelem MFV typu Modelu Standardowego.	43
4	Supersymetria	47
4.1	Ogólna struktura MSSM	49
4.1.1	Sektor Higgsa	52
4.1.2	Sektor chargin, neutralin i gluin	52
4.1.3	Sektor skwarków	53
4.2	Prądy neutralne zmieniające zapach w MSSM	54
4.3	Minimalne łamanie zapachu	57
4.3.1	Efekty sektora Higgsa w MSSM	58
4.3.2	Efekty sektora chargin i stopów	63
5	Prądy skalarne w MSSM	73
5.1	Lagranżjan efektywny	73
5.2	Diagonalizacja	75
5.3	Efektywna macierz CKM	77
5.4	Sprzężenia neutralnych bozonów Higgsa do fermionów	78
5.5	Sprzężenia naładowanych bozonów Higgsa do fermionów	82

5.6	Sprzężenia chargino–kwark–skwark	83
6	Analiza w granicy niezłamanej symetrii $SU(2) \times U(1)$	87
6.1	Lagranżjany efektywne	89
6.2	Sprzężenia neutralnego skalaru Higgsa do fermionów	91
6.3	Sprzężenia naładowanego bozonu Higgsa z fermionami	93
6.4	Wielkość dominujących poprawek. Porównanie dwu podejść	96
6.4.1	Sprzężenia neutralnych bozonów Higgsa	96
6.4.2	Sprzężenia naładowanych bozonów Higgsa	100
6.5	Wprowadzenie zależności od zapachu	104
7	Wpływ skalarnych FCNC na przejścia z $\Delta B = 1$	107
7.1	Hamiltonian efektywny przejść $b \rightarrow sl^+l^-$ i $b \rightarrow dl^+l^-$	107
7.2	Rozpad $\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$	109
7.2.1	$\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$ w Modelu Standardowym	110
7.2.2	Rozpady $\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$ w MSSM z $\tan \beta \gg 1$	111
7.3	Rozpady $\bar{B}_s^0 \rightarrow X_s l^+l^-$ i $\bar{B}_d \rightarrow K l^+l^-$	117
7.4	Przejście $B \rightarrow X_s \gamma$	127
8	Mieszanie neutralnych mezonów	131
8.1	Wkład prądów skalarnych do $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta F=2}$	131
8.2	Różnica mas neutralnych mezonów B_s^0 - \bar{B}_s^0 w MSSM	133
8.3	Korelacje	139
8.4	$ V_{td}^{\text{eff}} $ w MSSM z $\tan \beta \gg 1$	145
9	Zakończenie	147
A	Czynniki F^s, F^d i F^e	149
B	Wkłady diagramów pudełkowych	153
C	Efektywne wierzchołki zmieniające zapach	155
C.1	Efektywne wierzchołki $\hat{F}_{L,R}^V$	155
C.2	Efektywne wierzchołki $\hat{F}_{L,R}^S$	156
C.3	Efektywne wierzchołki $\hat{F}_{L,R}^P$	157
D	Wkłady diagramów z charginami i stopami do wektorowych FCNC	159
E	Wkłady diagramów z charginami i stopami do skalarnych FCNC	161
F	Funkcje pętlowe z zerowymi pędami zewnętrznymi	163
	Literatura	163

Rozdział 1

Wstęp

Na najgłębszym dostępnym obecnie poziomie materię tworzą elementarne fermiony: leptoni oraz kwarki. Uczestniczą one w czterech rodzajach oddziaływań elementarnych: silnych, elektromagnetycznych, słabych i grawitacyjnych, przenoszonych przez bozony: foton, W^\pm , Z^0 , gluony i prawdopodobnie grawiton. Ładunki elektryczne leptonów to -1 (e^- , μ^- i τ^-) i 0 (neutrino), zaś ładunki kwarków są ułamkowe: $+\frac{2}{3}$ (kwarki u , c i t) i $-\frac{1}{3}$ (kwarki d , s i b). Fermiony różnią się poza tym masami. Można im przypisać liczbę kwantową zwaną zapachem. Zapach jest zachowywany w oddziaływaniach silnych i elektromagnetycznych, nie jest natomiast zachowany w oddziaływaniach słabych. Oznacza to, że oddziaływania słabe, jako jedyne, mają nietrywialną strukturę zapachową.

Amplitudy procesów zachodzących pod wpływem oddziaływań słabych (takich jak na przykład rozpad mionu $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$) i charakteryzujących się jakąś skalą energii E (np. masą rozpadającej się cząstki) są typowo rzędu $G_F E^2$, gdzie $G_F \approx 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ jest tzw. stałą Fermiego. W takich procesach na ogół ulega zmianie zarówno zapach jak i ładunek elektryczny fermionów. Mówi się, że są one spowodowane tzw. (słabymi) prądami naładowanymi. Istnieje jednak pewna klasa procesów słabych, w których zmienia się zapach kwarków ale nie zmienia się ich ładunek elektryczny. Przykładem takiego procesu jest rozpad mezonu B z emisją fotonu, $B \rightarrow X_s \gamma$ (X_s oznacza jakikolwiek hadron zawierający kwark s). Procesy takie mają zwykle amplitudy znacznie mniejsze niż $G_F E^2$, a nawet niekiedy mniejsze niż $G_F E^2 \alpha$, gdzie $\alpha = 1/137$ jest stałą struktury subtelnej. Mówi się, że są one spowodowane prądami neutralnymi zmieniającymi zapach, w skrócie FCNC (od ang. *Flavour Changing Neutral Currents*). Ponieważ procesy te zachodzą znacznie rzadziej niż typowe procesy słabe, nazywane są też procesami rzadkimi. Podobne przejścia, w których zmienia się zapach, ale nie ładunek elektryczny leptonów, nie zostały jak dotąd odkryte.

Wszystkie oddziaływania elementarne (oprócz grawitacji) są opisane przez Teorię Standardową. Jest to kwantowa teoria pola z cechowaniem unifikująca oddziaływania elektromagnetyczne i słabe. Zasadnicza struktura Teorii Standardowej jest określona przez jej grupę symetrii cechowania $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ oraz spontaniczne naruszenie podgrupy symetrii elektroslabej $SU(2) \times U(1)$ połączone z tzw. mechanizmem Higgsa. Struk-

tura ta została na poziomie kwantowym potwierdzona przez precyzyjne pomiary zderzeń e^+e^- przy energiach 90–200 GeV (w układzie środka masy) w akceleratorze LEP w CERNie oraz wielu innych doświadczeniach. Zebrane dane wciąż jednak nie dają odpowiedzi na pytanie o sam mechanizm naruszenia symetrii $SU(2) \times U(1)$. Nie testują one również bezpośrednio tej części teorii, która jest odpowiedzialna za nadawanie mas fermionom i strukturę zapachową oddziaływań słabych. Najprostsza wersja Teorii Standardowej, czyli tzw. Model Standardowy, wykorzystuje do złamania symetrii elektrosłabej jeden dublet zespolonych pól skalarnych (dublet Higgsa), którego jedna ze składowych ma niezerową próżniową wartość oczekiwaną (w skrócie VEV, od ang. *Vacuum Expectation Value*). W istocie jednak mechanizm naruszenia symetrii $SU(2) \times U(1)$ mógłby być zupełnie inny (lub też opis łamania symetrii przez dublet Higgsa może być tylko opisem efektywnym innego mechanizmu w jakiejś bardziej podstawowej teorii).

W Teorii Standardowej większość procesów słabych jest spowodowana wymianą naładowanych bozonów W^\pm — stąd zmiana ładunku kwarków — lub wymianą neutralnego bozonu Z^0 . Struktura teorii (która zostanie przypomniana w rozdziale 2) jest taka, że każdy z kwarków emitujących lub absorbujących W^\pm może przejść z bardzo różnymi amplitudami prawdopodobieństwa w każdy z trzech kwarków o odpowiednim ładunku. Zestaw tych 9 amplitud tworzy unitarną (ze względu na warunek zachowania prawdopodobieństwa) macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy (tzw. macierz CKM). W Modelu Standardowym macierz ta koduje w sobie całą nietrywialną strukturę zapachową oddziaływań słabych, gdyż analogiczne punktowe sprzężenie kwarku do neutralnego bozonu Z^0 nie prowadzi do zmiany zapach kwarku. Ponieważ W^\pm i Z^0 są bozonami o spinie 1, sprzęgające się do nich biliniowe kombinacje pól kwarków tworzą tzw. wektorowe prądy słabe. Mikroskopowy obraz oddziaływań słabych w Modelu Standardowym jest zatem taki, że procesy ze zmianą ładunku są generowane na poziomie drzewowym przez wymiany bozonu W^\pm między kwarkowymi i/lub leptonowymi wektorowymi prądami naładowanymi. Natomiast procesy, w których zmianie ulega tylko zapach kwarków, a nie ich ładunek, takie jak rozpad $B \rightarrow X_s \gamma$, są wynikiem kwantowych poprawek promienistych generujących zmieniające zapach sprzężenia kwarków do Z^0 i/lub fotonu, tzn. generujących wektorowe (lub w przypadku sprzężenia do fotonu tensorowe) prądy neutralne zmieniające zapach. Zmiana zapachu kwarków w prądach neutralnych jest więc w Modelu Standardowym wynikiem zmieniających zapach sprzężeń wirtualnych bozonów W^\pm w poprawkach promienistych. Tak więc w Modelu Standardowym unitarna macierz CKM jest jedynym źródłem łamania symetrii zapachowej oraz — jeśli jest ona zespolona — także parzystości kombinowanej CP. Dodatkowo, struktura teorii jest taka, że w granicy równych mas wszystkich kwarków pojawia się dodatkowa globalna zapachowa symetria $[U(3)]^5 = [SU(3)]_q^3 \times [SU(3)]_l^2 \times [U(1)]^5$ lagranżjanu, która zabrania przejść ze zmianą zapachu bez zmiany ładunku (w granicy, w której symetria ta jest ścisła, kwarki o tym samym ładunku przestają być odróżnialne i odpowiednie przededefiniowanie ich pól pozwala zredukować macierz CKM do macierzy jednostkowej). Amplitudy procesów powodowanych przez FCNC są z tego powodu dodatkowo tłumione przez różnice kwadratów mas

kwarków (dzielone przez kwadrat masy bozonu W^\pm) lub przez logarytmy stosunków mas kwarków, czyli przez tzw. mechanizm Glashowa, Iliopoulusa i Maianiego (mechanizm GIM).

Testowanie struktury zapachowej Teorii Standardowej można podzielić na dwie części: badanie procesów uwarunkowanych wymianą bozonu W^\pm na poziomie drzewowym oraz badanie procesów generowanych przez poprawki radiacyjne. Pierwszy typ procesów w zasadzie pozwala wyznaczyć prawie wszystkie elementy macierzy CKM (w praktyce tylko niektóre). Drugi typ procesów testuje kwantową strukturę teorii oddziaływań słabych i potencjalnie może dostarczyć informacji o tzw. „nowej fizyce”. Mianem „nowej fizyki” określa się oddziaływania kwarków i leptonów (a także bozonów W^\pm i Z^0) z nowymi cząstkami, których istnienie przewidywane jest przez modyfikacje (rozszerzenia) Modelu Standardowego i które mogą wносить dodatkowe przyczynki do generowanych przez poprawki pętlowe FCNC lub też powodować występowanie FCNC na poziomie drzewowym.

Oczywiste jest, że procesy generowane przez poprawki radiacyjne są rzadsze (tzn. mają mniejsze amplitudy prawdopodobieństwa) i przez to są trudniejsze do badania doświadczalnego. Przykładowo, rozpad $B \rightarrow X_s \gamma$ zdarza się raz na około 30 tysięcy rozpadów mezonu B i po raz pierwszy został zarejestrowany dopiero w roku 1995 [1]. Drugą trudnością w testowaniu struktury zapachowej Teorii Standardowej jest fakt, że kwarki oddziałują silnie. Wskutek tego istotne stają się oddziaływania silne, zarówno krótkozasięgowe jak też i długozasięgowe, prowadzące do wiązania się kwarków w rejestrowane w doświadczeniach hadrony. Efekty silnych oddziaływań pierwszego typu przy odpowiednim nakładzie pracy można uwzględnić stosując rachunek zaburzeń. Są one często bardzo istotne — przykładowo, zmieniają one szerokość wspomnianego wcześniej rozpadu $B \rightarrow X_s \gamma$ o około 50%. Efekty związane z długozasięgowymi silnymi oddziaływaniami kwarków uwzględnia się stosując różne techniki fenomenologiczne lub też za pomocą rachunków sieciowych. Jednak zawsze stanowią one źródło sporych niepewności, jakimi obarczone są przewidywania Teorii Standardowej dla procesów słabych, w których uczestniczą hadrony.

Jak dotąd (nie licząc wyników takich, jak pomiar asymetrii CP w rozpadzie $B \rightarrow \phi K_S$ [2, 3, 4, 5], których status doświadczalny nie jest do końca pewny) wszystkie dane w granicach błędów doświadczalnych i niepewności teoretycznych są zgodne z przewidywaniami Modelu Standardowego. Istnieją jednak procesy takie jak np. rozpad neutralnych mezonów B_s^0 i B_d^0 na dwa leptony, których częstość zachodzenia przewidywana przez Model Standardowy jest wciąż o dwa-trzy rzędy wielkości mniejsza niż aktualna czułość eksperymentalna. W takich procesach przyczynki od „nowej fizyki” mogą wciąż być duże. W niektórych wielkościach, takich jak na przykład parametr $\frac{\epsilon'}{\epsilon}$, mierzący bezpośrednio łamanie CP w rozpadach kaonów [6], przyczynki od „nowej fizyki” mogą być maskowane przez wspomniane wcześniej niepewności w teoretycznym oszacowaniu efektów oddziaływań silnych. Ponadto niektóre elementy macierzy CKM daje się wyznaczyć tylko dzięki pomiarom procesów rzadkich i ewentualne przyczynki od „nowej fizyki” do amplitud tych

procesów mogą zmienić przewidywania dla innych procesów zależnych od tych elementów macierzy CKM.

Mimo, iż jak dotąd wszystkie dane doświadczalne są zgodne z Modelem Standardowym, istnieją poważne przesłanki aby sądzić, iż nie jest on teorią ostateczną. Po pierwsze nie opisuje on oddziaływań grawitacyjnych. Po drugie, od ostatecznej teorii oczekuje się, że jej struktura będzie ustalona przez jakiś warunek spójności matematycznej. Tymczasem spójnych matematycznie teorii z cechowaniem podobnych do Teorii Standardowej może być wiele. Model Standardowy nie jest teorią ostateczną również dlatego, że występuje w nim bardzo duża liczba wolnych parametrów, takich jak masy fermionów i elementy macierzy CKM, których wartości można wyznaczyć tylko doświadczalnie. Od prawdziwej podstawowej teorii oczekuje się natomiast, że nie będzie ona miała wcale wolnych parametrów lub będzie ich miała niewielką liczbę. Poza tym, jakkolwiek łamanie zapachu i CP jest w Modelu Standardowym opisane przez macierz CKM, to samo pochodzenie tego łamania (inaczej mówiąc — wyjaśnienie, dlaczego struktura sprzężeń kwarków do skalarnego kondensatu nadającego im masy jest taka a nie inna) nie znajduje w Modelu Standardowym racjonalnego uzasadnienia. Wszystko to pozwala oczekiwać, iż na bardziej podstawowym poziomie fizyka opisywana jest jakąś inną teorią i że przy badaniu oddziaływań cząstek elementarnych przy wyższych energiach odkryte zostaną nowe zjawiska (i nowe, ciężkie cząstki), których istnienie nie jest przewidywane przez Model Standardowy. Jednak z samej natury kwantowej teorii pola wynika, że ciężkie cząstki mogą poprzez poprawki promieniste wpływać na zjawiska zachodzące przy energiach niskich w porównaniu ze skalą mas tych cząstek. Można się więc spodziewać, że jakieś nie przewidywane przez Model Standardowy efekty zostaną zaobserwowane także w procesach słabych, w szczególności w procesach rzadkich, które, jak już to było wspomniane, testują bezpośrednio kwantową strukturę oddziaływań.

Teoria Standardowa jest więc prawdopodobnie tylko efektywnym opisem oddziaływań cząstek elementarnych przy energiach niższych od pewnej energii Λ . Procesy charakteryzujące się energiami cząstek wyższymi niż Λ muszą być opisywane bardziej podstawową teorią. Oczywiście jest też, że Modelu Standardowego nie można stosować dla procesów zachodzących przy energiach przekraczających skalę Plancka $\sqrt{\frac{\hbar c}{G_N}} \approx 10^{19}$ GeV, gdyż wówczas istotne stają się kwantowe efekty grawitacyjne. Jeśli wszystkie mankamenty Teorii Standardowej wymienione powyżej znajdowałyby swe rozwiązanie dopiero w kwantowej teorii grawitacji, to energia Λ , poniżej której Model Standardowy byłby teorią efektywną, była by rzędu masy Plancka. Nadzieje na zaobserwowanie odstępstw od Teorii Standardowej w eksperymentach charakteryzujących się energiami E rzędu 100 GeV i niższymi (odstępstwa te typowo są rzędu $\frac{E}{\Lambda}$) byłyby wówczas płonne.

Jednakże sam sposób naruszenia symetrii $SU(2) \times U(1)$ w Teorii Standardowej ma pewien defekt, zwany problemem hierarchii [7]. Sugeruje on, że teoria ta powinna zostać zastąpiona przez jakąś inną teorię już powyżej skali Λ nie wyższej niż (1-kilka) TeV. Problem hierarchii sprowadza się do problemu stabilności względem poprawek kwantowych potencjału skalarnego pola Higgsa wyznaczającego wartość próżniowego kondensatu tego

pola. Jeśli bowiem powyżej skali Λ fizyka opisywana jest bardziej podstawową teorią, to naturalną wartością naruszającej symetrię elektroslabą średniej próżniowej dubletu Higgsa jest właśnie Λ . Wymuszenie, by była ona rzędu $G_F^{-1/2}$ (tak jak tego wymagają mierzone masy bozonów W^\pm i Z^0) wymaga tym dokładniejszego dostrojenia parametrów teorii im wyższa jest skala Λ . Przyjmuje się, że niestabilność ta może być tolerowana tylko wówczas, gdy $\Lambda < (1\text{-kilka}) \text{ TeV}$. Oczekuje się więc, że powyżej energii rzędu Λ Model Standardowy musi zostać zastąpiony przez teorię, w którą wbudowany jest jakiś mechanizm stabilizujący wartość łamiącej symetrię $SU(2) \times U(1)$ średniej próżniowej. Skala $\Lambda < (1\text{-kilka}) \text{ TeV}$ jest jednak dostatecznie niska, by taka nowa teoria przewidywała efekty w zasadzie obserwowalne w procesach niskoenergetycznych. Jak już było wspomniane wyżej, takie odstępstwa od przewidywań Modelu Standardowego mogą być najłatwiej wykryte w słabych procesach rzadkich. Z drugiej strony, zgodność mierzonej częstości procesów takich jak $B \rightarrow X_s \gamma$ z przewidywaniami Modelu Standardowego nakłada pewne ograniczenia na proponowane jego rozszerzenia.

W rozszerzeniach Modelu Standardowego możliwe są dwa ogólne scenariusze łamania zapachu i symetrii CP. Źródłem łamania zapachu i CP może efektywnie¹ pozostać, tak jak w Modelu Standardowym, jedynie macierz CKM, albo mogą pojawić się nowe źródła łamania zapachu i CP. W pierwszym przypadku elementy macierzy CKM wyznaczone doświadczalnie z procesów rzadkich (takich jak mieszanie neutralnych mezonów B^0 – patrz rozdział 3) mogą być inne, niż gdyby wyznaczać je w oparciu o Model Standardowy. Różnice te można ewentualnie później badać w innych procesach. W drugim przypadku przy pewnym poziomie dokładności będzie musiało okazać się, że opis procesów słabych przez macierz CKM prowadzi do sprzeczności. Sprzeczności te przejawiałyby się w ten sposób, że przewidywania dla jednych procesów byłyby niezgodne z wynikami doświadczalnymi, gdy wartości macierzy CKM wyznaczałoby się z innych procesów. Mogłoby również okazać się, że wyznaczone z doświadczeń w oparciu o Model Standardowy wartości elementów unitarnej macierzy CKM byłyby większe od 1. Zaobserwowanie odstępstw od przewidywań Modelu Standardowego oraz ewentualne odróżnienie doświadczalne tych dwóch scenariuszy łamania zapachu i parzystości kombinowanej CP byłoby bardzo istotnym krokiem w poszukiwaniach teorii bardziej podstawowej.

Dodatkowo, w niektórych rozszerzeniach Modelu Standardowego oddziaływania słabe mogą być również przenoszone przez cząstki o spinie 0, tzn. oddziaływania słabe mogą mieć też strukturę prądów skalarnych, a nie tylko wektorowych. Ta interesująca możliwość realizuje się właśnie w supersymetrycznym rozszerzeniu Modelu Standardowego. Zbadaniu niektórych konsekwencji skalarnych prądów zmieniających zapach generowanych w minimalnym supersymetrycznym rozszerzeniu Modelu Standardowym poświęcona jest niniejsza praca.

¹Jak to zostanie przypomniane w rozdziale 2, prawdziwym źródłem łamania symetrii zapachowej w Modelu Standardowym i niektórych jego rozszerzeniach jest oddziaływanie pól kwarków z kondensatem próżniowym pola Higgsa. Efektywnie jednak jedynym śladem tego mechanizmu jest macierz CKM występująca w punktowych oddziaływaniach bozonów W^\pm z kwarkami.

Plan tej pracy jest następujący. W rozdziale 2 przypomniana zostanie struktura oddziaływań słabych w Teorii Standardowej ze szczególnym uwzględnieniem mechanizmu łamania symetrii zapachowej i łamania symetrii CP. Wprowadzone też zostaną oznaczenia i konwencje używane w dalszej części pracy. Przypomniany też zostanie ogólny schemat, ważny również w rozszerzeniach Teorii Standardowej, uwzględniania poprawek od oddziaływań silnych do przewidywań szybkości reakcji oddziaływań słabych. Schemat ten jest oparty na rozwinięciu operatorowym i konstrukcji efektywnego hamiltonianu opisującego oddziaływanie słabe poniżej skali masy bozonów W^\pm i Z^0 za pomocą lokalnych operatorów wymiaru 5 i 6 oraz ich współczynników Wilsona.

Rozdział 3 dotyczy macierzy CKM w Teorii Standardowej i jej rozszerzeniach, w których macierz ta pozostaje jedynym (lub silnie dominującym) źródłem łamania zapachu i CP. Opisany zostanie standardowy schemat wyznaczania jej elementów w oparciu o dane doświadczalne i warunek unitarności (konstrukcja tzw. trójkąta unitarności). Metoda hamiltonianu efektywnego omówiona w rozdziale 2 pozwala wówczas na wprowadzenie użytecznej klasyfikacji rozszerzeń Teorii Standardowej. Jest to klasyfikacja ze względu na rodzaj operatorów dominujących w hamiltonianie efektywnym procesów służących do wyznaczania elementów macierzy CKM. W sposób niezależny od konkretnego modelu przeanalizowane zostaną również możliwe modyfikacje wprowadzane przez „nową fizykę” w wyznaczanie elementów macierzy CKM w oparciu o dane doświadczalne dotyczące procesów rzadkich. Wreszcie, przedstawione zostaną dwa alternatywne sposoby testowania takich modyfikacji.

W rozdziale 4 zostaną pokrótce przypomniane argumenty stojące za supersymetrycznym rozszerzeniem Teorii Standardowej. Przedstawiona zostanie struktura najprostszego supersymetrycznego rozszerzenia Teorii Standardowej, tzw. Minimalnego Supersymetrycznego Modelu Standardowego, w skrócie MSSM (od ang. *Minimal Supersymmetric Standard Model*). Szczególny nacisk położony zostanie na możliwe źródła naruszenia zapachu w MSSM. Następnie pokazane zostanie, że gdy stosunek wartości próżniowych v_u/v_d dwu dubletów pól Higgsa (odpowiedzialnych w MSSM za łamanie symetrii $SU(2) \times U(1)$) jest dużo większy niż 1, poprawki promieniste związane z wymianą cząstek supersymetrycznych prowadzą do powstania skalarnych prądów neutralnych zmieniających zapach wzmocnionych przez czynnik $(v_u/v_d)^2(m_t^2/M_W^2)$. W przypadku kwarków b takie sprzężenia do neutralnych bozonów Higgsa stają się tak duże, że aby otrzymać wiarygodne przewidywania teoretyczne, należy zsumować wszystkie przyczynki rzędu $(v_u/v_d)(v_u/v_d)^n(m_t^2/M_W^2)^{n-k}\alpha_s^k$, $k = 0, \dots, n$ ze wszystkich rzędów rachunku zaburzeń. Oparty na technice lagranżjanu efektywnego formalizm umożliwiający takie wysumowanie przedstawiony jest w rozdziale 5. Dodatkowo wyprowadzone zostaną też wzory na bardzo istotne dla $v_u/v_d \gg 1$ poprawki do mających także postać prądów skalarnych sprzężeń naładowanego bozonu Higgsa H^+ do kwarków.

W rozdziale 6 podane zostaną przybliżone wzory na sprzężenia kwarków dolnych do neutralnych bozonów Higgsa oraz na sprzężenia naładowanego bozonu Higgsa, wyprowadzone w granicy niezłamanej symetrii $SU(2) \times U(1)$. Są one znacznie bardziej przejrzyste

niż ściśle wzory zamieszczone w rozdziale 5 i pozwalają jakościowo zrozumieć efekty i ich zależność od parametrów supersymetrycznych. Przedstawiona tam zostanie również analiza numeryczna dokładności takiego przybliżenia. Pokażemy, że przybliżenie to, powszechnie stosowane w literaturze przy uwzględnianiu efektów zmieniających zapach sprzężeń neutralnych bozonów Higgsa oraz wiodących dla $\tan \beta \gg 1$ poprawek do sprzężeń naładowanego bozonu Higgsa, jest często niewystarczające. Na końcu rozdziału 6 podane zostaną wzory poprawiające jakość przybliżenia w szerokim zakresie parametrów modelu supersymetrycznego.

Rozdziały 7 i 8 poświęcone będą badaniu konsekwencji fenomenologicznych efektywnych zmieniających zapach sprzężeń kwarków do bozonów Higgsa. Są one najistotniejsze dla procesów, w których uczestniczą kwarki b (i/lub \bar{b}). Dlatego też w rozdziale 7 zbadany zostanie wpływ prądów skalarnych na przejścia, w których $|\Delta B| = 1$. Rozpatrzone zostaną najpierw rozpady $\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ i $\bar{B}_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$, których szybkość zachodzenia jest bardzo czuła na siłę zmieniających zapach prądów skalarnych: w modelu supersymetrycznym z dużą wartością stosunku wartości próżniowych dwu dubletów pól Higgsa, $v_u/v_d \gg 1$, zmieniające zapach sprzężenia efektywne prowadzić mogą do nawet kilkukrotnego zwiększenia szybkości tych rozpadów w porównaniu z przewidywaniami Modelu Standardowego. Przeanalizowane zostaną też ograniczenia nakładane na siłę tych sprzężeń przez eksperymentalne górne ograniczenia na stosunek rozgałęzienia rozpadu $\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$. Następnie rozpatrzemy rozpady $\bar{B}^0 \rightarrow X_s l^+ l^-$ oraz $\bar{B} \rightarrow K l^+ l^-$. Możliwy wpływ zmieniających zapach prądów skalarnych na charakterystyki tych rozpadów zostanie zanalizowany z uwzględnieniem wyprowadzonych ograniczeń wynikających z nieobserwowania rozpadu $\bar{B}_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$. Aby orzec, czy efekty te mogą zostać zarejestrowane eksperymentalnie, zostaną one skonfrontowane z niepewnościami teoretycznych przewidywań uzyskiwanych w Modelu Standardowym. Na zakończenie rozdziału 7 omówiony też zostanie jakościowo wpływ prądów skalarnych na przewidywanie $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$.

W rozdziale 8 przebadany zostanie wpływ skalarnych prądów neutralnych na przejścia o $\Delta F = 2$ — na mieszanie neutralnych mezonów K^0 - \bar{K}^0 , B_d^0 - \bar{B}_d^0 i B_s^0 - \bar{B}_s^0 . Okazuje się, że dla $v_u/v_d \gg 1$ prądy skalarne prowadzą do dużych efektów w mieszanii B_s^0 - \bar{B}_s^0 . W rozdziale tym omówione zostaną ponadto korelacje między mierzalnymi wielkościami opisującymi procesy rozpadów mezonów B omawianych w rozdziale 7 i mieszanii neutralnych mezonów $B_{s,d}^0$ omawianych w rozdziale 8. Istnienie takich korelacji jest spowodowane tym, że wielkości te są zdominowane przez te same efektywne zmieniające zapach sprzężenia kwarków dolnych do bozonów Higgsa. Korelacje te można będzie weryfikować eksperymentalnie, i w oparciu o nie, ograniczać przestrzeń parametrów modelu supersymetrycznego.

Wyniki przedstawione w rozdziałach 3, 4, 5, 6, 7 i 8 oparte są na oryginalnych opublikowanych pracach [8, 9, 10, 11]. Były one również prezentowane na kilku konferencjach międzynarodowych [12, 13, 14].

Rozdział 2

Model Standardowy i opis oddziaływań słabych

W niniejszym rozdziale przedstawione zostaną pokrótce podstawowe fakty dotyczące sektora Modelu Standardowego odpowiedzialnego za oddziaływania słabe. Szczególnie dokładnie omówiona zostanie jego struktura zapachowa oraz naruszenie globalnej zapachowej symetrii $[U(3)]^5$ przez oddziaływania kwarków i leptonów z polem skalarnym (polami skalarnymi) naruszającym symetrię cechowania $SU_L(2) \times U_Y(1)$ do $U_{EM}(1)$. Dla późniejszych celów rozpatrzony zostanie sektor Higgsa rozszerzony o drugi dublet pól skalarnych, który w ogólnym przypadku prowadzi do powstania skalarnych prądów neutralnych zmieniających zapach już w zerowym rzędzie rachunku zaburzeń. Przypomniana zostanie konstrukcja macierzy Cabibbo-Kobayashi-Maskawy (CKM) i prądów wektorowych oddziaływań słabych. Na najprostszym przykładzie zilustrowane zostanie generowanie przez poprawki pętlowe wektorowych neutralnych prądów zmieniających zapach. Na zakończenie omówiona zostanie standardowa technika uwzględniania poprawek silnych oparta na rozwinięciu operatorowym i konstrukcji hamiltonianu efektywnego.

2.1 Prądy słabe w Teorii Standardowej

Teoria Standardowa jest to kwantowa teoria pola z grupą cechowania $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$, unifikująca oddziaływania słabe i elektromagnetyczne. Oddziaływania kwarków i leptonów z bozonami wektorowymi — kwantami pól cechowania — wyznaczone są przez liczby kwantowe tych fermionów względem grupy cechowania. Grupa $SU_L(2) \times U_Y(1)$ symetrii elektroslabej jest spontanicznie naruszona do grupy symetrii $U_{EM}(1)$ elektrodynamiki kwantowej (patrz np. [15]). W Modelu Standardowym (najprostszej realizacji Teorii Standardowej) następuje to przez kondensat próżniowy dubletu pól skalarnych, zwanych polami Higgsa (dubletem Higgsa). Pola kwarków i leptonów grupują się w 3

generacje mające takie same liczby kwantowe względem grupy symetrii cechowania

$$q = \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}, \quad d^c, \quad u^c, \quad l = \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}, \quad e^c, \quad (2.1)$$

$$(3, 2, \frac{1}{6}), \quad (3^*, 1, \frac{1}{3}), \quad (3^*, 1, -\frac{2}{3}), \quad (1, 2, -\frac{1}{2}), \quad (1, 1, 1),$$

gdzie wypisane zostały pola materii tworzące pierwszą generację: u i d to kwarki górny i dolny, e to elektron zaś ν_e to neutrino elektronowe. W nawiasach podane zostały liczby kwantowe względem grupy cechowania. Użyta została notacja Weyla dla spinorów [15] operująca chiralnymi spinorami (tzn. dwuskładnikowymi reprezentacjami grupy nakrywającej dla grupy Lorentza, tj. $SL(2, C)$) opisującymi lewoskrętne cząstki i ich prawoskrętne antycząstki. Druga generacja zawiera kwarki c i s oraz lepton μ (mion) i neutrino mionowe ν_μ . Trzecia generacja składa się z kwarków t i b oraz leptonu τ (taonu) i neutrina taonowego ν_τ . W dalszej części pracy stosowana będzie zwarta notacja dla wszystkich trzech generacji, q_A, u_A^c, d_A^c, l_A i e_A^c , gdzie A numeruje generacje i przebiega 1,2,3.

Wyjściowy lagranżjan wyznaczony przez te liczby kwantowe, opisujący oddziaływanie kwarków i leptonów z bozonami cechowania, ma postać

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_g = & i\bar{q}_A \bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu + i g W_\mu^a T^a + \frac{i}{6} g' B_\mu \right] q_A \\ & + i\bar{d}_A^c \bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu + i \frac{1}{3} g' B_\mu \right] d_A^c + i\bar{u}_A^c \bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu - i \frac{2}{3} g' B_\mu \right] u_A^c \\ & + i\bar{l}_A \bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu + i g W_\mu^a T^a - \frac{i}{2} g' B_\mu \right] l_A + i\bar{e}_A^c \bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu + i g' B_\mu \right] e_A^c \end{aligned} \quad (2.2)$$

(dla prostoty w powyższym wzorze nie zostały uwzględnione oddziaływania kwarków z gluonami). Macierze T^a , $a = 1, 2, 3$, są generatorami grupy $SU_L(2)$ w reprezentacji podstawowej, g jest stałą sprzężenia związaną z tą grupą, a g' odpowiednią stałą sprzężenia dla grupy $U_Y(1)$. Liczba mnożąca stałą sprzężenia g' jest wartością hiperładunku danego pola. Lagranżjan ten ma globalną symetrię chiralną $\mathbf{G} = [U(3)]^5$ odpowiadającą niezależnym unitarnym obrotom w przestrzeni zapachowej trójek pól q_A, u_A^c, d_A^c, l_A oraz e_A^c . Grupę tę można rozłożyć na

$$\begin{aligned} \mathbf{G} & \equiv \mathbf{G}' \times U(1)_B \times U(1)_L \times U(1)_Y \times U(1)_{PQ} \times U(1)_{e_R}, \quad (2.3) \\ \mathbf{G}' & \equiv [SU(3)_q]^3 \times [SU(3)_l]^2, \end{aligned}$$

gdzie

$$\begin{aligned} [SU(3)_q]^3 & = SU(3)_{qL} \times SU(3)_{u_R} \times SU(3)_{d_R}, \quad (2.4) \\ [SU(3)_l]^2 & = SU(3)_{lL} \times SU(3)_{e_R}. \end{aligned}$$

\mathbf{G} jest największą grupą transformacji unitarnych pól fermionowych Modelu Standardowego, która komutuje z grupą cechowania. Podgrupa $U(1)_Y$ jest w Modelu Standardowym

ROZDZIAŁ 2. MODEL STANDARDOWY I OPIS ODDZIAŁYWAŃ SŁABYCH

(po rozszerzeniu jej działania na pole(a) Higgsa) symetrią cechowania. Grupa $U(1)_{PQ}$ związana jest z tzw. symetrią Peccei-Quinn modelu dwudubletowego, zaś $U(1)_{e_R}$ odpowiada globalnej symetrii obrotowej prawych pól leptonowych będących singletami $SU(2)_L$. Grupy $U(1)_B$ i $U(1)_L$ utożsamia się odpowiednio z liczbą barionową i leptonową. Jeżeli symetria zapachowa \mathbf{G}' byłaby ścisła, kwarki i leptony musiałyby być bezmasowe, co stoi w sprzeczności z danymi doświadczalnymi.

W Modelu Standardowym masy fermionów pochodzą z ich oddziaływań typu Yukawy z jednym dubletem Higgsa zespolonych pól skalarnych. Sprzężenia te są najogólniejszą postacią renormalizowalnych sprzężeń pola Higgsa z fermionami. Ponieważ jednak w rozważanym w niniejszej pracy minimalnym supersymetrycznym rozszerzeniu Modelu Standardowego (MSSM) są dwa dublety, wygodnie będzie zaprezentować od razu sprzężenia kwarków do dwóch dubletów Higgsa i następnie przyjąć odpowiednie sprzężenia równe zeru aby otrzymać odpowiednią część lagranżjanu Modelu Standardowego.

W ogólnym modelu dwudubletowym (2HDM) oraz w MSSM wprowadza się dublety H^d i H^u transformujące się jak reprezentacje $(2, -\frac{1}{2})$ i $(2, \frac{1}{2})$ grupy cechowania $SU_L(2) \times U_Y(1)$. Stosunek ich średnich próżniowych v_u/v_d oznacza się przez $\tan \beta$. Jak zostanie to omówione w rozdziale 4, jest to jeden z kluczowych parametrów modeli dwudubletowych, w tym również supersymetrycznego rozszerzenia Modelu Standardowego. Najogólniejsze sprzężenia fermionów do takich dwu dubletów mają postać

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yuk} = & -\epsilon_{ij} H_i^d e_B^c (\mathbf{Y}_e^1)^{BA} l_{jA} - \epsilon_{ij} H_i^d d_B^c (\mathbf{Y}_d^1)^{BA} q_{jA} - H_i^{d*} u_B^c (\mathbf{Y}_u^2)^{BA} q_{iA} \\ & - H_i^{u*} e_B^c (\mathbf{Y}_e^2)^{BA} l_{iA} - H_i^{u*} d_B^c (\mathbf{Y}_d^2)^{BA} q_{iA} - \epsilon_{ij} H_i^u u_B^c (\mathbf{Y}_u^1)^{BA} q_{jA} + H.c. \end{aligned} \quad (2.5)$$

gdzie, tak jak w pracy [16], przyjmujemy konwencję $\epsilon_{12} = -1$. Macierze $(\mathbf{Y})^{BA}$ są dowolnymi macierzami zespolonymi wymiaru 3×3 . Łamią one zatem globalną zapachową symetrię chiralną \mathbf{G} do $Y(1)_Y \times U(1)_B \times U(1)_L$.

Uwzględniając łamiące symetrię elektroslabą średnie próżniowe v_u i v_d i rozkładając dublety pól Higgsa na pola o określonych ładunkach elektrycznych,

$$\begin{aligned} H_1^d &= \frac{v_d}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} (c_\alpha H^0 - s_\alpha h^0 + i s_\beta A^0 - i c_\beta G^0), \\ H_2^u &= \frac{v_u}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} (s_\alpha H^0 + c_\alpha h^0 + i c_\beta A^0 + i s_\beta G^0), \\ H_2^d &= s_\beta H^- - c_\beta G^-, \quad H_1^u = c_\beta H^+ + s_\beta G^+, \end{aligned} \quad (2.6)$$

(używamy tu notacji, w której $c_\alpha \equiv \cos \alpha$, $s_\alpha \equiv \sin \alpha$, $c_\beta \equiv \cos \beta$ i $s_\beta \equiv \sin \beta$, a kąty α i β są kątami obrotów diagonalizujących macierze kwadratów mas pól skalarnych o dodaniem i ujemnym CP oraz pól naładowanych) otrzymuje się z (2.5) wyrazy masowe naładowanych leptonów i kwarków postaci

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = - \frac{1}{\sqrt{2}} e_B^c (v_u \mathbf{Y}_e^2 - v_d \mathbf{Y}_e^1)^{BA} e_A \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{\sqrt{2}} d_B^c \left(v_u \mathbf{Y}_d^2 - v_d \mathbf{Y}_d^1 \right)^{BA} d_A \\
 & - \frac{1}{\sqrt{2}} u_B^c \left(v_u \mathbf{Y}_u^1 + v_d \mathbf{Y}_u^2 \right)^{BA} u_A + H.c.
 \end{aligned}$$

oraz sprzężenia fermionów do fizycznych pól neutralnych:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{int}} = & - \frac{1}{\sqrt{2}} e_B^c \left[(\mathbf{Y}_e^2 s_\alpha - \mathbf{Y}_e^1 c_\alpha) \right]^{BA} e_A H^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} e_B \left[(\mathbf{Y}_e^2 c_\alpha + \mathbf{Y}_e^1 s_\alpha) \right]^{AB} e_A^c h^0 \\
 & + \frac{i}{\sqrt{2}} e_B^c \left[(\mathbf{Y}_e^2 c_\beta + \mathbf{Y}_e^1 s_\beta) \right]^{BA} e_A A^0 + \frac{i}{\sqrt{2}} e_A \left[(\mathbf{Y}_e^2 s_\beta - \mathbf{Y}_e^1 c_\beta) \right]^{AB} e_A^c G^0 \\
 & - \frac{1}{\sqrt{2}} d_B^c \left[(\mathbf{Y}_d^2 s_\alpha - \mathbf{Y}_d^1 c_\alpha) \right]^{BA} d_A H^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} d_B \left[(\mathbf{Y}_d^2 c_\alpha + \mathbf{Y}_d^1 s_\alpha) \right]^{AB} d_A^c h^0 \\
 & + \frac{i}{\sqrt{2}} d_B^c \left[(\mathbf{Y}_d^2 c_\beta + \mathbf{Y}_d^1 s_\beta) \right]^{BA} d_A A^0 + \frac{i}{\sqrt{2}} d_A \left[(\mathbf{Y}_d^2 s_\beta - \mathbf{Y}_d^1 c_\beta) \right]^{AB} d_A^c G^0 \\
 & - \frac{1}{\sqrt{2}} u_B^c \left[(\mathbf{Y}_u^1 s_\alpha + \mathbf{Y}_u^2 c_\alpha) \right]^{BA} u_A H^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} u_A \left[(\mathbf{Y}_u^1 c_\alpha - \mathbf{Y}_u^2 s_\alpha) \right]^{AB} u_B h^0 \\
 & - \frac{i}{\sqrt{2}} u_B^c \left[(\mathbf{Y}_u^1 c_\beta - \mathbf{Y}_u^2 s_\beta) \right]^{BA} u_A A^0 - \frac{i}{\sqrt{2}} u_A \left[(\mathbf{Y}_u^1 s_\beta + \mathbf{Y}_u^2 c_\beta) \right]^{AB} u_B G^0. \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

Poniżej skoncentrujemy się na masach i oddziaływaniach kwarków.

Jeśli macierze $\mathbf{Y}_d^{1,2}$ i $\mathbf{Y}_u^{1,2}$ nie są diagonalne w przestrzeni generacji, to kwanty wyjściowych pól fermionowych nie mają określonych mas. Należy wobec tego pola te poddać unitarnym obrotom

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix} & \rightarrow \mathbf{D}_L \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix}, & \begin{bmatrix} u \\ c \\ t \end{bmatrix} & \rightarrow \mathbf{U}_L \begin{bmatrix} u \\ c \\ t \end{bmatrix}, \\
 \begin{bmatrix} d^c \\ s^c \\ b^c \end{bmatrix} \mathbf{D}_R^\dagger & \rightarrow \begin{bmatrix} d^c \\ s^c \\ b^c \end{bmatrix}, & \begin{bmatrix} u^c \\ c^c \\ t^c \end{bmatrix} & \rightarrow \begin{bmatrix} u^c \\ c^c \\ t^c \end{bmatrix} \mathbf{U}_R^\dagger, \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

z tak dobranymi unitarnymi macierzami $\mathbf{D}_{L,R}$, $\mathbf{U}_{L,R}$, aby zdiagonalizować macierze mas fermionów

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{U}_R^\dagger \left(v_u \mathbf{Y}_u^1 + v_d \mathbf{Y}_u^2 \right) \mathbf{U}_L & = \text{diag}(m_u, m_c, m_t), \\
 \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{D}_R^\dagger \left(v_u \mathbf{Y}_d^2 - v_d \mathbf{Y}_d^1 \right) \mathbf{D}_L & = \text{diag}(m_d, m_s, m_b). \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

Ze wzoru (2.8) widać, że w sprzężeniach z neutralnymi polami Higgsa stoją inne kombinacje macierzy Yukawy niż w wyrazach masowych. Nie ma więc powodu, by były one zdiagonalizowane przez te same obroty (2.9). Stąd ogólny dwudubletowy sektor Higgsa

jest źródłem niezachowania zapachu na poziomie drzewowym. Ponieważ istnienie FCNC na poziomie drzewowym powodowałoby efekty, których się nie obserwuje, zwykle dąży się do wyeliminowania ich z modelu. Z porównania (2.8) z (2.10) wynika, że istnieją dwa przypadki, w których macierze sprzężeń fermionów do pól Higgsa są proporcjonalne do macierzy mas odpowiednich fermionów (co eliminuje drzewowe FCNC). Jest to możliwe wówczas, gdy w teorii występuje tylko jeden dublet pól Higgsa, lub też, kiedy dublety są dwa, ale dany typ fermionów sprzęga się tylko do jednego z dubletów. Pierwsze rozwiązanie jest zastosowane w Modelu Standardowym, którego lagranżjan sprzężeń Yukawy ma postać

$$\mathcal{L}_{H-f} = -H_i^* d_B^c \mathbf{Y}_d^{BA} q_{iA} - \epsilon_{ij} H_i u_B^c \mathbf{Y}_u^{BA} q_{jA} - H_i^* e_B^c \mathbf{Y}_e^{BA} l_{iA} + H.c. \quad (2.11)$$

Rozwiązanie drugie polega na nadaniu mas kwarkom górnym i dolnym przez dwa różne dublety ¹ H^u i H^d . Można to zapewnić sprawiając, by symetria Peccei-Quinn, $U(1)_{PQ}$, $q \rightarrow e^{i\theta} q$, $u^c \rightarrow e^{i\theta} u^c$, $d^c \rightarrow e^{i\theta} d^c$, $l \rightarrow e^{i\theta} l$, $e^c \rightarrow e^{i\theta} e^c$, była globalną symetrią sprzężeń Yukawy. Wymaga to nadania ładunków tej symetrii polom H^u i H^d : $H^u \rightarrow e^{-2i\theta} H^u$, $H^d \rightarrow e^{-2i\theta} H^d$. Łatwo widać, że symetria ta eliminuje z lagranżjanu (2.5) sprzężenia z $\mathbf{Y}_{l,d,u}^2$. Taki model dwudubletowy nazywa się modelem 2HDM typu II. W modelu supersymetrycznym omawianym w rozdziale 4 symetria Peccei-Quinn jest automatyczną konsekwencją holomorficzności superpotencjału, która w połączeniu z liczbami kwantowymi kwarków nie pozwala, by jeden i ten sam dublet Higgsa sprzęgał się do obu rodzajów kwarków.

Symetria Peccei-Quinn jest spontanicznie łamana gdy pola Higgsa uzyskują niezerowe średnie próżniowe. Nie prowadzi to jednak do powstania bezmasowego bozonu Goldstona, gdyż jest ona zazwyczaj naruszona jawnie przez dozwolony przez symetrię cechowania wyraz

$$V \supset m^2 \epsilon_{ij} H_i^d H_j^u + H.c. \quad (2.12)$$

potencjału Higgsa. W supersymetrii symetria $U(1)_{PQ}$ jest naruszona jawnie przez człon $\epsilon_{ij} \mu \hat{H}_i^d \hat{H}_j^u$ superpotencjału (μ jest parametrem masowym) oraz dodatkowo przez naruszający supersymetrię miękko człon $m^2 H^d H^u$ potencjału (patrz rozdział 4). Z tych powodów w obu tych modelach dodatkowe sprzężenia kwarków do „niewłaściwych” pól Higgsa generują się pętlowo.

W ogólnym wypadku sprzężenia (2.8) prowadzą do powstania skalarnych prądów neutralnych zmieniających zapach, które mają postać

$$\begin{aligned} J_H &= \frac{1}{\sqrt{2}} d_B^c \left[(\mathbf{Y}_d^2 s_\alpha - \mathbf{Y}_d^1 c_\alpha) \right]^{BA} d_A + \frac{1}{\sqrt{2}} u_B^c \left[(\mathbf{Y}_u^1 s_\alpha + \mathbf{Y}_u^2 c_\alpha) \right]^{BA} u_A \\ J_h &= \frac{1}{\sqrt{2}} d_A^c \left[(\mathbf{Y}_d^2 c_\alpha + \mathbf{Y}_d^1 s_\alpha) \right]^{AB} d_B + \frac{1}{\sqrt{2}} u_A^c \left[(\mathbf{Y}_u^1 c_\alpha - \mathbf{Y}_u^2 s_\alpha) \right]^{AB} u_B \end{aligned}$$

¹ Druga wersja tego rozwiązania, polegająca na sprzęgnięciu wszystkich fermionów z tym samym dubletem, nie jest zbyt interesująca z punktu widzenia fizyki zapachu i nie będzie tu rozpatrywana.

$$\begin{aligned} J_A &= -\frac{i}{\sqrt{2}}d_B^c \left[(\mathbf{Y}_d^2 c_\beta + \mathbf{Y}_d^1 s_\beta) \right]^{BA} d_A + \frac{i}{\sqrt{2}}u_B^c \left[(\mathbf{Y}_u^1 c_\beta - \mathbf{Y}_u^2 s_\beta) \right]^{BA} u_A \\ J_G &= -\frac{i}{\sqrt{2}}d_B^c \left[(\mathbf{Y}_d^2 s_\beta - \mathbf{Y}_d^1 c_\beta) \right]^{BA} d_A + \frac{i}{\sqrt{2}}u_B^c \left[(\mathbf{Y}_u^1 s_\beta + \mathbf{Y}_u^2 c_\beta) \right]^{BA} u_A, \end{aligned} \quad (2.13)$$

i sprzęgających się do neutralnych bozonów Higgsa

$$\mathcal{L} = -H^0 J_H - h^0 J_h - A^0 J_A - G^0 J_G. \quad (2.14)$$

Naruszenie symetrii elektrosłabej przez $v_d \neq 0$, $v_u \neq 0$ nadaje także masy bozonom cechowania:

$$M_W = \frac{g}{2}\sqrt{v_u^2 + v_d^2}, \quad M_Z = \frac{g}{2c_W}\sqrt{v_u^2 + v_d^2}, \quad (2.15)$$

(w Modelu Standardowym $\sqrt{v_u^2 + v_d^2} \rightarrow v$), gdzie $\sqrt{v_u^2 + v_d^2} = 246$ GeV, a sinus kąta Weinberga, $s_W = \sin \theta_W$, jest zdefiniowany związkami $g = e/s_W$, $g' = e/c_W$ gdzie $e > 0$ jest elementarnym ładunkiem elektrycznym [15]. Sprzężenia fermionów do fizycznych bozonów wektorowych W^\pm , Z^0 i A_γ przyjmują wtedy postać wektorowych prądów naładowanych

$$\mathcal{L}^{W^\pm} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(J_\mu^- W^{\mu+} + J_\mu^+ W^{\mu-} \right), \quad (2.16)$$

oraz neutralnych

$$\mathcal{L}^{Z^0, \gamma} = -e J_\mu^{\text{em}} A_\gamma^\mu - \frac{e}{2c_W s_W} J_\mu^0 Z^{\mu 0}. \quad (2.17)$$

W powyższych wzorach

$$J_\mu^- = \sum_I (\bar{u}_I \gamma_\mu P_L d_I + \bar{\nu}_I \gamma_\mu P_L e_I), \quad J_\mu^{\text{em}} = \sum_f q_f \bar{f} \gamma_\mu f, \quad (2.18)$$

$$J_\mu^0 = \sum_f \bar{f} \gamma_\mu \left[(T_3^f - 2q_f s_W^2) - T_3^f \gamma_5 \right] f \equiv \sum_f \bar{f} \gamma_\mu \left[c_L^f P_L + c_R^f P_R \right] f, \quad (2.19)$$

gdzie q_f jest ładunkiem fermionu, T_f^3 wartością generatora T^3 na danym polu fermionowym, a

$$c_L^f = 2 \left(T_3^f - q_f s_W^2 \right), \quad c_R^f = -2q_f s_W^2. \quad (2.20)$$

Ponadto, we wzorach (2.18) i (2.19) użyta została notacja Diraca dla spinorów, w której

$$P_R = \frac{1 + \gamma_5}{2}, \quad P_L = \frac{1 - \gamma_5}{2}. \quad (2.21)$$

Transformacje (2.9) diagonalizujące masy fermionów sprawiają, że kwarkowy prąd naładowany przyjmuje postać

$$J_\mu^- = \sum_I \bar{u}_I \gamma_\mu P_L d_I \rightarrow \sum_{IJ} \bar{u}_I \gamma^\mu P_L V_{IJ} d_J, \quad (2.22)$$

gdzie działająca w przestrzeni generacji i zdefiniowana wzorem

$$V = \mathbf{U}_L^\dagger \mathbf{D}_L \quad (2.23)$$

macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy (CKM) prowadzi do zmian zapachu kwarków w oddziaływaniach z bozonami W^\pm . Natomiast, jak łatwo widać, wektorowe prądy neutralne (2.17) nie zmieniają się pod wpływem obrotów (2.9) pól fermionowych. Na poziomie drzewowym sprzężenia prądów wektorowych do neutralnych bozonów cechowania pozostają zatem diagonalne w przestrzeni generacji.

Macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy (2.23) jest unitarna, a zatem w ogólności jest parametryzowana przez 3 kąty i 6 faz. Poprzez odpowiednie przekształcenia faz lewych i prawych pól fermionowych można jednak usunąć z niej 5 faz [15]. Istotnymi, fizycznie niezależnymi, parametrami macierzy CKM są więc 3 kąty i jedna faza.

Oprócz naładowanych i neutralnych prądów wektorowych oraz neutralnych prądów skalarnych w modelach dwudubletowych występują również naładowane prądy skalarnie sprzęgające się do naładowanych skalarów H^\pm i G^\pm (reprezentującego podłużną polaryzację W^\pm),

$$\mathcal{L} = -H^+ J_H^- - G^+ J_G^- + H.c., \quad (2.24)$$

gdzie (uwzględniając tylko pola kwarkowe)

$$J_H^- = \bar{u}_B \left[(\mathbf{Y}_d^1 s_\beta + \mathbf{Y}_d^2 c_\beta)^\dagger \right]^{BA} d_A^c + u_B^c \left[(\mathbf{Y}_u^2 s_\beta - \mathbf{Y}_u^1 c_\beta) \right]^{BA} d_A \quad (2.25)$$

$$J_G^- = \bar{u}_B \left[(\mathbf{Y}_d^2 s_\beta - \mathbf{Y}_d^1 c_\beta)^\dagger \right]^{AB} d_A^c - u_B^c \left[(\mathbf{Y}_u^2 c_\beta + \mathbf{Y}_u^1 s_\beta) \right]^{AB} d_A \quad (2.26)$$

Po obróceniu pól kwarkowych tak jak w (2.9) lagranżjan skalarnych prądów naładowanych przyjmuje postać

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & - H^+ \bar{u}_A V^{AB} \left[\mathbf{D}_L^\dagger (\mathbf{Y}_d^1 s_\beta + \mathbf{Y}_d^2 c_\beta)^\dagger \mathbf{D}_R \right]^{BD} \bar{d}_D^c \\ & - H^+ u_A^c \left[\mathbf{U}_R^\dagger (\mathbf{Y}_u^2 s_\beta - \mathbf{Y}_u^1 c_\beta) \mathbf{D}_L \right]^{AB} V^{BD} d_B \\ & - G^+ \bar{u}_A V^{AB} \left[\mathbf{D}_L^\dagger (\mathbf{Y}_d^2 s_\beta - \mathbf{Y}_d^1 c_\beta)^\dagger \mathbf{D}_R \right]^{BD} \bar{d}_D^c \\ & - G^+ u_A^c \left[\mathbf{U}_R^\dagger (-\mathbf{Y}_u^1 s_\beta - \mathbf{Y}_u^2 c_\beta) \mathbf{D}_L \right]^{AB} V^{BD} d_B \end{aligned} \quad (2.27)$$

gdzie wydzielona została kombinacja macierzy obrotów definiująca macierz CKM. Ze wzorów (2.27) widać, że nawet w ogólnym przypadku zmiana zapachu w sprzężeniu G^\pm jest opisywana tylko przez macierz CKM, gdyż na mocy (2.10) oraz tego, że $v_d/v_u = c_\beta/s_\beta$, kombinacje macierzy Yukawy występujące w (2.27) w członach z G^+ są diagonalizowane przez mnożące je z lewej i prawej strony macierze obrotów. Musi tak być, gdyż niezmienniczość względem symetrii cechowania koreluje strukturę tych sprzężeń ze strukturą sprzężeń bozonów W^\pm (argument ten zostanie wykorzystany jeszcze raz w rozdziale 6). Natomiast sprzężenia H^\pm są w ogólnym przypadku bardziej skomplikowane, gdyż w (2.27) występują inne kombinacje stałych Yukawy niż w (2.10). Jednak, gdy

w teorii nie występują skalarne FCNC na poziomie drzewowym (co ma miejsce zarówno w Modelu Standardowym jak i w MSSM), wówczas również w sprzężeniach H^\pm do skalarnych prądów naładowanych cała struktura zapachowa pochodzi od macierzy CKM, tak samo jak w przypadku sprzężeń G^\pm .

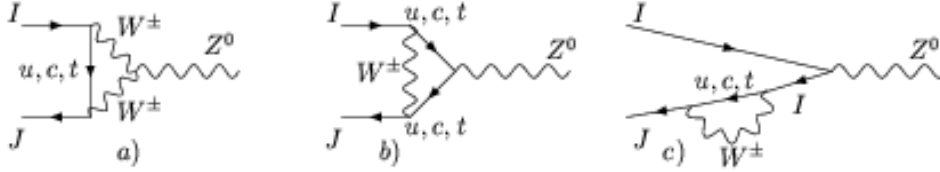
Podsumowując: renormalizowalne oddziaływania fermionów z polami o spinie całkowitym zawierają zawsze biliniowe kombinacje pól fermionowych (prądy). Ze względu na strukturę lorentzowską mogą to być prądy wektorowe, aksjalno-wektorowe, skalarne, pseudoskalarne. W Teorii Standardowej wektorowe prądy naładowane prowadzą do przejść między generacjami opisywanych unitarną macierzą Cabibbo-Kobayashi-Maskawy, a wektorowe prądy neutralne na poziomie drzewowym zachowują zapach kwarków. Cztery wolne parametry macierzy CKM trzeba wyznaczać porównując przewidywania teorii z danymi doświadczalnymi (patrz rozdział 3). Oczekuje się, że tak ustalona fenomenologicznie struktura macierzy CKM znajduje swoje uzasadnienie w jakiejś bardziej podstawowej teorii, np. w teoriach wielkiej unifikacji z tzw. symetriami horyzontalnymi lub bezpośrednio w szczegółach kompaktyfikacji dodatkowych wymiarów w teoriach superstrun [17].

Struktura zapachowa prądów skalarnych zależy od szczegółów mechanizmu nadawania mas fermionom. W szczególności, w Modelu Standardowym oraz w MSSM i w 2HDM typu II z narzuconą łamaną miękką symetrią Peccei-Quinn na poziomie drzewowym neutralne prądy skalarne, tak jak i wektorowe, nie zmieniają zapachu, a zmiana zapachu (generacji) w skalarnych prądach naładowanych jest opisana tą samą macierzą Cabibbo-Kobayashi-Maskawy, która występuje w naładowanych prądach wektorowych. W ogólnym jednak przypadku wielodubletowa struktura sektora Higgsa prowadzi do powstania już na poziomie drzewowym neutralnych prądów zmieniających zapach. Zmiana zapachu (generacji) w skalarnych prądach naładowanych ma w takim przypadku inną strukturę niż w naładowanych prądach wektorowych.

2.2 Prądy neutralne zmieniające zapach w Modelu Standardowym

Jak zostało to pokazane powyżej, w Modelu Standardowym zarówno wektorowe jak i skalarne prądy neutralne zachowują zapach kwarków. Z drugiej strony, doświadczalnie obserwowane są reakcje, które wymagają istnienia FCNC. Przykładowo, obserwowane są (choć zachodzą niezmiernie rzadko) rozpady $K_L^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ($BR(K_L^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) = (7.25 \pm 0.16) \times 10^{-9}$ [18]) wymagające przejść $s \leftrightarrow d$ ($\bar{s} \leftrightarrow \bar{d}$) oraz procesy mieszania neutralnych mezonów $K^0-\bar{K}^0$ oraz $B_d^0-\bar{B}_d^0$, które można zrozumieć jako jednoczesne przejścia

$$\begin{array}{llll} s \leftrightarrow d & \text{i} & \bar{d} \leftrightarrow \bar{s} & \text{w przypadku } K^0 - \bar{K}^0, \\ b \leftrightarrow d & \text{i} & \bar{d} \leftrightarrow \bar{b} & \text{w przypadku } B_d^0 - \bar{B}_d^0, \end{array} \quad (2.28)$$



Rysunek 2.1: Jednopętlowe diagramy generujące w Modelu Standardowym wektorowy prąd neutralny zmieniający zapach (w tzw. cechowaniu renormalizowalnym R_ξ występują jeszcze dodatkowo diagramy z naładowanymi bozonami Goldstona G^\pm zastępującymi bozony W^\pm).

czyli jako efektywne oddziaływania dwu zmieniających zapach prądów neutralnych. Z drugiej strony jednak, jak dotąd nie zaobserwowano rozpadów mezonów B takich, jak $B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ (doświadczalnie stosunek rozgałęzień jest mniejszy niż 1.6×10^{-7}) oraz $B_d^0 \rightarrow e^+ e^-$, a szerokość obserwowanego rozpadu $B \rightarrow X_s \gamma$ wynosząca

$$\begin{aligned} \Gamma &= BR(B \rightarrow X_s \gamma) \times \Gamma_{tot}(B) = BR(B \rightarrow X_s \gamma) \times \frac{\hbar}{\tau_B} \\ &= 3.34 \times 10^{-4} \times 6.58 \times 10^{-25} \text{GeV} \cdot \text{sek} / (1.7 \times 10^{-12} \text{sek}) \approx 10^{-16} \text{GeV} \end{aligned} \quad (2.29)$$

jest dużo mniejsza niż typowa szerokość rozpadu dwuciałowego powodowanego drzewowymi prądami neutralnymi,

$$\Gamma \sim (G_F m_b^2)^2 m_b \frac{1}{16\pi} \times (\text{ewentualne kąty mieszania}) \sim 10^{-8} \times 10^{-3}. \quad (2.30)$$

Fakty te pokazują, że efekty słabych prądów neutralnych zmieniających zapach są w przyrodzie silnie tłumione. W Modelu Standardowym tłumienie to jest konsekwencją tego, iż zmieniające zapach prądy neutralne są generowane przez poprawki pętlowe i dodatkowo osłabiane przez tzw. mechanizm GIM. Na Rys.2.1 pokazane są niektóre diagramy generujące w Modelu Standardowym wektorowe prądy neutralne zmieniające zapach kwarków dolnych. Podobne diagramy generują też prądy zmieniające zapach kwarków górnych.

Pokazane na Rys.2.1 diagramy, obliczone dla zewnętrznych pędów małych w porównaniu z masami bozonów W^\pm i Z_0 , dają amplitudę, którą można odtworzyć dodając do lagranżjanu człon

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \left(\frac{e}{2c_W s_W} \right) \Delta J_\mu^0 Z^{0\mu}, \quad (2.31)$$

gdzie prąd wektorowy zdefiniowany jest jako

$$\Delta J_0^\mu = \sum_{J \neq I} \bar{d}^J \gamma^\mu (\Delta \hat{F}_L^{JI} P_L + \Delta \hat{F}_R^{JI} P_R) d^I, \quad (2.32)$$

a współczynnik $\Delta\widehat{F}_L^{JI}$ dany jest wzorem

$$\Delta\widehat{F}_L^{JI} = +\frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{e}{s_W}\right)^2 \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 V_{jI} V_{jJ}^* \left[(-4 + 4s_W^2)(\eta + l_W) \right. \\ \left. - \frac{6x_j}{1-x_j} + \frac{x_j^2}{(1-x_j)^2} - \frac{2x_j + 4x_j^2}{(1-x_j)^2} \log x_j + \frac{x_j^2}{(1-x_j)^2} \log x_j \right], \quad (2.33)$$

zaś $\Delta\widehat{F}_R^{JI} \approx 0$. Wielkość x_j oznacza stosunek kwadratów mas kwarków górnych $j = u, c, t$ do masy bozonu W^\pm , $x_j = (m_j/M_W)^2$. Zależność współczynnika $\Delta\widehat{F}_L^{JI}$ od dowolnej skali renormalizacji ukrytej w czynniku $l_W \equiv \log(M_W^2/Q^2)$ oraz niekończoność $\eta = \frac{2}{d-4} + \gamma_E - \log 4\pi$ w pierwszej linii wzoru (2.33) w nawiasie kwadratowym, znika po wysumowaniu wkładów wszystkich kwarków w pętli dzięki unitarności macierzy Cabibbo-Kobayashi-Maskawy. Po dołączeniu do zewnętrznych linii Z^0 na przykład pary $\mu^+\mu^-$ diagramy z Rys.2.1 z $J = s$ i $I = d$ dają przyczynek do amplitudy rozpadu $K^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$. Ponieważ $M_K \ll M_Z$, typowa energia w tym procesie jest dużo mniejsza niż M_Z i wygodny staje się jego opis przez teorię efektywną (patrz rozdział 2.3). W teorii takiej można amplitudę tę odtworzyć dodając do lagranżjanu człon

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = C_{JI} \left(\bar{d}^J \gamma^\mu P_L d^I \right) \left(\bar{l} \gamma^\mu \gamma^5 l \right), \quad (2.34)$$

gdzie

$$C_{JI} = -\sqrt{2} G_F \Delta\widehat{F}_L^{JI}. \quad (2.35)$$

Została tu wykorzystana relacja $\frac{1}{M_Z^2} = 4\sqrt{2} G_F s_W^2 c_W^2 / e^2$.

Podobnie, zastępując w diagramie z Rys.2.1 bozon Z^0 fotonem lub gluonem i obliczając amplitudę rozwijając ją w pędach cząstek zewnętrznych otrzymuje się efektywne lagranżjan postaci

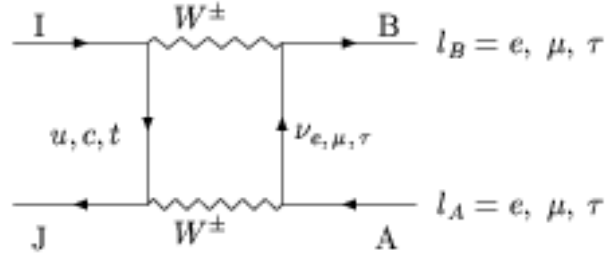
$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = B_\gamma^{JI} \bar{d}^J \sigma^{\mu\nu} d^I P_L F_{\mu\nu} + B_g^{JI} \bar{d}^J \sigma^{\mu\nu} T^A P_L d^I G_{\mu\nu}^A, \quad (2.36)$$

w którym $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$, T^A z $A = 1..8$ są generatorami grupy $SU(3)$ koloru, zaś $F_{\mu\nu}$ i $G_{\mu\nu}^A$ są tensorami natężeń pól fotonowego i gluonowego. Lagranżjan ten opisuje m.in. przejścia $b \rightarrow s\gamma$ i $b \rightarrow sg$, czyli także wspomniany proces $B \rightarrow X_s\gamma$.

Dodatkowo, wkład do amplitudy rozpadu $K^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ wnosi jeszcze ² diagram z Rys.3. Przyczynek ten można odtworzyć modyfikując dany wzorem (2.35) współczynnik C^{JI}

$$C_{JI} \rightarrow C_{JI} - \sqrt{2} G_F \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{e}{s_W}\right)^2 \sum_{j=1}^3 V_{jI} V_{jJ}^* \left(\frac{1}{1-x_j} + \frac{x_j \log x_j}{(1-x_j)^2} \right). \quad (2.37)$$

²Oprócz opisanych tutaj wkładów krótkozasięgowych, do amplitudy rozpadu $K_L^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ daje jeszcze przyczynek długozasięgowy dwufotonowy stan pośredni. Porównanie wyników eksperymentalnych z przewidywaniami teoretycznymi sugeruje, że prawdopodobnie następuje istotne kasowanie się tego wkładu z wkładem krótkozasięgowym [19, 20].



Rysunek 2.2: Diagram pudełkowy w Modelu Standardowym

Lagranżjan (2.34) opisujący rozpad neutralnych mezonów na parę leptonów ma strukturę iloczynu dwu wektorowych prądów neutralnych: kwarkowego zmieniającego zapach i leptonowego zachowującego zapach. Efekty wektorowego prądu zmieniającego zapach są jednak małe, gdyż jest on generowany przez elektroślabe poprawki promieniste. Ponadto, efekty te są w przypadku amplitudy rozpadu $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ dodatkowo tłumione przez mechanizm GIM: mianowicie w granicy równych mas wszystkich kwarków amplituda zeruje się na skutek unitarności macierzy CKM. Dlatego też, jak wynika to ze wzorów (2.33) i (2.37) na współczynnik C_{JI} , wyraz rzędu $\mathcal{O}(1)$ znika. Wiodącym członem jest więc $\sum_j V_{jJ}^* V_{jI} x_j$, który jest dodatkowo tłumiony: dla $j = u, c$ przez $x_{u,c} \ll 1$, a dla $j = t$, gdy $x_t > 1$, zachodzi $|V_{ts}^* V_{td}| \ll 1$. W przypadku rozpadów mezonów B^0 można skorzystać z przybliżenia $x_u \sim x_c \sim 0$ oraz z unitarności macierzy CKM. Kompletny współczynnik C_{JI} (gdzie albo $J = b$ albo $I = b$) efektywnego lagranżjanu (2.34) przyjmuje wtedy postać [21]

$$\begin{aligned} C_{JI} &= -\sqrt{2}G_F \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{e}{s_W}\right)^2 V_{tJ}^* V_{tI} \frac{x_t}{2} \left(\frac{x_t - 4}{1 - x_t} - \frac{3x_t \log x_t}{(1 - x_t)^2}\right) \\ &\equiv \frac{\sqrt{2}G_F \alpha_{EM}}{\pi s_W^2} V_{tJ}^* V_{tI} Y_0(x_t), \end{aligned} \quad (2.38)$$

gdzie $\alpha_{EM} = e^2/4\pi$.

Diagramy pudełkowe podobne do tego z Rys.3, tylko z leptonami zastąpionymi przez kwarki dolne, prowadzą do efektywnego lagranżjanu mającego postać iloczynu dwu wektorowych prądów zmieniających zapach opisującego mieszanie neutralnych mezonów $K^0 - \bar{K}^0$ i $B_{s,d}^0 - \bar{B}_{s,d}^0$ i determinującego mierzone różnice mas $K^0 - \bar{K}^0$, $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ (w przypadku mieszania $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ znana jest obecnie tylko minimalna możliwa wartość różnicy mas). W pierwszym przypadku, wskutek silnie hierarchicznej struktury macierzy CKM (patrz rozdział 3), wiodący wkład do amplitudy mieszania,

$$C_{ds ds} \sim \sum_{ij} V_{id} V_{js}^* V_{jd} V_{is}^* x_i x_j, \quad (2.39)$$

ROZDZIAŁ 2. MODEL STANDARDOWY I OPIS ODDZIAŁYWAŃ SŁABYCH

jest zdominowany przez $x_c^2 \ll 1$, co prowadzi do silnego tłumienia tej amplitudy. Historycznie właśnie to rozumowanie (przeprowadzone dla czterech kwarków — t i b nie były jeszcze wówczas odkryte) pozwoliło na oszacowanie masy kwarku c na ~ 1.5 GeV [20].

W Modelu Standardowym diagramy pętlowe podobne do przedstawionych na Rys.2.1 z linią Z^0 zastąpioną przez linię reprezentującą bozon Higgsa h_{SM}^0 lub G^0 prowadzą do powstania skalarnych prądów neutralnych zmieniających zapach,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\Delta J_h h_{SM}^0 + i\Delta J_G G^0 \quad (2.40)$$

gdzie prąd skalarny J_S^0 zdefiniowany jest jako

$$J_S^0 = \sum_{J \neq I} \bar{d}^J \Delta \hat{F}_{SL}^{JI} P_L d^I + H.c. \quad (2.41)$$

Czynniki $\Delta \hat{F}_{SL}^{JI}$, po raz pierwszy obliczone w pracy [22], są postaci

$$\Delta \hat{F}_{SL}^{JI} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{e}{s_W} \right)^2 \sqrt{2} G_F M_W^2 \frac{m_{d_I}}{M_W} \sum_{j=u,c,t} V_{jI} V_{jJ}^* x_j f(x_j), \quad (2.42)$$

gdzie $f(x_j) \sim \mathcal{O}(1)$ i są silnie tłumione zarówno przez czynniki pętlowe, mechanizm GIM, jak też i stosunek $\frac{m_{d_I}}{M_W}$. Sprzężenia (2.40) prowadzą w zasadzie do powstania w lagranżjanie efektywnym opisującym rozpad $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-$ oraz $K^0 \rightarrow l^+ l^-$ operatorów wymiaru 6 o strukturze iloczynu zmieniającego zapach skalarnego prądu neutralnego i skalarnego prądu leptonowego:

$$\Delta \mathcal{L}_{\text{eff}} = C_{JI}^S (\bar{d}^J P_L d^I) (\bar{l} l) + C_{JI}^P (\bar{d}^J P_L d^I) (\bar{l} \gamma^5 l) + H.c. \quad (2.43)$$

gdzie współczynniki C_{JI}^S dane są przez

$$C_{JI}^S = \frac{m_l}{M_{h^0}} \frac{g}{2M_W} \Delta \hat{F}_{SL}^{JI}. \quad (2.44)$$

Jednak z powodu tłumienia $\Delta \hat{F}_{SL}^{JI}$ przez stosunek $\frac{m_{d_I}}{M_W}$, współczynniki C_{JI}^S i C_{JI}^P są małe i nawet w przypadku przejść $b \rightarrow s$ wkład (2.43) do amplitud rozpadów $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-$ jest zaniedbywalny.

Jak widać z powyższego szkicowego omówienia, mechanizm GIM skutecznie tłumí amplitudy przejść między pierwszymi dwiema generacjami (ponieważ wkład kwarku t jest wówczas osłabiony przez małe wartości elementów macierzy CKM). Staje się on jednak mniej efektywny w przypadku procesów rzadkich, w których kwark b przechodzi w s lub d . Co więcej, w przypadku hadronów zawierających kwark b o masie znacznie większej niż skala oddziaływań silnych $\Lambda_{QCD} \sim 150$ MeV, istnieją metody umożliwiające lepsze oszacowanie długozasięgowych efektów wiązania kwarków w hadronach (patrz sekcja 2.3). Te dwa czynniki sprawiają, iż badanie rzadkich procesów, w których uczestniczy kwark b , jest szczególnie ważne przy testowaniu struktury zapachowej oddziaływań

słabych i poszukiwaniu ewentualnych odstępstw od przewidywań Modelu Standardowego. W ogólności bowiem rzadkie procesy słabe generowane przez prądy neutralne zmieniające zapach, są czułe na poprawki kwantowe, których źródłem mogą być wszystkie niewidoczne przy skali hadronowej ciężkie cząstki. W Modelu Standardowym są to bozony cechowania W^\pm i Z^0 , ale w rozszerzeniach Modelu Standardowego przyczynki do FCNC mogą dawać także nowe cząstki cięższe niż W^\pm i Z^0 . Dlatego właśnie badanie procesów rzadkich poprzez testowanie ich struktury zapachowej może doprowadzić do zaobserwowania efektów „nowej fizyki”.

2.3 Niskoenergetyczny opis procesów naruszających zapach

Jak zostało to wspomniane we Wstępie, przy obliczaniu przewidywań Modelu Standardowego lub jego rozszerzeń dla procesów słabych, w których uczestniczą kwarki, konieczne jest uwzględnienie efektów oddziaływań silnych. Ponieważ niniejsza praca dotyczy głównie procesów słabych z udziałem kwarku b , przedstawiona tu zostanie pokrótce wykorzystywana w dalszej części pracy standardowa technika umożliwiająca sumowanie najważniejszych krótkozasięgowych poprawek od oddziaływań silnych do amplitud badanych procesów (niektóre szczegółowe wzory zostały zebrane w Dodatku A). Oparta jest ona na tzw. rozwinięciu operatorowym, w skrócie OPE (od ang. *Operator Product Expansion*), które umożliwia rozdzielenie krótkozasięgowych efektów oddziaływań elektroślabych od oddziaływań silnych, a w tych ostatnich pozwala rozdzielić część możliwą do obliczenia perturbacyjnie od części wymagających podejścia nieperturbacyjnego.

Technika OPE w zastosowaniu do oddziaływań słabych składa się z 3 podstawowych etapów. Tylko pierwszy z nich, tzw. „zszywanie” teorii wyjściowej z teorią efektywną, zależy od szczegółowego wariantu Teorii Standardowej (Model Standardowy lub jego rozszerzenia). Dwa pozostałe etapy są już oparte wyłącznie na chromodynamice kwantowej oraz QED i są w tym sensie uniwersalne.

Etap pierwszy polega na zbudowaniu nierrenormalizowalnego hamiltonianu efektywnego (czy też lagranżjanu efektywnego) mającego opisywać oddziaływania słabe przy energiach rzędu skali mas hadronów, tj. dużo niższych od skali elektrośłabej wyznaczonej przez masy bozonów W^\pm i Z^0 . Hamiltonian taki tworzy się „zszywając” pełną teorię (Model Standardowy lub jego rozszerzenie) z QCD+QED uzupełnionymi o wszystkie możliwe niezmiennicze względem $SU(3) \times U(1)$ operatory rzędu wyższego niż 4 (nierrenormalizowalne), tj. z teorią o lagranżjanie

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_{\text{QCD+QED}} - \mathcal{H}_{\text{eff}}, \quad (2.45)$$

gdzie

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \sum_i C_i(\mu) Q_i(\mu) \quad (2.46)$$

tworzą nierenormalizowalne operatory Q_i zbudowane z pól kwarkowych i leptonowych oraz współczynniki Wilsona C_i grające rolę efektywnych stałych sprzężenia. Jak wszystkie stałe sprzężenia także i C_i zależą od skali renormalizacji μ . Zszywanie polega na obliczeniu amplitud różnych procesów słabych dla pędów zewnętrznych rzędu $\mu_0 \sim M_W$ i formalnym rozwinięciu tych amplitud według potęg pędów zewnętrznych podzielonych przez $M_W, p_{ext}/M_W$. Obliczenie amplitud tych samych procesów w teorii (2.45) i zażądanie ich zgodności zarówno jako szeregu potęgowego w $\frac{p_{ext}}{M_W}$ jak i w silnej stałej sprzężenia α_s (oraz w zasadzie w stałej elektromagnetycznej, α_{EM}) pozwala znaleźć współczynniki Wilsona $C_i(\mu_0)$. Przykłady takiego postępowania w najniższym rzędzie w $\frac{p_{ext}}{M_W}$ i w $(\alpha_s)^0$ były przedstawione w poprzednim podrozdziale.

Przy przeprowadzaniu „zszywania” w wyższych rzędach w stałej α_s okazuje się, że dzięki wyborowi skali $\mu_0 \sim M_W$, występujące w rachunku amplitud przeprowadzanym w pełnej teorii logarytmy $\log\left(\frac{M_W}{\mu_0}\right)$ są małe. Ponieważ jednocześnie rozwinięcie operatorowe zapewnia, że potencjalnie duże logarytmy $\log\left(\frac{\mu_0}{m_q}\right)$ są takie same w amplitudach obliczanych w teorii pełnej i teorii efektywnej i tym samym skracają się całkowicie przy procedurze „zszywania”, rachunek współczynników Wilsona $C_i(\mu_0)$ rząd po rzędzie w $\alpha_s(\mu_0)$ jest zbieżny.

Uwzględnienie perturbacyjnej części oddziaływań silnych polega następnie na przeewoluowaniu współczynników $C_i(\mu)$ przy pomocy równań grupy renormalizacji, w skrócie RGE (od ang. *Renormalization Group Equations*), od skali $\mu = \mu_0$ do skali hadronowej $\mu = m_{hadr}$. Skala m_{hadr} jest typową skalą energetyczną procesu, którego amplitudę chce się obliczyć. W przypadku procesów z udziałem hadronów zawierających kwark b skala ta jest rzędu $m_{hadr} = 4 - 5$ GeV. Procedura ewolucji polega na rozwiązaniu układu równań różniczkowych

$$\frac{d}{d\mu} C_i(\mu) = \gamma_{ij}(\alpha_s(\mu), \alpha_{EM}(\mu)) C_j(\mu), \quad (2.47)$$

z warunkami początkowymi $C_i(\mu_0)$ danymi przez etap poprzedni rachunku. Pozwala ona zsumować przyczynki postaci

$$\alpha_s^k \alpha_{EM}^{n-k} \left[\log(M_W^2/m_{hadr}^2) \right]^n \quad \text{gdzie } n = 1, \dots, \infty \quad (2.48)$$

ze wszystkich rzędów rachunku zaburzeń. Rozwiązania tych równań dla poszczególnych procesów, takich jak $b \rightarrow s\gamma$, $b \rightarrow sl^+l^-$, można znaleźć w literaturze [23, 24, 21].

Ostatni etap rachunku przy użyciu techniki OPE polega na obliczeniu elementów macierzowych tak otrzymanego hamiltonianu efektywnego,

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \sum_i C_i(m_{hadr}) O_i(m_{hadr}) \quad (2.49)$$

między stanami końcowymi i początkowymi rozpatrywanego procesu

$$A(M \rightarrow F) = \langle F | \mathcal{H}_{\text{eff}} | I \rangle = \sum_i C_i(\mu) \langle F | Q_i(\mu) | I \rangle, \quad (2.50)$$

gdzie A jest amplitudą rozpatrywanego procesu. Ponieważ wymaga to uwzględnienia związania kwarków w hadrony występujące w stanach początkowym i końcowym, etap ten jest na ogół najtrudniejszy do przeprowadzenia i jest zawsze źródłem sporych niepewności teoretycznych.

W prostych przypadkach, takich jak rozpad $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$, stan I jest stanem mezonu B^0 a F próżnią hadronową. Ponieważ przekaz pędu jest ustalony przez kinematykę, elementy macierzowe poszczególnych operatorów wchodzących w \mathcal{H}_{eff} sparametryzowane są jedną liczbą \hat{F}_B , zwaną stałą rozpadu mezonu B . Wyznacza się ją stosując rachunek na sieciach [25]. Podobnie jest w przypadku mieszania mezonów B : wówczas stan początkowy I to stan mezonu B , zaś stan końcowy $F = \bar{B}$ i elementy macierzowe odpowiednich operatorów również dają się wyrazić jedną liczbą oznaczaną przez $\sqrt{B_B}\hat{F}_B$ [26]. W niektórych procesach inkluzywnych, jak np. $B \rightarrow X_s\gamma$ elementy macierzowe można częściowo obliczać na poziomie kwarkowym stosując zwykle rozwinięcie w stałej α_s — uzasadnieniem tego jest wówczas tzw. efektywna teoria ciężkich kwarków, w skrócie HQET (od ang. *Heavy Quark Effective Theory*), w której rachunek na poziomie kwarkowym jest zerowego rzędu wyrazem w rozwinięciu amplitudy w potęgę $\frac{\Lambda_{QCD}}{m_b} \ll 1$. W przypadku innych procesów, w których przekaz pędu nie jest ustalony, jak np. w rozpadzie $B \rightarrow Kl^+l^-$, konieczne jest stosowanie podejść opartych na bardziej fenomenologicznych modelach [27].

Podsumowując: obliczenie amplitudy procesu indukowanego przez efektywne operatory z hamiltonianu (2.46) wymaga wykonania trzech kroków. Znajomość pełnej teorii potrzebna jest tylko przy obliczaniu współczynników Wilsona. Tylko tam ma więc znaczenie, czy bada się Teorię Standardową czy też jej rozszerzenie. Dwa pozostałe kroki, które zawierają już tylko efekty QCD i QED, są niezależne od konkretnej postaci teorii, przebiegają więc w zasadzie tak samo w Modelu Standardowym jak i w jego rozszerzeniach. Należy jednak zaznaczyć, że niektóre operatory (np. operatory typu iloczynu dwu prądów skalarnych zmieniających zapach lub też operatory, w których kwarki mają zmienne chiralności) mają w Modelu Standardowym znikomo małe współczynniki Wilsona, i biegnięcie tych współczynników, lub też poprawki QCD do zszycia nie zostały jak dotąd policzone.

Rozdział 3

Macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy

Zmiany generacji kwarków przez wektorowe prądy naładowane w Modelu Standardowym oraz jego fenomenologicznie sensownych rozszerzeniach mają swe źródło w diagonalizacji macierzy mas kwarków. Cała zależność od szczegółów mechanizmu generowania tych macierzy przez spontaniczne naruszenie symetrii elektroslabej jest jednak ukryta w unitarnej macierzy CKM, której cztery wolne parametry wyznacza się przez porównanie przewidywań modelu z wynikami doświadczeń (patrz niżej). Efekty prądów neutralnych (wektorowych, skalarnych lub tensorowych) zmieniających zapach są w przyrodzie bardzo małe. Narzuca to na teorię silne ograniczenia. W Modelu Standardowym są one spełnione dzięki temu, że prądy neutralne zmieniające zapach generowane są przez poprawki promieniste i dodatkowo tłumione przez mechanizm GIM. Istotne przyczynki do wektorowych prądów neutralnych zmieniających zapach mogą jednak wnosić także nowe cząstki, istnienie których przewidywane jest przez rozszerzenia Modelu Standardowego. Podobnie, skalarnie prądy zmieniające zapach przewidywane przez Model Standardowy są znikomo słabe ale mogą być istotne w rozszerzeniach Modelu Standardowego: wielodubletowa struktura sektora Higgsa w ogólnym przypadku prowadzi do powstania już na poziomie drzewowym zmieniających zapach prądów skalarnych. Co więcej, jak zostanie pokazane w tej pracy, nawet jeśli sektor Higgsa jest skonstruowany tak, by wyeliminować takie drzewowe prądy skalarnie, w niektórych interesujących wariantach rozszerzeń Modelu Standardowego mogą być one generowane przez poprawki promieniste i mieć znaczący wpływ na przewidywania tych modeli. Również naładowane prądy skalarnie mogą w takich modelach być istotnie modyfikowane. Tak więc, zapewnienie zgodności z pomiarami rozszerzeń Modelu Standardowego nie jest oczywiste.

Rozszerzenia Modelu Standardowego można ogólnie podzielić na modele z tzw. minimalnym naruszeniem zapachu, w skrócie MFV (od ang. *Minimal Flavour Violation*), oraz z naruszeniem nieminimalnym. Minimalne naruszenie zapachu oznacza, że jedynym jego źródłem pozostaje, podobnie jak w Modelu Standardowym, macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy. Nieminimalne naruszenie oznacza, że w danej teorii występują inne niż macierz CKM efektywne źródła naruszenia zapachu. Przykładem jest tu model supersymetryczny,

w którym macierze (kwadratów) mas skalarnych partnerów kwarków i/lub leptonów nie są diagonalizowane przez takie same obroty jak macierze mas kwarków i/lub leptonów (patrz rozdział 4). W obu przypadkach prądy neutralne zmieniające zapach mogą być istotnie modyfikowane w porównaniu z otrzymywanymi w Modelu Standardowym.

Eksperymentalne badanie procesów rzadkich jest więc istotnym elementem poszukiwania sygnału tzw. „nowej fizyki”. Stwierdzone ewentualnie takie odstępstwa od przewidywań Modelu Standardowego mogą też pomóc udzielić odpowiedzi na pytanie, czy macierz CKM pozostaje nadal jedynym źródłem łamania zapachu, czy też nie. Możliwość eksperymentalnego rozróżnienia między modelami typu MFV i modelami z nieminimalnym łamaniem zapachu byłaby ważną wskazówką przy wyborze rozszerzenia Modelu Standardowego.

Gdyby możliwe było wyznaczenie wszystkich elementów macierzy CKM w oparciu o procesy zachodzące przez definiujące ją prądy naładowane, w których wirtualne efekty „nowej fizyki” są zaniedbywalne,¹ macierz CKM byłaby niezależna od szczegółów rozszerzeń Modelu Standardowego i stwierdzenie w innych procesach efektów wymagających nowych źródeł łamania zapachu byłoby prostsze. W chwili obecnej jednak wyznaczanie wartości niektórych elementów macierzy CKM oparte jest częściowo o procesy, do których wkład może także wносить „nowa fizyka”. Elementy te trzeba więc wyznaczać w zasadzie oddzielnie dla każdego zestawu parametrów badanego rozszerzenia Modelu Standardowego [28, 29].

W niniejszym rozdziale po podaniu dwóch podstawowych parametryzacji macierzy CKM przypomniana zostanie standardowa procedura wyznaczania jej elementów. Przy założeniu, że w rozszerzeniu Modelu Standardowego macierz CKM pozostaje jedynym źródłem naruszenia zapachu (tj. przyjmując hipotezę MFV) przebadany zostanie potencjalny (dopuszczalny wciąż przez aktualne dane doświadczalne) wpływ „nowej fizyki” na wyznaczanie elementów macierzy CKM. W oparciu o postać efektywnego hamiltonianu opisującego procesy służące do wyznaczania elementów macierzy CKM można wśród modeli MFV wyróżnić dodatkowo modele typu Modelu Standardowego (rozpatrywany w dalszej części pracy model supersymetryczny z małym stosunkiem średnich próżniowych dwu dubletów pól Higgsa jest właśnie takiego typu). Pokazane zostanie, jak przyszłe dane mogą pozwolić na odróżnienia modeli MFV typu Modelu Standardowego od bardziej ogólnych wersji modeli MFV.

¹ W przypadku niektórych rozszerzeń Modelu Standardowego, założenie to wymaga uściślenia — patrz rozdział 5.

3.1 Parametryzacja macierzy CKM i trójkąt unitarności

Jak było to wspomniane w rozdziale 2, elementy unitarnej macierzy Cabibbo-Kobayashi-Maskawy (2.23)

$$V = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

można sparametryzować trzema kątami i jedną fazą. Standardowa parametryzacja ma postać [18]:

$$V = \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

gdzie $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ opisują mieszanie między poszczególnymi generacjami kwarków. Niezerowa wartość fazy δ narusza parzystość kombinowaną CP. Z punktu widzenia zastosowań fenomenologicznych ważne jest, że s_{13} i s_{23} są bardzo małe: $s_{13} \sim \mathcal{O}(10^{-3})$, a $s_{23} \sim \mathcal{O}(10^{-2})$ (tak, że $c_{13} \sim 1$, $c_{23} \sim 1$).

Do celów badania struktury macierzy CKM wygodnie jest posługiwać się parametryzacją zaproponowaną przez Wolfensteina [30]. Wykorzystuje ona hierarchię wielkości kątów mieszania ($s_{12} \gg s_{23} \gg s_{13}$). W parametryzacji tej definiuje się wielkości λ , A , ϱ , η zwane parametrami Wolfensteina, za pomocą związków

$$s_{12} \equiv \lambda, \quad s_{23} \equiv A \lambda^2, \quad s_{13}e^{-i\delta} \equiv A \lambda^3(\rho - i\eta). \quad (3.3)$$

Elementy macierzy CKM (poza elementem V_{ub} definiującym ϱ i η) wyrażone przez parametry Wolfensteina z uwzględnieniem wyższych wyrazów rozwinięcia w λ ($\lambda \approx 0.22$ — patrz niżej) dane są wzorami [21]

$$\begin{aligned} V_{ud} &= 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4 - \mathcal{O}(\lambda^6), \\ V_{us} &= \lambda + \mathcal{O}(\lambda^7), \\ V_{cd} &= -\lambda + \frac{1}{2}A^2\lambda^5(1 - 2(\rho + i\eta)) + \mathcal{O}(\lambda^7), \\ V_{cs} &= 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4(1 + 4A^2) + \mathcal{O}(\lambda^6), \\ V_{cb} &= A\lambda^2 + \mathcal{O}(\lambda^8), \\ V_{tb} &= 1 - \frac{1}{2}A^2\lambda^4 + \mathcal{O}(\lambda^6), \\ V_{td} &= A\lambda^3[1 - (\rho + i\eta)(1 - \frac{1}{2}\lambda^2)] + \mathcal{O}(\lambda^7), \\ V_{ts} &= -A\lambda^2 + \frac{1}{2}A(1 - 2\rho)\lambda^4 - i\eta A\lambda^4 + \mathcal{O}(\lambda^6). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Wygodnie jest też zdefiniować parametry $\bar{\varrho}$ i $\bar{\eta}$:

$$\bar{\varrho} = \varrho\left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right), \quad \bar{\eta} = \eta\left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right). \quad (3.5)$$

W dalszej analizie używany będzie zestaw parametrów λ , A , $\bar{\varrho}$, $\bar{\eta}$. Z (3.4) widać, że poprawki w V_{us} i V_{cb} są rzędu $\mathcal{O}(\lambda^7)$ i $\mathcal{O}(\lambda^8)$, dlatego też można z doskonałą dokładnością przyjąć, że

$$V_{CKM} = \begin{bmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\bar{\varrho} - i\bar{\eta}) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \bar{\varrho} - i\bar{\eta}) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Z unitarności macierzy CKM wynikają relacje wiążące ze sobą jej elementy. Najważniejszą z nich jest relacja

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0. \quad (3.7)$$

Jest ona bardziej interesująca niż pozostałe pięć analogicznych relacji z dwóch powodów: po pierwsze jest ona zależna od elementu V_{td} , który nie jest wyznaczany z procesów drzewowych. Po drugie wszystkie składniki sumy w relacji (3.7) są tego samego rzędu wielkości.

Wyrażając występujące w tej relacji elementy macierzy CKM przez parametry Wolfenstein'a i przedstawiając tę relację na płaszczyźnie zmiennych $\bar{\varrho}$ i $\bar{\eta}$ otrzymuje się tzw. trójkąt unitarności (Rys.3.1). Jest to wygodna graficzna ilustracja unitarności macierzy CKM, która może być testowana przez eksperymentalne wyznaczanie długości boków trójkąta unitarności oraz jego kątów. Długości boków trójkąta unitarności wynoszą odpowiednio 1, R_b i R_t , gdzie

$$R_b \equiv \frac{|V_{ud}V_{ub}^*|}{|V_{cd}V_{cb}^*|} \approx \sqrt{\bar{\varrho}^2 + \bar{\eta}^2} = \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right|, \quad (3.8)$$

$$R_t \equiv \frac{|V_{td}V_{tb}^*|}{|V_{cd}V_{cb}^*|} \approx \sqrt{(1 - \bar{\varrho})^2 + \bar{\eta}^2} = \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{td}}{V_{cb}} \right|. \quad (3.9)$$

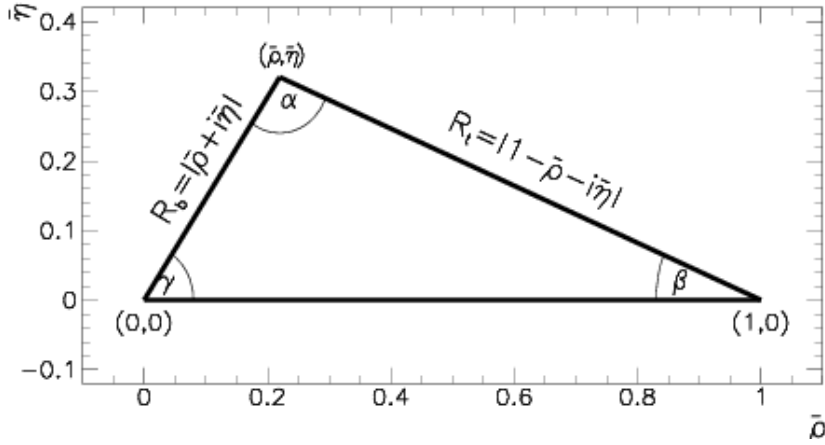
Zaznaczone na Rys.3.1 kąty β i γ wyrażają się przez elementy macierzy CKM wzorami

$$\beta \equiv \arg\left(-\frac{V_{tb}V_{td}^*}{V_{cb}V_{cd}^*}\right), \quad \gamma \equiv \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right). \quad (3.10)$$

Warto także zauważyć, że jeśli długość boku R_t oraz wartość kąta β byłyby znane dokładnie, wówczas wartości parametrów $\bar{\varrho}$ i $\bar{\eta}$, a tym samym (wobec dość dokładnej znajomości parametrów A i λ — patrz niżej) wszystkie elementy macierzy CKM, byłyby już ustalone:

$$\begin{aligned} \bar{\eta} &= \frac{R_t}{2} \left(\sqrt{1 + \sin 2\beta} - \sqrt{1 - \sin 2\beta} \right) \\ \bar{\varrho} &= 1 - \frac{R_t}{2} \left(\sqrt{1 + \sin 2\beta} + \sqrt{1 - \sin 2\beta} \right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Powyższe wzory obowiązują dla β należącego do przedziału $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$. Dla innych zakresów β mają one podobną postać.



Rysunek 3.1: Trójkąt unitarności

3.2 Wyznaczanie elementów macierzy CKM

Elementy macierzy Cabibbo-Kobayashi-Maskawy, czy też równoważnie, parametry Wolfensteina, wyznacza się porównując obliczone teoretycznie przewidywania dla kilku procesów z wynikami doświadczalnymi. Parametryzacja Wolfensteina jest wygodna, gdyż wielkości A , λ i $|\bar{\rho} + i\bar{\eta}|$ znajduje się porównując z danymi przewidywania szerokości rozpadów, których amplitudy są zdominowane przez (drzewową) wymianę bozonów W^\pm . Dlatego wyznaczone wartości A , λ i $|\bar{\rho} + i\bar{\eta}|$ są (najprawdopodobniej) bardzo mało zależne od potencjalnej „nowej fizyki”.

3.2.1 Wyznaczanie λ , A i $|\rho + i\eta|$

Niniejsza praca dotyczy w głównej mierze procesów zachodzących z udziałem kwarków b , zatem elementy V_{ud} , V_{us} , V_{cd} , V_{cs} macierzy CKM związane z przejściami między pierwszą i drugą generacją nie będą szczególnie istotne. Używa się ich jednak do wyznaczenia wartości parametru Wolfensteina λ , której znajomość jest konieczna przy dalszych analizach i dlatego dla kompletności zostaną tu pokrótce przytoczone sposoby wyznaczania ich wartości.

Wartość $|V_{ud}|$ wyznacza się z jądrowego superdozwolonego przejścia Fermiego, z rozpadu neutronu lub z rozpadu pionu (z nieco mniejszą precyzją z uwagi na mały stosunek rozgałęzień rozpadu $\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$) [25]. Średnia z tych trzech pomiarów wynosi [25]

$$|V_{ud}| = 0.9739 \pm 0.0005. \quad (3.12)$$

Wartość $|V_{us}|$ wyznacza się z porównania pomiaru charakterystyk rozpadu $K \rightarrow \pi l \nu$ z teoretycznymi przewidywaniami uwzględniającymi poprawki elektromagnetyczne. Otrzy-

V_{ij}	wartość	proces
$ V_{ud} $	0.9740 ± 0.0005	superdozwolone jądrowe przejście Fermiego
$ V_{ud} $	0.9731 ± 0.0015	rozpad β neutronu
$ V_{ud} $	0.9765 ± 0.0056	$\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu$
$ V_{us} $	0.2196 ± 0.0026	$K^+ \rightarrow \pi e \nu_e$
$ V_{cd} $	0.224 ± 0.016	produkcja powabu w reakcji $\nu_\mu d \rightarrow \mu c$
$ V_{cs} $	$0.97 \pm 0.09 \pm 0.07$	rozpady $D \rightarrow \bar{K} e \nu_e$

muje się w ten sposób [25]

$$|V_{us}| = 0.2196 \pm 0.0013. \quad (3.13)$$

Wartość ta nie jest idealnie zgodna z wartością $|V_{ud}|$, (3.12), która po skorzystaniu z unitarności macierzy CKM,

$$1 = |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 \approx |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 \quad (3.14)$$

(dzięki małości V_{ub} — patrz niżej), daje $|V_{us}| = 0.2269 \pm 0.0021$. Wykorzystując (3.14) oraz niezależne wyniki dla $|V_{ud}|$ i $|V_{us}|$ przyjmuje się obecnie [25]

$$\lambda = 0.2240 \pm 0.0036. \quad (3.15)$$

Informację o λ daje także wyznaczanie $|V_{cs}|$ z rozpadu $D \rightarrow \bar{K}^0 e^+ \nu$. Jest ono jednak, podobnie, jak wyznaczanie $|V_{cd}|$, oparte na pomiarze przekroju czynnego na produkcję mionów w rozpraszaniu neutrino $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- c$ lub $\bar{\nu}_\mu \bar{d} \rightarrow \mu^+ \bar{c}$ [18], obarczone dużym błędem. Wyznaczone w taki sposób $|V_{cs}|$ i $|V_{cd}|$ nie wpływają więc znacząco na wartość średniej (3.15).

Wyznaczenie wartości parametru Wolfensteina A , zdefiniowanego wzorem $s_{23} = A \lambda^2$ (3.3) wymaga znajomości elementu $|V_{cb}|$. Element ten wyznacza się badając ekskluzywne i inkluzywne semileptonowe rozpady $b \rightarrow cl\nu$. Pomiar ekskluzywne rozpadu $B \rightarrow D^* l^- \nu$ zostały wykonane w eksperymencie LEP przez kolaboracje ALEPH, DELPHI, OPAL (przy energii środka masy zderzanych par e^+e^- równej 91 GeV) oraz przez kolaboracje CLEO, BELLE i BABAR (przy energii w układzie środka masy równej masie stanu $\Upsilon(4S)$). Analiza tych danych w połączeniu z rachunkami teoretycznymi wykorzystującymi tzw. efektywną teorię ciężkich kwarków, daje po uśrednieniu [25]

$$|V_{cb}|_{\text{excl}} = 0.0421 \pm 0.0021. \quad (3.16)$$

Inną metodą wyznaczenia $|V_{cb}|$ jest badanie procesów inkluzywnych, $B \rightarrow X_c l^- \nu$, co prowadzi do wyniku [25]

$$|V_{cb}|_{\text{incl}} = 0.0414 \pm 0.0007 \pm 0.0006. \quad (3.17)$$

Uśrednienie wyników (3.16) i (3.17) daje wartość [25]

$$|V_{cb}| = 0.0415 \pm 0.0008. \quad (3.18)$$

Wykorzystując wartość λ podaną we wzorze (3.15) otrzymuje się

$$A = 0.827 \pm 0.031. \quad (3.19)$$

Kolejną wielkością dającą się wyznaczyć ze zdominowanych przez drzewową wymianę bozonów W^\pm (i dlatego niezależnych od „nowej fizyki”) oddziaływań prądów naładowanych jest kombinacja $|\bar{\rho} + i\bar{\eta}|$ dana wzorem (3.3). Wartość $|V_{ub}|$ wyznacza się z pomiaru semileptonowych, głównie inkluzywnych procesów $b \rightarrow ul\nu$. Uśrednione wyniki eksperymentów LEP i CLEO podane w [25] dają

$$|V_{ub}|_{\text{incl}} = (4.09 \pm 0.46 \pm 0.36) \times 10^{-3}. \quad (3.20)$$

Pomiary rozpadu $b \rightarrow ul\nu$ są trudne, gdyż z uwagi na bardzo duże tło pochodzące od rozpadów $b \rightarrow cl\nu$ eksperymentalnie dostępny jest tylko zakres maksymalnych mas niezmienniczych pary leptonów. Z drugiej strony, teoretyczne przewidywania szybkości rozpadu dla tego obszaru kinematycznego wymaga uwzględnienia nieperturbacyjnych aspektów, takich jak ruch Fermiego kwarku b w mezonie. Istnieją też metody wyznaczania $|V_{ub}|$ z procesów ekskluzywnych, takich jak $B^0 \rightarrow \pi^- l\nu$ czy $B^+ \rightarrow \rho^0 l\nu$. Uśredniony wynik analizy takich procesów to [25]

$$|V_{ub}|_{\text{excl}} = (3.30 \pm 0.24 \pm 0.46) \times 10^{-3}, \quad (3.21)$$

Niepewności są tu podobnego rzędu, jak w rozpadach inkluzywnych i wynikają z niedokładnej znajomości formfaktorów hadronowych. Uśrednienie wszystkich wyników daje [25]

$$|V_{ub}| = A\lambda^3 \sqrt{\rho^2 + \eta^2} = 0.0037 \pm 0.0004, \quad (3.22)$$

co w połączeniu z (3.18) prowadzi do

$$\left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| = 0.0892 \pm 0.0098, \quad (3.23)$$

czyli, po skorzystaniu z (3.15), do wartości

$$R_b = 0.388 \pm 0.043. \quad (3.24)$$

Warto tu też zaznaczyć, że w modelach dwudubletowych ewentualne przyczynki do amplitud semileptonowych procesów służących do wyznaczenia $|V_{ub}|$ i $|V_{cb}|$ od drzewowej wymiany bozonu H^+ są małe nawet dla $\tan\beta \sim 50$, gdyż są tłumione przez $\frac{m_\mu}{M_W} \tan\beta \sim 0.06$.

Dodatkowo, niezależną informację na temat wartości $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ otrzymuje się z pomiaru zależnej od czasu łamiącej CP asymetrii $a_{\psi K_S}$ w rozpadach $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow \psi K_S$. Asymetria ta zdefiniowana jest jako

$$a_{\psi K_S}(t) = \frac{\Gamma(B_d^0(t) \rightarrow \psi K_S) - \Gamma(\bar{B}_d^0(t) \rightarrow \psi K_S)}{\Gamma(B_d^0(t) \rightarrow \psi K_S) + \Gamma(\bar{B}_d^0(t) \rightarrow \psi K_S)}, \quad (3.25)$$

gdzie stany początkowe są wzajemnie CP sprzężone, zaś stan końcowy f jest stanem własnym CP. Jest ona kombinacją asymetrii powstającej bezpośrednio w rozpadzie $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow \psi K_S$ oraz asymetrii związanej z mieszaniami mezonów $B_d^0-\bar{B}_d^0$ oraz $K^0-\bar{K}^0$. Jeśli macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy jest jedynym źródłem łamania CP i zapachu, wówczas asymetria (3.25) jest zdeterminowana przez mieszanie $B_d^0-\bar{B}_d^0$. Amplituda rozpadu $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow \psi K_S$ jest bowiem w przybliżeniu rzeczywista, o ile zaniedba się wkład diagramu pętlowego tłumionego dodatkowo przez kąt Cabibbo. Podobnie w dobrym przybliżeniu rzeczywista jest amplituda mieszania kaonów: naruszenie CP w mieszanii kaonów jest małe ($\varepsilon_K \sim 10^{-3}$) i można je pominąć w porównaniu z łamaniem CP w mieszanii mezonów B_d^0 . Zależność od czasu mierzonej asymetrii (3.25) dana jest wówczas wzorem

$$a_{\psi K_S}(t) \equiv -a_{\psi K_S} \sin(\Delta M_d t), \quad (3.26)$$

w którym

$$a_{\psi K_S} = \frac{\text{Im}\langle B_d^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | \bar{B}_d^0 \rangle}{|\langle B_d^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | \bar{B}_d^0 \rangle|}, \quad (3.27)$$

gdzie $\langle B_d^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | \bar{B}_d^0 \rangle$ jest amplitudą mieszania mezonów $B_d^0-\bar{B}_d^0$. Nawet w rozszerzeniach Modelu Standardowego, jeśli tylko macierz CKM jest jedynym źródłem łamania zapachu i symetrii CP,

$$\langle B_d^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | \bar{B}_d^0 \rangle = (V_{td}^* V_{tb})^2 \times \text{liczba rzeczywista}, \quad (3.28)$$

a zatem z (3.10), wobec rzeczywistości V_{cb} i V_{cd} , wynika, że

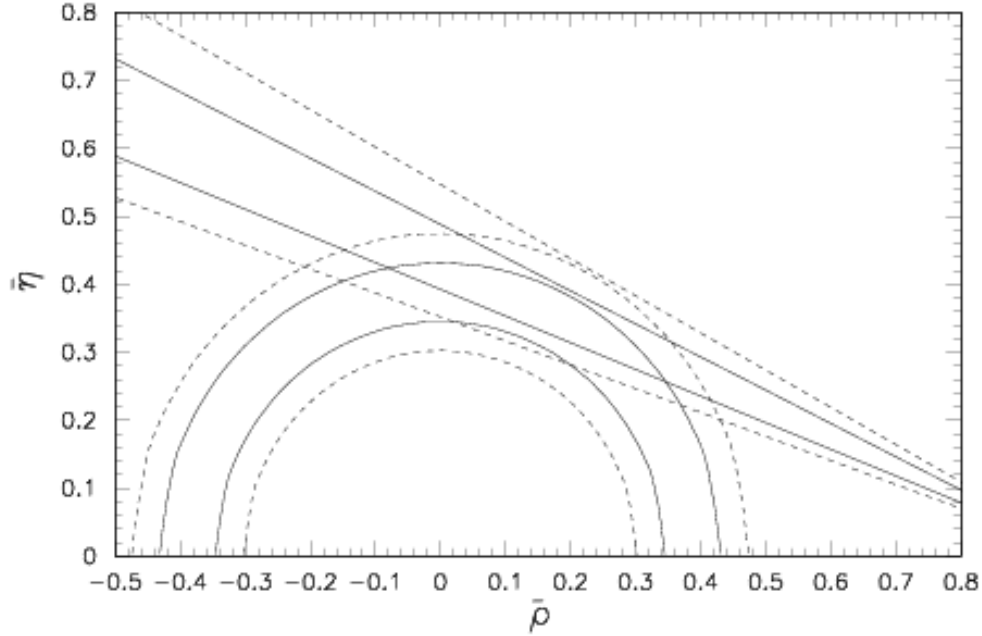
$$a_{\psi K_S} = \sin 2\beta. \quad (3.29)$$

Tak więc nawet w rozszerzeniach Modelu Standardowego typu MFV asymetria (3.25) mierzy bezpośrednio kąt β trójkąta unitarności (3.10).

Z wyznaczonej w eksperymentach BABAR [31] i BELLE [32] wartości asymetrii (3.25) otrzymuje się obecnie [25]

$$\sin 2\beta = a_{\psi K_S} = 0.734 \pm 0.054. \quad (3.30)$$

Informacje dotyczące $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ oparte na pomiarach wielkości zdominowanych przez oddziaływania prądów naładowanych podsumowuje Rys.3.2.



Rysunek 3.2: Zakresy wartości $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ wyznaczone z procesów drzewowych. Linie ciągłe pokazują granice obszaru dozwolonego na poziomie 1σ a przerywane — 2σ .

3.2.2 Wyznaczanie $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$

Jeżeli wszystkie wielkości omówione w poprzednim podrozdziale ($|V_{us}|$, $|V_{cb}|$, R_b oraz $a_{\Psi K_S}$) byłyby mierzone dokładnie, to wartości $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ byłyby jednoznacznie wyznaczone. Tym samym, cała macierz CKM byłaby znana dokładnie. Wielkości λ , A , $|\bar{\rho} + i\bar{\eta}|$ oraz $\sin 2\beta$ znane są jednak z dużymi niepewnościami (patrz Rys.3.2), i zamiast jednego punktu otrzymuje się na płaszczyźnie $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ dość duży obszar dozwolonych wartości $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$. W celu usunięcia (zmniejszenia) tych niepewności, konieczne jest posłużenie się innymi dostępnymi obserwacjami. Są one jednakże związane z procesami rzadkimi, co oznacza, że przewidywania teoretyczne dla ich szybkości są zależne od tego, jaki model „nowej fizyki” (i jakie jego parametry) się rozpatruje. Z drugiej strony, ponieważ procesy rozpatrywane w poprzednim podrozdziale wyznaczają już jednak pewien obszar na płaszczyźnie $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$, i ponieważ procesów rzadkich zależnych od $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ jest więcej niż jeden, pewne modele nowej fizyki lub pewne zakresy parametrów konkretnych modeli można wykluczać analizując tzw. trójkąt unitarności, tzn. w oparciu o warunek zgodności wyznaczanego z różnych źródeł obszaru dozwolonych $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$. Tak więc nawet wówczas, gdyby $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ byłyby wyznaczone z dostateczną dokładnością z procesów drzewowych, procesy pętlowe dostarczałyby cennego testu Modelu Standardowego oraz jego rozszerzeń. W szczególności, w modelach takich jak supersymetryczne rozszerzenie Modelu Standardowego mogłyby one

wykazać niewystarczalność opisu łamania CP i naruszenia zapachu jedynie przez macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy.

Mierzalnymi wielkościami zdeterminowanymi przez poprawki pętlowe i bezpośrednio zależącymi od $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ są mieszania neutralnych mezonów $B_d^0-\bar{B}_d^0$ oraz $K^0-\bar{K}^0$. Przy założeniu, że macierz CKM pozostaje jedynym źródłem łamania zapachu, hamiltonian efektywny opisujący mieszanie neutralnych mezonów $B_d^0-\bar{B}_d^0$, (przejścia o $|\Delta B| = 2$) ma postać

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta F=2} = \frac{G_F^2 M_W^2}{16\pi^2} (V_{td}^* V_{tb})^2 \sum_i C_i Q_i, \quad (3.31)$$

w której Q_i oznaczają osiem operatorów wymiaru 6. Są to operatory

$$\begin{aligned} Q^{\text{VLL}} &= (\bar{b}\gamma_\mu P_L d)(\bar{b}\gamma^\mu P_L d), \\ Q_1^{\text{LR}} &= (\bar{b}\gamma_\mu P_L d)(\bar{b}\gamma^\mu P_R d), \\ Q_2^{\text{LR}} &= (\bar{b}P_L d)(\bar{b}P_R d), \\ Q_1^{\text{SLL}} &= (\bar{b}P_L d)(\bar{b}_J P_L d), \\ Q_2^{\text{SLL}} &= (\bar{b}\sigma_{\mu\nu} P_L d)(\bar{b}\sigma^{\mu\nu} P_L d), \end{aligned} \quad (3.32)$$

w których indeksy kolorowe są zwięzione w obrębie nawiasów, a $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$. Pozostałe 3 operatory: Q^{VRR} i Q_i^{SRR} otrzymuje się z Q^{VLL} i Q_i^{SLL} poprzez zamianę miejscami P_L i P_R . Tak jak było to opisane w podrozdziale 2.3, współczynniki Wilsona C_i oblicza się przy skali $\mu_0 \sim m_t$ i ewoluuje do skali $\mu \sim m_b$ stosując równania grupy renormalizacji. Wynikające z tej ewolucji związki łączące $C_i(\mu_0)$ i $C_i(\mu)$ zebrane są w Dodatku A.

Hamiltonian opisujący mieszanie neutralnych kaonów ma podobną strukturę, ale składa się z dwu części: jednej proporcjonalnej do $(V_{td}^* V_{tb})^2$ powstającej bezpośrednio przy skali μ_0 po wycalkowaniu bozonów W^\pm i kwarku t oraz drugiej, mającej postać dwu członów proporcjonalnych do $(V_{cs}^* V_{cd})^2$ oraz $V_{cs}^* V_{cd} V_{ts}^* V_{td}$ powstającej częściowo przy skali μ_0 , a częściowo przy skali $\sim m_c$ po wycalkowaniu kwarku c [33].

Wielkościami mierzonymi doświadczalnie, charakteryzującymi mieszanie neutralnych mezonów są różnice mas ΔM_K i ΔM_d oraz parametr ε_K opisujący łamanie CP w mieszanii $K^0-\bar{K}^0$. Wielkości te są dane przez ²

$$\Delta M_K = 2\text{Re}\langle \bar{K}^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | K^0 \rangle, \quad (3.33)$$

$$\varepsilon_K = e^{\frac{i\pi}{4}} \frac{\text{Im}\langle \bar{K}^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | K^0 \rangle}{\sqrt{2}\Delta M_K}, \quad (3.34)$$

$$\Delta M_d = 2|\langle \bar{B}_d^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B_d^0 \rangle|. \quad (3.35)$$

²wzór dla ε_K obowiązuje tylko w standardowej konwencji (3.2) parametryzacji macierzy CKM [15].

W Modelu Standardowym, zarówno w przypadku mezonów B_d^0 jak i K^0 , współczynniki Wilsona operatorów innych niż Q^{VLL} są zanedbywalnie małe. Elementy macierzowe operatora Q^{VLL} hamiltonianu (3.31) parametryzowane są stałymi ³ F_K , \hat{B}_K , F_{B_d} i \hat{B}_{B_d} :

$$\begin{aligned}\langle K^0 | Q^{VLL} | \bar{K}^0 \rangle &= \frac{1}{3} M_K F_K^2 \hat{B}_K, \\ \langle B^0 | Q^{VLL} | \bar{B}^0 \rangle &= \frac{1}{3} M_{B_d} F_{B_d}^2 \hat{B}_{B_d}.\end{aligned}\quad (3.36)$$

Dla amplitudy mieszania kaonów otrzymuje się wtedy [21]

$$\begin{aligned}\langle K^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | \bar{K}^0 \rangle &= \frac{G_F^2 M_W^2}{6\pi^2} F_K^2 \hat{B}_K M_K \left[(V_{ts} V_{td}^*)^2 \eta_2 S_0(x_t) \right. \\ &\quad \left. + 2V_{cs} V_{cd}^* V_{ts} V_{td}^* \eta_3 S_0(x_c, x_t) + (V_{cs} V_{cd}^*)^2 \eta_1 S_0(x_c) \right],\end{aligned}\quad (3.37)$$

gdzie czynniki η_1 , η_2 i η_3 opisują efekty ewolucji QCD współczynników Wilsona i wynoszą [33] $\eta_1 = 1.32 \pm 0.32 \left(\frac{1.3 \text{ GeV}}{m_c(m_c)}\right)^{1.1}$, $\eta_2 = 0.57 \pm 0.01$ oraz $\eta_3 = 0.47 \pm 0.05$. $S_0(x_t)$, $S_0(x_c)$ i $S_0(x_c, x_t)$, gdzie $x_t = m_t^2/M_W^2$, a $x_c = m_c^2/M_W^2$ pochodzą z obliczenia diagramów pudełkowych z bozonami W^\pm (oraz G^\pm) i, odpowiednio, dwoma kwarkami t , dwoma kwarkami c oraz jednym kwarkiem t i jednym kwarkiem c [15]. Stała rozpadu kaonów $F_K = 160 \text{ MeV}$ wyznaczona jest z rozpadu $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, a czynnik $\hat{B}_K = 0.86 \pm 0.15$ oblicza się na sieciach.

Ponieważ ΔM_K dane wzorem (3.33) zależy dość silnie od słabo znanej masy kwarku c , w ostatnim członie w nawiasie we wzorze (3.37) porównanie przewidywania z wynikiem eksperymentalnym nie prowadzi do silnych ograniczeń na $\bar{\varrho}$ i $\bar{\eta}$. Znacznie bardziej użyteczne jest porównanie z wartością doświadczalną przewidywania dla $|\varepsilon_K|$, gdyż z bardzo dobrym przybliżeniem (patrz (3.38)) $\text{Im}(V_{cs} V_{cd}^*)^2 = 0$, a $S_0(x_c, x_t)$ zależy dostatecznie słabo od m_c . Wstawiając (3.37) do (3.33) i korzystając z parametryzacji Wolfensteina (3.6)-(3.7) otrzymuje się

$$|\varepsilon_K| = \frac{G_F^2 M_W^2 F_K^2 M_K}{6\sqrt{2}\pi^2 \Delta M_K} \lambda^{10} \bar{\eta} \left[(1 - \bar{\varrho}) A^2 \eta_2 S_0(x_t) + P_c(\varepsilon) \right] A^2 \hat{B}_K, \quad (3.38)$$

gdzie czynnik $P_c(\varepsilon) \approx 0.29 \pm 0.07$ podsumowuje wkład diagramów pudełkowych z dwoma kwarkami c oraz z kwarkiem c i t [25, 33].

W przypadku amplitudy mieszania mezonów B_d^0 - \bar{B}_d^0 wkład pętli z kwarkiem c oraz z kwarkami c i t można pominąć. Z (3.35) otrzymujemy więc

$$\Delta M_d = \frac{G_F^2 M_W^2}{6\pi^2} M_{B_q} \eta_B \hat{B}_{B_q} F_{B_q}^2 |V_{ts}^* V_{tb}|^2 S_0(x_t), \quad (3.39)$$

³ Elementy macierzowe (3.36) zależą w zasadzie od skali renormalizacji w taki sposób, że $C^{VLL}(\mu) \langle \mathcal{O}^{VLL}(\mu) \rangle$ dla $\mu \sim m_b$ ($\mu \sim 2 \text{ GeV}$ w przypadku kaonów) nie zależy od μ . Zależność prawej strony (3.36) od μ została wyfaktoryzowana i uwzględniona w czynnikach η_B , η_1 , η_2 i η_3 [23] tak, że czynniki $F_K^2 \hat{B}_K$, $F_{B_d}^2 \hat{B}_{B_d}$ nie zależą od μ (znak równości w (3.36) jest więc w tym sensie umowny).

gdzie $\eta_B = 0.55 \pm 0.01$ [34, 35] jest czynnikiem QCD otrzymywanym z całkowania równań grupy renormalizacji. Dla masy kwarku t równej $\bar{m}_t^{\text{MS}}(m_t) = 165 \text{ GeV}$ $S_0 \approx 2.38 \pm 0.11$. Z rachunku na sieciach otrzymuje się ponadto [25]

$$\sqrt{\hat{B}_{B_d}} F_{B_d} = (235 \pm 33 \pm 12) \text{ MeV}. \quad (3.40)$$

Słaba znajomość tego czynnika oraz stałej \hat{B}_K są źródłem dużych niepewności teoretycznego przewidywania dla ΔM_d i $|\varepsilon_K|$.

Mając na uwadze dalsze rozważania podkreślimy tu także istotną cechę Modelu Standardowego: otrzymywane przy skali $\mu_0 \sim m_t$ części współczynników C_{VLL} proporcjonalne do $(V_{tJ}^* V_{tI})^2$ operatorów $O_{\Delta S=2}^{VLL}$ i $O_{\Delta B=2}^{VLL}$ są rzeczywiste, ponieważ pochodzą z takich samych diagramów pudełkowych z kwarkiem t i bozonem W^\pm w pętli.

Ze wzorów (3.38) i (3.39) opisujących ε_K i ΔM_d widać, że zależą one w nietrywialny sposób od $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$, mogą więc służyć do wyznaczenia tych parametrów. Wykorzystując definicję (3.9) otrzymuje się

$$R_t = 0.823 \sqrt{\frac{\Delta M_d}{0.503/\text{ps}}} \left[\frac{235 \text{ MeV}}{\sqrt{\hat{B}_{B_d}} F_{B_d}} \right] \sqrt{\frac{0.55}{\eta_B}} \sqrt{\frac{2.38}{S_0(x_t)}} \left(\frac{0.224}{\lambda} \right) \left(\frac{0.0415}{|V_{cb}|} \right) \quad (3.41)$$

oraz

$$0.187 \left(\frac{0.224}{\lambda} \right)^{10} = \bar{\eta} \left[(1 - \bar{\rho}) A^2 \eta_2 S_0(x_t) + P_c(\varepsilon) \right] A^2 \hat{B}_K, \quad (3.42)$$

gdzie użyto $M_K = 497.67 \text{ MeV}$ i $\Delta M_K = 3.49 \times 10^{-12} \text{ MeV}$. Ograniczenia na $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ w Modelu Standardowym płynące z pomiarów ε_K i ΔM_d [18]

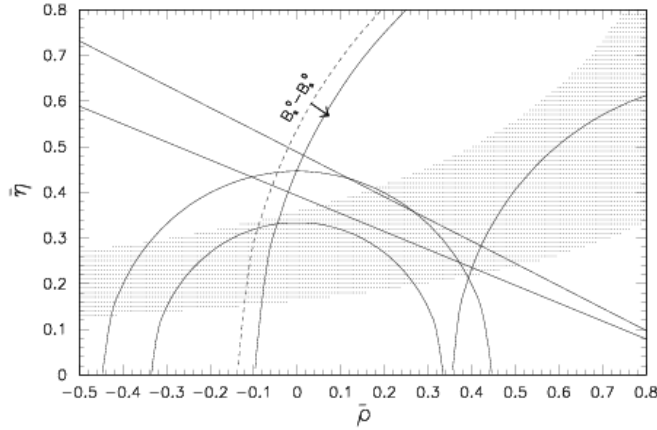
$$\varepsilon_K = (2.282 \pm 0.017) \times 10^{-3}, \quad (3.43)$$

$$\Delta M_d = (0.503 \pm 0.006)/\text{ps}. \quad (3.44)$$

przedstawione są na Rys.3.3 odpowiednio jako obszar zakropkowany oraz ograniczony dwóm ciągłymi łukami. Rysunek ten został uzyskany przez równomierne skanowanie po błędach poszczególnych wielkości w granicach $\pm 1\sigma$. Podobny obszar dozwolonych $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ uzyskuje się przy pomocy bardziej zaawansowanych metod statystycznych [25].

Jak widać z Rys.3.3, ograniczenie otrzymane z ΔM_d nie jest szczególnie silne. Jest ono silnie zależne od wyznaczanego na sieciach parametru $F_{B_d} \sqrt{\hat{B}_{B_d}}$, który znany jest niezbyt dokładnie. Aby zmniejszyć tę niepewność, standardowo wykorzystuje się wielkość $\Delta M_s/\Delta M_d$, gdzie ΔM_s jest różnicą mas neutralnych mezonów $B_s^0 - \bar{B}_s^0$. Różnica mas ΔM_s jest dana takim samym wzorem jak (3.39) z indeksem d zamienionym na s . Wprawdzie niepewność wyznaczonej na sieciach [25] wielkości $\sqrt{\hat{B}_{B_s}} F_{B_s}$,

$$\sqrt{\hat{B}_{B_s}} F_{B_s} = 276 \text{ MeV} \pm 38 \text{ MeV} \quad (3.45)$$



Rysunek 3.3: Zakresy wartości $\bar{\rho}$, $\bar{\eta}$ wyznaczone z procesów drzewowych oraz z mieszania neutralnych mezonów $K^0-\bar{K}^0$, $B_d^0-\bar{B}_d^0$ i $B_s^0-\bar{B}_s^0$.

nie jest mniejsza niż w przypadku analogicznego czynnika dla mezonów B_d^0 , ale wielkość

$$\xi = \frac{\sqrt{\hat{B}_{B_s} F_{B_s}}}{\sqrt{\hat{B}_{B_d} F_{B_d}}}, \quad (3.46)$$

wyznaczana jest z rachunków na sieciach z lepszą dokładnością [25],

$$\xi = 1.24 \pm 0.08. \quad (3.47)$$

Wstawiając wartości liczbowe i wykorzystując fakt, że $|V_{cb}| \approx |V_{ts}|$ otrzymujemy

$$R_t = \sqrt{\frac{\Delta M_d}{\Delta M_s}} \sqrt{\left(\frac{M_{B_s}}{M_{B_d}}\right) \frac{\sqrt{\hat{B}_{B_s} F_{B_s}}}{\sqrt{\hat{B}_{B_d} F_{B_d}}} \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{ts}}{V_{cb}} \right|}. \quad (3.48)$$

Niestety jak dotąd znana jest jedynie dolna granica, $\Delta M_s > 14.4/\text{ps}$ [36], co pozwala ograniczyć R_t jedynie od góry. Ograniczenie to jest przedstawione na Rys.3.3 łukiem oznaczonym $B_s^0-\bar{B}_s^0$ (strzałka wskazuje obszar dozwolony). Jest ono obecnie słabsze niż górne ograniczenie na R_t otrzymane z samego ΔM_d . Stanie się ono jednak kluczowe, gdy ΔM_s zostanie dokładnie zmierzone.

Inną wielkością mogącą w zasadzie dodatkowo ograniczyć obszar $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ jest parametr $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$ mierzący bezpośrednie łamanie CP w rozpadach kaonów. Wynik doświadczalny dla tego parametru to $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = (16.6 \pm 1.6) \times 10^{-4}$ [36]. Teoretyczne przewidywanie tej wielkości jest jednak obciążone dużymi niepewnościami i nie prowadzi do użytecznych ograniczeń na parametry $\bar{\rho}$, $\bar{\eta}$.

Jak pokazuje Rys.3.3, wykorzystanie ΔM_d i ε_K pozwala w Modelu Standardowym znacznie zawęzić obszar dopuszczalnych wielkości $\bar{\rho}$, $\bar{\eta}$ w porównaniu z obszarem otrzymywanym z analizy procesów drzewowych. Interesujące staje się jednak pytanie, jak duże

zmiany dozwolonych obszarów może spowodować „nowa fizyka”, która może modyfikować przewidywania teoretyczne dla $\Delta M_{s,d}$ i ε_K .

W ogólności przyczynki „nowej fizyki” do procesów rzadkich mogą być dwojakiego rodzaju. Jak zostało to powiedziane na początku niniejszego rozdziału, można je ogólnie podzielić na modele z minimalnym oraz z nieminimalnym naruszeniem zapachu, w zależności od tego czy macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy jest jedynym źródłem naruszenia zapachu i symetrii CP, czy też nie. Analiza zmian wprowadzonych w wyniku obecności innych niż macierz CKM źródeł łamania zapachu możliwa jest jedynie w ramach konkretnych modeli. Klasę rozszerzeń Modelu Standardowego, w których macierz CKM pozostaje jedynym źródłem naruszenia zapachu, czyli tzw. modele MFV, można natomiast badać w dość ogólny sposób. Hamiltonian efektywny opisujący ε_K i $\Delta M_{s,d}$ ma wówczas postać (3.31) z rzeczywistymi współczynnikami Wilsona C_i . Wkłady wszystkich współczynników Wilsona do wielkości ε_K i $\Delta M_{s,d}$ można wówczas wygodnie przedstawić przy pomocy wzorów podobnych do (3.38) i (3.39), w których wielkość $S_0(x_t)$ zastąpiona jest trzema w ogólności różnymi czynnikami F^s , F^d i F^ε . Parametryzując one wkłady „nowej fizyki” odpowiednio do ΔM_s , ΔM_d i ε_K [9, 37, 38, 39]

$$\varepsilon_K : S_0(x_t) \rightarrow F^\varepsilon = S_0(x_t)[1 + f_\varepsilon], \quad (3.49)$$

$$\Delta M_d : S_0(x_t) \rightarrow F^d = S_0(x_t)[1 + f_d], \quad (3.50)$$

$$\Delta M_s : S_0(x_t) \rightarrow F^s = S_0(x_t)[1 + f_s]. \quad (3.51)$$

W konkretnym modelu „nowej fizyki” czynniki F^ε , F^d i F^s są policzalne i wyrażają się przez współczynniki Wilsona przy skali zszywania μ_0 , czynniki opisujące ewolucję QCD oraz wielkości typu \hat{B}_{B_d} (obliczane metodami sieciowymi [40, 41]) parametryzujące elementy macierzowe pozostałych operatorów O_i . Wzory wyrażające F^ε , F^d i F^s przez współczynnik Wilsona przy skali μ_0 zebrane są w Dodatku A. Oczywiście jeżeli niniejsza analiza miałaby być rozszerzona o jakąś inną obserwabłą, np. $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$, wówczas należałoby również dla niej wprowadzić osobny czynnik F . Dopóki jednak analiza opiera się na trzech obserwabłach związanych z mieszaniami $B_s^0-\bar{B}_s^0$, $B_d^0-\bar{B}_d^0$ i $K^0-\bar{K}^0$, parametryzacja (3.49)-(3.51) jest użyteczna.

Po wprowadzeniu podstawień (3.49)-(3.51) wzory (3.38) i (3.39) przyjmują postać

$$\Delta M_q = \frac{G_F^2 M_W^2}{6\pi^2} M_{B_q} \eta_B F_{B_q}^2 \hat{B}_{B_q} |V_{tq}^{\text{eff}}|^2 |F^q|, \quad (3.52)$$

gdzie q oznacza odpowiednio kwark s lub d , oraz

$$\bar{\eta} \left[(1 - \bar{\rho}) A^2 \eta_2 F^\varepsilon + P_c(\varepsilon) \right] A^2 \hat{B}_K = 0.187 \left(\frac{0.224}{\lambda} \right)^{10}. \quad (3.53)$$

Tak jak w Modelu Standardowym, w dowolnym modelu MFV długość boku R_t można wyznaczyć na dwa sposoby tzn. z samej wielkości ΔM_d

$$R_t = 1.268 \sqrt{\frac{\Delta M_d}{0.503/\text{ps}}} \left[\frac{235 \text{ MeV}}{\sqrt{\hat{B}_{B_d} F_{B_d}}} \right] \sqrt{\frac{0.55}{\eta_B}} \frac{1}{\sqrt{F^d}} \left(\frac{0.224}{\lambda} \right) \left(\frac{0.0415}{|V_{cb}|} \right) \quad (3.54)$$

lub z $\Delta M_s/\Delta M_d$

$$R_t = \sqrt{\frac{\Delta M_d}{\Delta M_s}} \sqrt{\frac{M_{B_s}}{M_{B_d}}} \xi \sqrt{R_{sd}} \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{ts}}{V_{cb}} \right| \quad (3.55)$$

czyli

$$R_t = 0.8415 \xi \sqrt{\frac{\Delta M_d}{0.503/\text{ps}}} \sqrt{\frac{14.4/\text{ps}}{\Delta M_s}} \sqrt{R_{sd}}, \quad (3.56)$$

gdzie

$$R_{sd} \equiv \left| \frac{F^s}{F^d} \right| = \frac{|1 + f_s|}{|1 + f_d|}. \quad (3.57)$$

W oparciu o parametryzację (3.49)-(3.51), wśród modeli MFV wyróżnić można pewną szczególną klasę, tzw. modele MFV typu Modelu Standardowego. Niskoenergetyczny hamiltonian efektywny takich modeli ma dokładnie taką samą postać jak hamiltonian efektywny dla Modelu Standardowego, tzn. istotny jest w nim tylko współczynnik Wilsona operatora Q^{VLL} , zaś pozostałe współczynniki są na tyle małe, że można je zaniedbać. Co więcej, w modelach tego typu, tak jak w Modelu Standardowym, współczynnik operatora Q^{VLL} jest (po wydzieleniu zeń czynników CKM tak jak w (3.31); dla $Q_{\Delta S=1}^{\text{VLL}}$ stwierdzenie to dotyczy proporcjonalnej do $(V_{ts}V_{td})^2$ części współczynnika) uniwersalny, tzn. taki sam dla hamiltonianów opisujących mieszanie $K^0-\bar{K}^0$, $B_d^0-\bar{B}_d^0$ i $B_s^0-\bar{B}_s^0$. W modelach tej klasy mamy więc

$$F^e = F^d = F^s \quad (R_{sd} = 1). \quad (3.58)$$

Przykładami modeli z minimalnym naruszeniem zapachu typu Modelu Standardowego są: MSSM z diagonalnymi macierzmi mas sfermionów (patrz rozdział 4) oraz model dwudubletowy, obydwa, gdy stosunek średnich próżniowych dwu dubletów pól Higgsa jest niezbyt duży, $\tan \beta \lesssim 20$. W pozostałych modelach MFV (tzn. innych niż MFV typu Modelu Standardowego) „nowa fizyka” generować może wkłady do wszystkich współczynników Wilsona w hamiltonianie efektywnym. Wówczas wkłady współczynników Wilsona do $B_s^0-\bar{B}_s^0$, $B_d^0-\bar{B}_d^0$ i $K^0-\bar{K}^0$ zwykle różnią się między sobą. Jak pokażemy w rozdziale 8, przykładem może być tu omawiany w niniejszej pracy scenariusz supersymetryczny z $\tan \beta \gg 1$ (i macierzą CKM jako jedynym źródłem naruszenia zapachu).

3.3 Ograniczenia na modele MFV płynące z trójkąta unitarności

Przedstawimy teraz analizę wkładów „nowej fizyki” do wielkości F^e , F^d i F^s dopuszczalnych wciąż przez istniejące dane. Analiza taka może pozwolić na wykluczenie niektórych modeli typu MFV. W szczególności może ona pozwolić na odróżnienie modeli MFV typu Modelu Standardowego, tzn. stwierdzić, czy dane doświadczalne wymagają $R_{sd} \neq 1$ i/lub $F^e \neq F^d$. Na przykład, gdyby mierzona wartość asymetrii $a_{\psi K_S}$ była mniejsza niż ~ 0.4 , modele MFV typu Modelu Standardowego (z Modelem Standardowym włącznie) byłyby

wyeliminowane, gdyż jak pokazano w pracy [42], odtworzenie mierzonych wartości ΔM_d i ε_K w modelach z $F^\varepsilon = F^d$ wymaga $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ dających $\sin 2\beta > 0.4$. Ogólnie, żądanie, aby obszary $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ wyznaczone w oparciu o różne procesy były ze sobą zgodne, prowadzi do nałożenia ograniczeń na wielkości F^ε , F^d i F^s , a tym samym na modele „nowej fizyki”.

Pierwsze ograniczenie wynika z dopasowania wzoru (3.52) do wyniku eksperymentalnego na ΔM_s , który będzie znany w najbliższej przyszłości. Pozwala to na wyznaczenie $|1 + f_s|$ (lub $|F^s|$):

$$|1 + f_s| = 0.693 \left[\frac{2.38}{S_0(x_t)} \right] \left[\frac{276 \text{ MeV}}{\sqrt{\hat{B}_{B_s} F_{B_s}}} \right]^2 \left[\frac{0.55}{\eta_B} \right] \left[\frac{0.0415}{|V_{ts}|} \right]^2 \left[\frac{\Delta M_s}{14.4/\text{ps}} \right]. \quad (3.59)$$

Powyższa formuła wynika również z przyrównania R_t wyznaczonego wyłącznie w oparciu o ΔM_d (wzór (3.54)) i R_t wyznaczonego z $\Delta M_s/\Delta M_d$ (wzór (3.56)). Przeskanowanie powyższego wyniku po niepewnościach parametrów, włączając w to także λ i A z (3.3), oraz przyjęcie $|V_{ts}| \approx |V_{cb}|$ daje następujące ograniczenia

$$0.484 \left[\frac{\Delta M_s}{14.4/\text{ps}} \right] < |1 + f_s| < 1.035 \left[\frac{\Delta M_s}{14.4/\text{ps}} \right], \quad (3.60)$$

co przy obecnie znanej dolnej granicy wartości ΔM_s daje ⁴ $|1 + f_s| > 0.484$. Ograniczenie to jest całkowicie niezależne od niepewności $|V_{ub}/V_{cb}|$. Ponadto nie wymaga ono żadnych założeń na temat wkładów „nowej fizyki” do amplitudy mieszania K^0 - \bar{K}^0 . Tak więc wszystkie modele MFV które nie spełniają ograniczeń (3.60), są (lub będą) wykluczone. Jak pokażemy w rozdziale 8, właśnie to dolne ograniczenie na $|1 + f_s|$ może być naruszane w modelu supersymetrycznym z dużym $\tan \beta$.

Następnie, mamy ograniczenie na wartość R_t wynikające z unitarności macierzy CKM, a dokładniej z

$$1 - R_b < R_t < 1 + R_b, \quad (3.61)$$

co daje $0.55 < R_t < 1.45$. Wynikiem tym można posłużyć się do ograniczenia $1 + f_d$ lub R_{sd} , w zależności od tego, w jaki sposób wyznaczone jest R_t . W pierwszym przypadku mamy

$$0.198 < |1 + f_d| < 3.916, \quad (3.62)$$

natomiast w drugim

$$0.238 \left[\frac{\Delta M_s}{14.4/\text{ps}} \right] < |R_{sd}| < 2.285 \left[\frac{\Delta M_s}{14.4/\text{ps}} \right]. \quad (3.63)$$

⁴ To dolne ograniczenie pozostaje niemal bez zmiany, jeśli zamiast skanowania dodać błędy w kwadratach.

Lepsze ograniczenie R_{sd} (jeżeli wyznaczamy R_t z (3.56)) lub $|1 + f_d|$ (jeżeli wyznaczamy R_t z (3.54)) umożliwia uwzględnienie jeszcze jednej danej eksperymentalnej — $\sin 2\beta$, która to wielkość znana jest z pomiarów asymetrii $a_{\psi K_S}$. Korzystając ze wzoru

$$R_t = \cos \beta \mp \sqrt{R_b^2 - \sin^2 \beta}. \quad (3.64)$$

łatwo znaleźć, że zmieniając R_b i $\sin 2\beta$ w granicach 1σ danych przez (3.24) i (3.30) mamy

$$0.675 < R_t < 1.187, \quad (3.65)$$

co prowadzi do

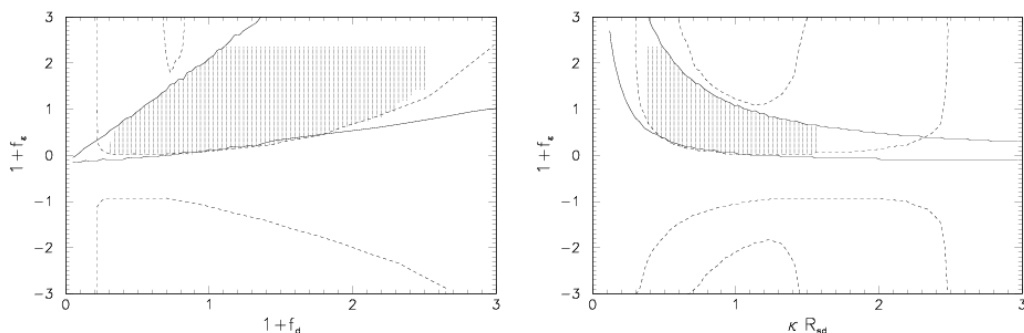
$$0.294 < |1 + f_d| < 2.638, \quad (3.66)$$

$$0.353 \left(\frac{\Delta M_s}{14.4} \right) < |R_{sd}| < 1.539 \left(\frac{\Delta M_s}{14.4} \right). \quad (3.67)$$

Dozwolony obszar w płaszczyźnie $(1 + f_\varepsilon, 1 + f_d)$ lub $(1 + f_\varepsilon, R_{sd})$ można otrzymać łącząc dane dotyczące mieszania mezonów $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ lub $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ oraz $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ z pomiarem parametru ε_K . W tym drugim przypadku, wobec tego, że jak dotąd znane jest tylko dolne doświadczalne ograniczenie na ΔM_s , dozwolony obszar w płaszczyźnie $(1 + f_\varepsilon, R_{sd})$ można otrzymać jedynie zakładając jakąś konkretną wartość ΔM_s . Ponieważ jednak R_{sd} i ΔM_s wchodzi w wyrażenie (3.56) w formie ilorazu, zamiast na płaszczyźnie $(1 + f_\varepsilon, R_{sd})$ przedstawimy obszar dozwolony na płaszczyźnie $(1 + f_\varepsilon, \kappa R_{sd})$, gdzie $\kappa = 28.6 / (\Delta M_s / \Delta M_d)$, co umożliwi wykorzystanie rysunku dla dowolnej potencjalnej wartości ΔM_s . Ograniczenia obszaru dozwolonego w płaszczyźnie $(1 + f_\varepsilon, 1 + f_d)$ lub $(1 + f_\varepsilon, \kappa R_{sd})$ otrzymuje się wyznaczając R_t z ΔM_d lub z $\Delta M_s / \Delta M_d$ skanując w granicach $\pm 1\sigma$ po niepewnościach czynników występujących we wzorach (3.54) i (3.56) i sprawdzając, czy dla danej wartości $(1 + f_\varepsilon)$ można dobrać $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ tak, by spełnić równości (3.9) i (3.53) uwzględniając tu także wszystkie niepewności w granicach $\pm 1\sigma$. Procedura ta daje tylko bardzo słabe dolne ograniczenie na $|1 + f_\varepsilon|$ dla $|1 + f_d| \gtrsim 1$. Można to łatwo wytłumaczyć następująco: ponieważ $(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2 \equiv R_t^2$, mamy zawsze:

$$|\bar{\eta}| < |\bar{\eta}|^{\max} < R_t \propto 1/\sqrt{|1 + f_d|}. \quad (3.68)$$

Jeśli $|1 + f_d|$ jest duże, to $\bar{\eta}$ tłumi wyrażenie stojące po prawej stronie wzoru (3.53) i aby odtworzyć eksperymentalną wartość $|\varepsilon_K|$, czynnik $|1 + f_\varepsilon|$ nie może być zbyt mały. Ograniczenie to znika, gdy $|1 + f_d|$ staje się takie, że $\bar{\eta}^{\max} A^2 P_c \gtrsim 0.187$. Z drugiej strony, dla danej wartości $|1 + f_d|$, czyli R_t , $\bar{\eta}$ może być dowolnie małe, co pozwala stłumić dowolnie dużą wartość $|1 + f_\varepsilon|$. ε_K i ΔM_d lub ΔM_d i ΔM_s same nie mogą więc dać żadnego górnego ograniczenia na $|1 + f_\varepsilon|$. Silniejsze ograniczenie uzyskuje się żądając dodatkowo spełnienia równości (3.8), tzn. zgodności z wyznaczanym R_b . Otrzymywane w ten sposób dozwolone obszary w płaszczyznach $(1 + f_\varepsilon, 1 + f_d)$ i $(1 + f_\varepsilon, R_{sd})$ przedstawione są na Rys.3.4a i b liniami przerywanymi (pionowe linie przerywane ograniczające obszar z lewej strony odpowiadają dolnemu ograniczeniu (3.63); górne ograniczenie (3.63) osiągnane



Rysunek 3.4: Dozwolone obszary w płaszczyźnie $(1 + f_\varepsilon, 1 + f_d)$ (rysunek a) oraz $1 + f_\varepsilon, \kappa R_{sd}$ (rysunek b), gdzie $\kappa = 28.6 / (\Delta M_s / \Delta M_d)$. Linie ciągłe odpowiadają ograniczeniom z $\Delta M_d, \varepsilon_K$ i $\sin 2\beta = 0.736 \pm 1\sigma$. Obszar zakropkowany odpowiada wartościom dozwolonym przez wyniki $\Delta M_d, \varepsilon_K$ i $\sin 2\beta = 0.736 \pm 1\sigma$ oraz R_b .

jest asymptotycznie dla dużych $1 + f_\varepsilon$). Jak widać, R_t, R_b i ε_K dopuszczają $1 + f_\varepsilon < 0$. Alternatywnie, zamiast R_b , można użyć $\sin 2\beta$ (spełnienie równości (3.11)), co daje obszary ograniczone na Rys.3.4a i b liniami ciągłymi. Wyznaczając ten obszar, ograniczyliśmy się dodatkowo do ⁵ kąta $\beta < \pi/2$, gdyż tylko $\beta < \pi/2$ może być zgodne z R_b ; mimo, iż nie używamy tu ograniczenia wynikającego z tej ostatniej wielkości (rozważając możliwość, że błąd $|V_{ub}/V_{cb}|$ jest znacznie większy niż w (3.23), to jednak nie ma powodu by zakładać, że jest on aż tak duży, by dopuszczać $\beta > \pi/2$). Przy takim ograniczeniu, jak widać z Rys.3.4 a i b, dopuszczalne są w zasadzie tylko dodatnie wartości $1 + f_\varepsilon$. Obszary dozwolone jednocześnie przez ε_K, R_t, R_b i $\sin 2\beta$ są na Rys.3.4a i b zakropkowane. Nie są one prostym przecięciem obszarów dozwolonych przez $(\varepsilon_K, R_t, R_b)$ i $(\varepsilon_K, R_t, \sin 2\beta)$ osobno, gdyż wartości $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ wyznaczone przez warunek zgodności przewidywania z pierwszym zbiorem obserwacji mogą być sprzeczne z wartościami wymaganymi przez zgodność z drugim zbiorem.

Z Rys.3.4a i b można też odczytać ograniczenia na $1 + f_\varepsilon = 1 + f_d = 1 + f_s \equiv 1 + f$ obowiązujące w modelach MFV typu Modelu Standardowego. Rysunek 3.4 a pokazuje, że w modelach tych unitarność macierzy CKM wymaga, by $0 \lesssim 1 + f_\varepsilon \lesssim 2.5$. Ograniczenia z Rys.3.4b zależą silnie od $\kappa \equiv 28.6 / (\Delta M_s / \Delta M_d)$. Ponieważ różnica mas ΔM_s jest doświadczalnie ograniczona tylko od dołu, czynnik κR_{sd} może wciąż przyjmować dowolnie małe wartości, nawet dla $R_{sd} = 1$. Rys.3.4b nie narzuca więc na razie żadnego dodatkowego ograniczenia na $1 + f_\varepsilon$. Jeśli jednak zmierzona wartość ΔM_s okaże się (tak jak się oczekuje) mniejsza niż 18/ps, wówczas dla $1 + f_d = 1 + f_s$ czynnik $\kappa R_{sd} = \kappa$ będzie większy niż 0.8 i rysunek 3.4b narzuci na modele MFV typu Modelu Standardowego ograniczenie $1 + f \lesssim 1.4$ ($\lesssim 1.1$ dla $\Delta M_s = 14.4$ /ps), co, jak zobaczymy w rozdziale 5, może mieć znaczenie dla MSSM z małym $\tan \beta$ i lekkimi cząstkami supersymetrycznymi. Jednakże, jak łatwo sprawdzić, silniejsze ograniczenie

⁵ $\sin 2\beta = a_{\psi K_s}$ wyznacza cztery różne obszary kąta β .

uzyskuje się wtedy bezpośrednio z warunku (3.60): $1 + f < 1.29$. W istocie, łatwo się przekonać, że w modelach MFV typu Modelu Standardowego ograniczenie (3.60), jeśli tylko $\Delta M_s < 34.8/\text{ps}$, daje zawsze silniejsze górne ograniczenie na $1 + f$, niż Rys.3.4b. Rysunek ten zachowuje jednak swoją przydatność w bardziej ogólnej klasie modeli MFV, w których $R_{sd} \neq 1$.

3.4 Rozróżnianie między ogólnym modelem MFV a modelem MFV typu Modelu Standardowego.

Na zakończenie niniejszego rozdziału wspomnimy krótko najprostsze sposoby pozwalające na podstawie danych doświadczalnych odróżnić ogólny model MFV od modelu MFV typu Modelu Standardowego [9]. Oczywiście pełnej informacji o tym, czy równość $1 + f_\varepsilon = 1 + f_d = 1 + f_s$ jest zgodna z danymi doświadczalnymi, może dostarczyć tylko kompletny fit do wszystkich danych. Warto jednak wskazać obserwable, które mogłyby mieć statystycznie decydujący wpływ na wyznaczanie wartości $R_{sd} = |1 + f_s|/|1 + f_d|$ z takiego fitu.

Najprostszy sposób sprawdzenia, czy $R_{sd} = 1$ czy $\neq 1$ polega na badaniu relacji między R_t , R_b oraz $\sin 2\beta$: dla danej wartości $|V_{ub}/V_{cb}|$ i $\Delta M_s/\Delta M_d$ można wyznaczyć R_b i R_t odpowiednio ze wzorów (3.8) i (3.56). Znajomość R_b i R_t pozwala wyznaczyć $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$

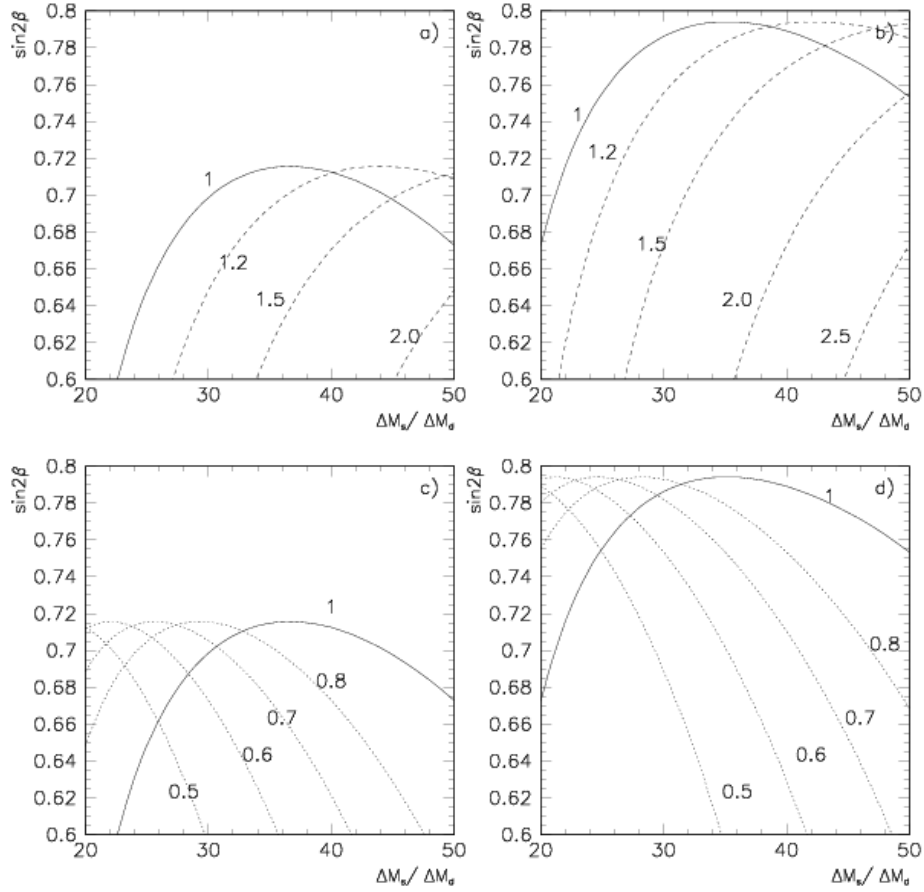
$$\bar{\rho} = \frac{1}{2}(1 + R_b^2 - R_t^2), \quad \bar{\eta} = \sqrt{R_b^2 - \bar{\rho}^2}, \quad (3.69)$$

a zatem także $\sin 2\beta$,

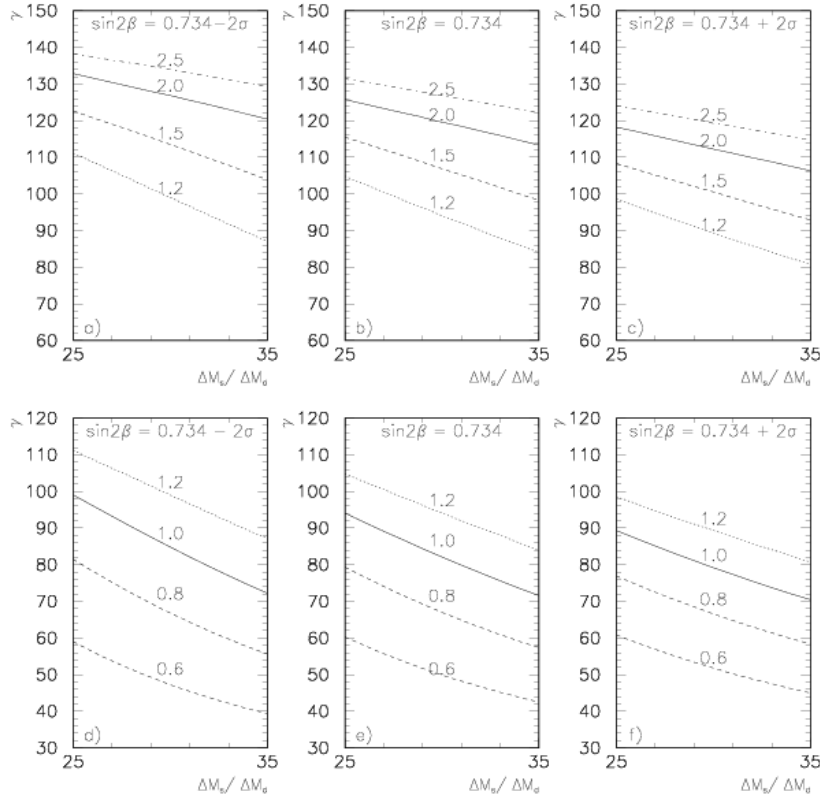
$$\sin 2\beta = \frac{2\bar{\eta}(1 - \bar{\rho})}{R_t^2}. \quad (3.70)$$

Powyższy związek między wartością $\sin 2\beta$ i $\Delta M_s/\Delta M_d$ zależy oczywiście od wartości R_{sd} . Pomiar ΔM_s oraz znajomość $\sin 2\beta$ powinny więc w zasadzie umożliwić stwierdzenie, czy $R_{sd} \neq 1$. Jednakże z Rys.3.5 pokazującego $\sin 2\beta$ w funkcji $\Delta M_s/\Delta M_d$ dla różnych R_{sd} (i różnych R_b) wynika, że odróżnienie modeli MFV typu Modelu Standardowego od bardziej ogólnych modeli na podstawie związku $\sin 2\beta$ z ΔM_s może być trudne lub wręcz niemożliwe, jeśli wartości ξ (lub $\sqrt{\hat{B}_{B_d} F_{B_d}}$) i $|V_{ub}/V_{cb}|$ nie będą znane z większą niż obecnie dokładnością, gdyż linie odpowiadające różnym wartościom R_{sd} nie są dostatecznie rozdzielone (rysunki wykonane są dla ustalonych ξ i $|V_{ub}/V_{cb}|$). Bardziej obiecującą metodą może być pomiar kąta γ . Łatwo bowiem zauważyć, że małe (dużymi) wartościami R_{sd} są jednoznacznie skorelowane z małymi (duże) wartości kątą oznaczonego na Rys.3.1 przez γ . Znając dla danej wartości R_{sd} parametr R_t (co wymaga pomiaru ΔM_s) oraz $\sin 2\beta$ można kąt γ wyznaczyć ze wzoru

$$\cot \gamma = \frac{1 - R_t \cos \beta}{R_t \sin \beta}. \quad (3.71)$$



Rysunek 3.5: $\sin 2\beta$ w funkcji $\Delta M_s / \Delta M_d$ dla $|V_{ub}/V_{cb}| = 0.0892$ (rysunek a i c) i $|V_{ub}/V_{cb}| = 0.099$ (rysunek b i d) oraz różnych wartości R_{sd} . Dla $|V_{ub}/V_{cb}| = 0.0843$ zawsze otrzymujemy $\sin 2\beta$ poniżej obecnej granicy doświadczalnej.



Rysunek 3.6: Kąt γ w funkcji $\Delta M_s/\Delta M_d$ dla wartości $\sin 2\beta = 0.734 \pm 2\sigma$.

Zależność kąta γ od ΔM_s dla różnych wartości $\sin 2\beta$ oraz R_{sd} pokazana jest na Rys.3.6. Widać wyraźnie, że rozróżnienie między modelami MFV typu Modelu Standardowego ($R_{sd} = 1$) i innymi jest tu bardzo czytelne dla wszystkich możliwych wartości ΔM_s . Rozróżnienie takie będzie jednak możliwe pod warunkiem, że kąt γ zostanie wyznaczony z pomiarów rozpadów $B_d \rightarrow \pi K$, $B_d \rightarrow \pi\pi$ i rozpadów B_s . Jest to trudne [25, 43], ale powinno być możliwe w LHCb. Ponieważ strategia ta opiera się głównie na wielkościach $a_{\psi K_S}$ i $\Delta M_s/\Delta M_d$, które będą zmierzone bardzo dokładnie w nadchodzących latach (dużo dokładniej niż możliwa do otrzymania wartość $\left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right|$), powinna ona odegrać ważną rolę w odróżnieniu „nowej fizyki” MFV typu Modelu Standardowego od bardziej ogólnych możliwości.

Rozdział 4

Supersymetria

Jak zostało to wyjaśnione we Wstępie, jednym z najważniejszych teoretycznych problemów Modelu Standardowego jest tzw. problem hierarchii. Wprowadzenie pola skalarnego (dubletu Higgsa) do teorii stawia pod znakiem zapytania stabilność skali elektroślabej ze względu na poprawki kwantowe. Poprawki pętlowe do parametru masowego m_H^2 potencjału pola Higgsa prowadzą bowiem do wyrażeń kwadratowo rozbieżnych, proporcjonalnych do kwadratu skali obcięcia Λ . Jeżeli Model Standardowy rozpatruje się jako samoistną teorię, wówczas m_H^2 jest wolnym parametrem. Można go zawsze przededefiniować (zrenormalizować) tak, aby duże poprawki rzędu Λ^2 były wciągnięte w zrenormalizowany parametr kwadratu masy pola Higgsa m_H^2 . Jeśli jednak rozpatruje się Model Standardowy jako część teorii bardziej podstawowej, wówczas występowanie poprawek proporcjonalnych do Λ^2 w Modelu Standardowym traktowanym jako teoria efektywna świadczy o tym, iż przy wyrażeniu jej parametru m_H^2 przez parametry teorii bardziej podstawowej, naturalną wielkością m_H^2 będzie M^2 , gdzie M jest charakterystyczną skalą masową teorii bardziej podstawowej. W teorii Wielkiej Unifikacji rolę M gra skala GUT $\sim 10^{15-16}$ GeV, a w kwantowej teorii grawitacji oraz w teorii strun skala Plancka M_{Pl} . Otrzymanie m_H^2 rzędu G_F^{-1} wymaga wtedy nienaturalnie dokładnego dopasowania parametrów teorii bardziej podstawowej, które, same będąc rzędu M^2 , muszą się wzajemnie skracać z olbrzymią dokładnością aby dać $m_H^2 \sim G_F^{-1}$. Rozwiązaniem problemu ogromnych poprawek kwadratowych do masy bozonu Higgsa byłoby ich kasowanie się zapewnione przez strukturę teorii. Model Standardowy nie ma jednak wbudowanego żadnego mechanizmu skracania się rozbieżności kwadratowych.

Rozwiązaniem zapewniającym systematyczne kasowanie się kwadratowych rozbieżności poprawek do parametru masowego potencjału pól Higgsa jest supersymetria. Jak wiadomo, poprawki pętlowe do parametrów masowych pól fermionowych nie są proporcjonalne do Λ , bo w granicy zerowych mas fermionów ($m_f = 0$) występuje dodatkowa symetria chiralna, którą by takie poprawki łamały. Supersymetria rozwiązuje problem hierarchii rozciągając działanie symetrii chiralnej na pola skalarne. Łączy ona bowiem w multiplety fermiony i bozony (działanie ładunku Noether supersymetrii przeprowadza

stany bozonowe w fermionowe i na odwrót). Podwaja to liczbę cząstek: wszystkim cząstkom z Modelu Standardowego odpowiadają cząstki o tych samych liczbach kwantowych względem grupy cechowania i tych samych masach, ale różniące się spinem o $\frac{1}{2}$. Każdemu fermionowi Weyla odpowiada jedno zespolone pole skalarne, a każdemu polu cechowania V_μ odpowiada jedno pole Majorany¹. Cząstki skalarne odpowiadające fermionom materii nazywane są sfermionami. Wyróżnia się wśród nich skwarki (odpowiadające kwarkom) i sleptony (odpowiadające leptonom). Pola fermionowe będące partnerami pól cechowania i pól Higgsa nazywa się odpowiednio fermionami cechowania (gauginami) i higgsinami.

Od strony „technicznej” skracanie się rozbieżności kwadratowych w supersymetrii realizuje się w następujący sposób. Obliczenie jednopętlowych poprawek do parametrów masowych potencjału pól Higgsa pochodzących ze sprzężeń Yukawy prowadzi do wyrażeń zawierających części rozbieżne kwadratowo i logarytmicznie. Wprowadzane przez supersymetrię dodatkowe pola skalarne — superpartnerzy pól fermionowych z Modelu Standardowego — również sprzęgają się do pola Higgsa. Sprzężenia takie mają postać sprzężenia czteroskalarnego (w odróżnieniu od fermionowych sprzężeń Yukawy). Generują one również jednopętlowe kwadratowo rozbieżne poprawki do parametru masowego potencjału pól Higgsa, ale, z uwagi na przeciwną statystykę pól skalarnych, znak tych poprawek jest przeciwny niż tych generowanych przez fermiony. Jeżeli stałe sprzężenia fermionów i skalarów do bozonu Higgsa są odpowiednio dobrane (co właśnie zapewnia supersymetria), to wówczas części poprawek rozbieżne kwadratowo kasują się. Podobnie kwadratowe rozbieżności pochodzące od pętli bozonów cechowania skracają się z rozbieżnościami kwadratowymi generowanymi przez pętle z fermionami cechowania. Co więcej, supersymetria zapewnia kasowanie się rozbieżności we wszystkich rzędach rachunku zaburzeń, a zatem zapewnia „stabilność” parametru masowego potencjału Higgsa.

Supersymetria nie może być ścisłą symetrią przyrody, gdyż przewidywane przez nią cząstki — superpartnerzy cząstek opisywanych przez Model Standardowy — nie zostały zaobserwowane jeszcze w żadnym doświadczeniu. Fakt ten można wytłumaczyć przyjmując, że supersymetria jest symetrią złamaną, w wyniku czego masy cząstek supersymetrycznych są znacznie większe od mas odpowiadających im znanych cząstek. Spontaniczne naruszenie supersymetrii przy skali niewiele wyższej niż skala elektroślaba prowadzi do trudności fenomenologicznych (konieczność istnienia tzw. fermionu Goldstona). Jednakże dla opisanego powyżej mechanizmu kasowania się wkładów rzędu Λ^2 istotna jest jedynie taka sama liczba stopni swobody fermionów i bozonów, oraz związki między odpowiednimi sprzężeniami. Same masy fermionów cechowania oraz masy sfermionów materii nie mają wpływu na kasowanie się rozbieżności proporcjonalnych do Λ^2 [44]. Obserwacja ta jest podstawą tzw. miękkiego łamania supersymetrii w teorii supersymetrycznej rozszerzającej Model Standardowy. Polega ono na dopisaniu do ściśle supersymetrycznego lagranżjanu dodatkowych wyrazów masowych sfermionów i fermio-

¹Ścisłe rzecz biorąc, zależy to od multipletu: na przykład przy ścisłej supersymetrii ale złamanej symetrii cechowania masywne multiplety tworzą cząstki opisywane polami V_μ , Ψ , A : razem 3+1 stanów bozonowych i 4 stany fermionowe (fermion i antyfermion).

nów cechowania oraz trójliniowych sprzężeń pól skalarnych. Okazuje się, że tak wprowadzone fenomenologicznie miękkie łamanie supersymetrii można otrzymać w wyniku spontanicznego łamania supersymetrii zachodzącego w lokalnej teorii supersymetrycznej — tzw. supergrawitacji [45, 46].

Jeżeli wprowadzi się miękkie łamanie supersymetrii, tzn. dodatkowe masy sfermionów i fermionów cechowania rzędu M , to wówczas poprawki do m_H^2 będą rzędu M^2 . Aby więc poprawki pętlowe do parametru masowego potencjału Higgosa nie destabilizowały skali elektroslabej, masy cząstek supersymetrycznych nie mogą być większe niż $\mathcal{O}(1\text{TeV})$. Oznacza to, że jeśli supersymetria ma rozwiązywać problem hierarchii, Model Standardowy powinien być zastąpiony przez teorię supersymetryczną dla energii nie wyższych niż $\mathcal{O}(1\text{TeV})$.

Istnieje wiele argumentów przemawiających za supersymetrią. Przede wszystkim, jak się wydaje, sama supersymetria (realizowana w formie superstrun) jest nieodzowna dla spójnego kwantowego opisu grawitacji. Po drugie jest to jedna z niewielu² teorii stabilizujących wartość średniej próżniowej łamiącej symetrię cechowania $SU(2) \times U(1)$. Dobranie parametrów modelu supersymetrycznego mogących w naturalny sposób pozostawać w zgodzie ze wszystkimi dotychczasowymi danymi eksperymentalnymi w taki sposób, aby spełnione były ograniczenia nałożone przez precyzyjne pomiary LEP-u nie przedstawia trudności [49, 50].

Jedną z podstawowych konsekwencji supersymetrycznego rozszerzenia Modelu Standardowego jest przewidywanie, iż jeden neutralny bozon Higgosa powinien być lekki, tj. mieć masę $\lesssim \mathcal{O}(150)$ GeV. Najciekawsze jednak konsekwencje supersymetrii wiążą się ze strukturą zapachową takiej teorii. Znalezienie i zbadanie niektórych konsekwencji supersymetrii prowadzących do przewidywań dla procesów rzadkich znacznie różniących się od przewidywań Modelu Standardowego jest właśnie celem tej pracy.

W niniejszym rozdziale zostanie pokrótce przypomniana struktura minimalnego supersymetrycznego rozszerzenia Modelu Standardowego, tzw. MSSM. Następnie zostaną wskazane źródła prądów neutralnych zmieniających zapach w tym modelu. Szczególny nacisk zostanie położony na fakt istnienia w supersymetrii skalarnych FCNC, które będą głównym tematem następnych rozdziałów pracy.

4.1 Ogólna struktura MSSM

Ścisłe supersymetryczny lagranżjan teorii z cechowaniem jest jednoznacznie wyznaczany przez grupę cechowania, zestaw pól i tzw. superpotencjał — holomorficzną funkcję pól skalarnych (holomorficzność oznacza w tym wypadku, że superpotencjał może zależeć tylko od danego pola ale nie od jego sprzężenia zespolonego [46, 51, 52]). W przypadku supersymetrycznego rozszerzenia Modelu Standardowego grupą cechowania jest

² Popularne ostatnio teorie typu „mały Higgs” [47, 48] stabilizują m_H^2 jedynie w jednej pętli. Wyższe poprawki są w tych teoriach kwadratowo rozbieżne i dlatego teorie te jedynie „odsuwają” problem hierarchii do wyższych skal, rzędu od kilku do kilkudziesięciu TeV.

$SU(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$, a w skład pól materii wchodzi pola kwarków i leptonów (te same, które zostały zdefiniowane w rozdziale 2) oraz zespolone pola skalarne będące ich supersymetrycznymi partnerami. W teorii renormalizowalnej superpotencjał jest funkcją wielomianową pól skalarnych stopnia nie wyższego niż trzeci. Ponieważ determinuje on także sprzężenia Yukawy, musi w rozszerzeniu Modelu Standardowego składać się z wyrazów [53, 45, 16]

$$\mathcal{W} = \varepsilon_{ij} \hat{H}_i^d \hat{E}_B^c \mathbf{Y}_e^{BA} \hat{L}_{Aj} + \varepsilon_{ij} \hat{H}_i^d \hat{D}_B^c \mathbf{Y}_d^{BA} \hat{Q}_{Aj} + \varepsilon_{ij} \hat{H}_i^u \hat{U}_B^c \mathbf{Y}_u^{BA} \hat{Q}_{Aj} + \dots \quad (4.1)$$

gdzie daszki nad symbolami oznaczają superpola. Holomorficzność superpotencjału wymusza istnienie w teorii co najmniej dwóch dubletów pól Higgosa (patrz wzór (2.5), w którym występują pola H i H^*), jeśli masy wszystkich kwarków i leptonów mają pochodzić ze spontanicznego łamania symetrii elektroslabej. Najmniejsza możliwa liczba pól Higgosa (oraz ich partnerów — higgsin) to zatem dwa. Ponieważ każde pole skalarne ma do pary chiralny fermion (tzw. higgsino), kasowanie anomalii trójkątnej [15] wymaga istnienia parzystej liczby takich fermionów, czyli również dubletów pól Higgosa. Minimalny sektor Higgosa w supersymetrii zawiera więc dwa dublety. Wówczas istnieje tylko jeden wyraz ³, który można dodać do (4.1) — jest to człon $\mu \hat{H}^d \hat{H}^u$. Najogólniejsza możliwa postać superpotencjału tzw. minimalnego supersymetrycznego rozszerzenia Modelu Standardowego (MSSM) zachowująca niezmienniczość cechowania oraz nie naruszająca praw zachowania z Modelu Standardowego ma zatem postać

$$\mathcal{W} = \varepsilon_{ij} \hat{H}_i^d \hat{E}_B^c \mathbf{Y}_e^{BA} \hat{L}_{Aj} + \varepsilon_{ij} \hat{H}_i^d \hat{D}_B^c \mathbf{Y}_d^{BA} \hat{Q}_{Aj} + \varepsilon_{ij} \hat{H}_i^u \hat{U}_B^c \mathbf{Y}_u^{BA} \hat{Q}_{Aj} + \mu \varepsilon_{ij} \hat{H}_i^d \hat{H}_j^u. \quad (4.2)$$

Oprócz części niezmienniczej ze względu na supersymetrię, lagranżjan musi zawierać też część miękko ją łamiącą. W Minimalnym Supersymetrycznym Modelu Standardowym część ta składa się z mas fermionów cechowania, mas skalarów (sfermionów i bozonów Higgosa) i trójliniowych sprzężeń pól skalarnych:

$$L_{soft} = L_{soft}^{gaug} + L_{soft}^{skalar} + L_{soft}^{Yuk}. \quad (4.3)$$

W powyższym wzorze

$$L_{soft}^{gaug} = \frac{1}{2} \left[M_1 \tilde{B} \tilde{B} + M_2 \tilde{W}^a \tilde{W}^a + M_3 \tilde{G}^A \tilde{G}^A + H.c. \right], \quad (4.4)$$

gdzie \tilde{B} i \tilde{W}^a , \tilde{G}^A oznaczają pola fermionów cechowania odpowiadających grupom $U_Y(1)$, $SU_L(2)$ i $SU(3)$. Miękko łamiące supersymetrię masy pól skalarnych opisane są lagranżjanem

$$\begin{aligned} L_{soft}^{skalar} = & -Q^{A\dagger} (m_Q^2)^{AB} Q^B - U^{cA\dagger} (m_U^2)^{AB} U^{cB} - D^{cA\dagger} (m_D^2)^{AB} D^{cB} \\ & - L^{A\dagger} (m_L^2)^{AB} L^B - E^{cA\dagger} (m_E^2)^{AB} E^{cB} \\ & + m_3^2 \varepsilon_{ij} (H_i^d H_j^u + h.c.) - m_{H^u}^2 H^{u\dagger} H^u - m_{H^d}^2 H^{d\dagger} H^d. \end{aligned} \quad (4.5)$$

³ Zakładamy tu milcząco zachowanie tzw. parzystości R , która eliminuje wyrazy $\hat{E}^c \hat{L} \hat{L}$, $\hat{D}^c \hat{Q} \hat{Q}$, $\hat{D}^c \hat{D}^c \hat{U}^c$, prowadzące do niezachowania liczby leptonowej i barionowej.

w którym macierze $m_{U,D,E,Q,L}^2$ są hermitowskie. Trójliniowe sprzężenia mają postać

$$L_{soft}^{Yuk} = \varepsilon_{ij} H_i^u U^{cA} A_U^{AB} Q^{Bj} + \varepsilon_{ij} H_i^d D^{cA} A_D^{AB} Q^{Bj} + \varepsilon_{ij} H_i^d E^{cA} A_E^{AB} L^{Bj} + H.c. \quad (4.6)$$

gdzie $A_{U,D,E}$ są dowolnymi macierzami zespolonymi 3×3 .

Złamanie symetrii $SU(2) \times U(1)$ realizowane jest poprzez wybór następujących średnich próżniowych dwu dubletów pól Higgosa

$$\langle H^u \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v_u}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad \langle H^d \rangle = \begin{bmatrix} \frac{v_d}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_u/v_d \equiv \tan \beta. \quad (4.7)$$

Stosunek średnich próżniowych oznaczany jako $\tan \beta$ jest jednym z kluczowych parametrów MSSM (w ogólności wszystkich modeli dwudubletowych).

Obroty pól kwarkowych i leptonowych są takie same jak w Modelu Standardowym (wzór (2.9)), stąd też sprzężenia kwarków z bozonami cechowania W^\pm zawierają macierz CKM i są takie same jak w Modelu Standardowym. Również sprzężenia kwarków do neutralnych bozonów cechowania są takie same jak w Modelu Standardowym. Natomiast sprzężenia Yukawy bozonów Higgosa do fermionów są w MSSM inne niż w Modelu Standardowym, gdyż pojawia się w nich czynnik $\tan \beta$. Ponieważ wartości własne y_d i y_u macierzy \mathbf{Y}_d i \mathbf{Y}_u wiążą się z masami kwarków wzorami

$$y_{d_I} = -\frac{\sqrt{2}m_{d_I}}{v_d} = -\frac{e}{\sqrt{2}s_W} \frac{m_{d_I}}{M_W} \sqrt{1 + \tan^2 \beta}, \quad (4.8)$$

$$y_{u_I} = \frac{\sqrt{2}m_{u_I}}{v_u} = \frac{e}{\sqrt{2}s_W} \frac{m_{u_I}}{M_W} \sqrt{1 + \cot^2 \beta},$$

dla $\tan \beta \gg 1$, wzmocnieniu w stosunku do Modelu Standardowego ulegają sprzężenia neutralnych skalarów Higgosa oraz pseudoskalara A^0 do leptonów i kwarków typu dolnego. Ponadto wzmocnieniu przez czynnik $\tan \beta$ ulega sprzężenie do naładowanego bozonu Higgosa H^+ anihilowanego w wierzchołku prawochiralnego kwarku dolnego. Dla dużych wartości $\tan \beta$, $\tan \beta \sim 50$, sprzężenia te będą więc źródłem dużych wkładów do amplitud niektórych procesów, w których uczestniczą kwarki b . Warto tu podkreślić, że $\tan \beta$ nie może przyjmować dowolnie dużych wartości: jeżeli stałe Yukawy mają być perturbacyjne do skali wielkiej unifikacji $M_{GUT} \sim 10^{16}$ GeV, to $\tan \beta \lesssim 55 - 60$, jeśli zaś ograniczyć stosowalność ogólnego modelu z dwoma dubletami (MSSM lub 2HDM) do skali \mathcal{O} (TeV), to $\tan \beta \lesssim 100$.

Lagranżjan MSSM otrzymany po odpowiednim przesunięciu pól Higgosa jest dość skomplikowany. W najogólniejszej postaci został on podany w pracy [16], gdzie zebrane są także wszystkie wynikające z niego reguły Feynmana. Kompletnie sprzężenia są wbudowane w bibliotekę programów fortranowskich wykorzystywanych przy rachunkach przedstawionych w dalszej części pracy.

4.1.1 Sektor Higgsa

W MSSM oprócz bozonów Goldstona G^\pm i G^0 występuje pięć fizycznych pól skalarnych — stanów własnych masy: h^0 , H^0 ($CP = +1$), A^0 ($CP = -1$) oraz H^\pm , których związek z wyjściowymi dubletami pól Higgsa jest taki sam, jak we wzorach (2.6) W zwartej notacji wprowadzonej w pracy [16] $H_i^0 \equiv (H^0, h^0)$, $H_i^+ \equiv (H^+, G^+)$, wzory te przyjmują postać

$$H_1^d = \frac{v_d}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(Z_R^{1i} H_i^0 + i Z_H^{1i} H_{i+2}^0 \right), \quad H_2^{(d)} = Z_H^{1k} H_k^-, \quad (4.9)$$

$$H_2^u = \frac{v_u}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(Z_R^{2k} H_k^0 + i Z_H^{2k} H_{k+2}^0 \right), \quad H_1^{(u)} = Z_H^{2k} H_k^+, \quad (4.10)$$

która definiuje macierze Z_R , Z_H :

$$Z_R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad Z_H = \begin{bmatrix} \sin \beta & -\cos \beta \\ \cos \beta & \sin \beta \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Cały sektor pól Higgsa MSSM sparametryzować można przy użyciu dwóch parametrów: M_{H^+} (lub M_{A^0}) i $\tan \beta$. Na poziomie drzewowym spełnione są następujące relacje [54]:

$$M_{A^0}^2 + M_W^2 = M_{H^+}^2, \quad M_{h^0}^2 < M_Z^2 \cos^2 2\beta \quad (4.12)$$

Pierwsza z tych relacji sprawia, że gdy $M_A \gg M_W$ to $M_{H^+} \approx M_A$. Druga jest silnie łamana przez poprawki pętlowe [55, 56, 57, 58, 59]. Ponadto, dla dużego $\tan \beta$ w MSSM można zastosować następujące przybliżenia [54]:

$$\sin^2 \alpha \approx 1 \quad M_{h^0}^2 \approx M_{A^0}^2 \quad \text{dla} \quad M_{A^0}^2 < M_{Z^0}^2, \quad (4.13)$$

$$\cos^2 \alpha \approx 1 \quad M_{H^0}^2 \approx M_{A^0}^2 \quad \text{dla} \quad M_{A^0}^2 > M_{Z^0}^2, \quad (4.14)$$

z których będziemy korzystali w dalszej części pracy.

4.1.2 Sektor chargin, neutralin i gluin

Po złamaniu symetrii cechowania cząstki będące supersymetrycznymi partnerami dubletów Higgsa i bozonów cechowania, czyli higgsina i elektroślabe fermiony cechowania mające ten sam ładunek elektryczny, mogą się mieszać. Neutralne higgsina i neutralne fermiony cechowania tworzą cztery neutralne fermiony Majorany będące stanami własnymi masy, zwane neutralinami. Podobnie naładowane higgsina i naładowane fermiony cechowania tworzą dwa fermiony Diraca o ładunkach ± 1 zwane charginami. Kompletne wzory opisujące sektor chargin, neutralin i gluin podane są w [16]. Stany własne masy chargin są związane z wyjściowymi polami cechowania przez dwie macierze unitarne Z_+ i Z_- wymiaru 2×2 . Masy chargin dane są przez

$$m_{C_1}^2, m_{C_2}^2 = \frac{1}{2} \left[|M_2|^2 + |\mu|^2 + 2M_W^2 \mp \sqrt{(|M_2|^2 + |\mu|^2 + 2M_W^2)^2 - 4|\mu M_2 - M_W^2 \sin 2\beta|^2} \right]. \quad (4.15)$$

Zależą one od trzech parametrów. Wygodnie jest czasem [49] posługiwać się jako parametrami $\tan \beta$, masą m_{C_1} lżejszego z chargin i $r \equiv \frac{M_2}{\mu}$. Dla $|r| \ll 1$ lżejsze chargino C_1 jest prawie czystym fermionem cechowania, a dla $|r| \gg 1$ prawie czystym higgsinem. Jeśli parametr masowy fermionów cechowania M_2 jest znacznie większy niż $|\mu|$ i M_W , masy chargin przyjmują prostą postać:

$$m_{C_1} = |\mu| \left(1 - \frac{M_W^2}{M_2^2} + \dots \right), \quad m_{C_2} = M_2 \left(1 + \frac{M_W^2}{M_2^2} + \dots \right). \quad (4.16)$$

Neutralina o dobrze określonych masach są związane z neutralnymi składowymi higgsin i fermionów cechowania przez unitarną macierz Z_N wymiaru 4×4 diagonalizującą zależną od M_1 , M_2 , μ i $\tan \beta$ macierz ich masy.

Gluina są fermionami cechowania, które nie mogą mieszać się z żadnymi innymi polami w MSSM, ponieważ niosą ładunek kolorowy. Osiem gluin to jednocześnie osiem stanów własnych masy. Masa gluin pochodzi w całości z wyrazów (4.3) miękko łamiących supersymetrię — jest więc wolnym parametrem teorii. Zazwyczaj czyni się też założenie, że razem ze stałymi sprzężenia g_3 , g_2 i $g_1 = \sqrt{5/3}g_1$ przy skali GUT unifikują się też masy M_3 , M_2 i M_1 . Powoduje to, że przy skali elektrosłabej $M_3 : M_2 : M_1 \approx 7 : 2 : 1$.

Przy rachunkach numerycznych, przedstawianych w dalszej części pracy, będziemy narzucać te relacje, aby ograniczyć liczbę wolnych parametrów modelu.

4.1.3 Sektor skwarków

Kolejnym ważnym sektorem MSSM jest sektor skwarków. Ponieważ wyrazy masowe (4.5) są w ogólności niediagonalne, skwarki tego samego typu ale różnych generacji mieszają się między sobą. Ponadto, gdy złamana zostaje symetria elektrosłaba, trójliniowe sprzężenia skalarów (4.6) prowadzą do mieszania sfermionów będących partnerami lewoskrętnych i prawoskrętnych kwarków (w ogólności także z różnych generacji). W efekcie powstają macierze mas wymiaru 6×6 mieszające wszystkie skwarki o takim samym ładunku elektrycznym.

$$\mathcal{M}_U^2 = \begin{bmatrix} (M_U^2)_{LL} & (M_U^2)_{LR} \\ (M_U^2)_{RL} & (M_U^2)_{RR} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{M}_D^2 = \begin{bmatrix} (M_D^2)_{LL} & (M_D^2)_{LR} \\ (M_D^2)_{RL} & (M_D^2)_{RR} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Obracając pola skwarków tak samo jak pola odpowiednich kwarków (wzór (2.9)) uzyskuje się macierze mas sfermionów w tzw. bazie super KM. Mają one wówczas postać [16]:

$$\mathcal{M}_U^2 = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_L^\dagger m_Q^2 \mathbf{U}_L + m_u^2 + D_L^u & -m_u \mu \cot \beta - \frac{v_u}{\sqrt{2}} (\mathbf{U}_R^\dagger A_U \mathbf{U}_L)^\star \\ -m_u \mu^\star \cot \beta - \frac{v_u}{\sqrt{2}} (\mathbf{U}_R^\dagger A_U \mathbf{U}_L)^T & \mathbf{U}_R^\dagger (m_U^2)^T \mathbf{U}_R + m_u^2 + D_R^u \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\mathcal{M}_D^2 = \begin{bmatrix} (\mathbf{D}_L^\dagger m_Q^2 \mathbf{D}_L)^T + m_d^2 + D_L^d & -m_d \mu^\star \tan \beta + \frac{v_d}{\sqrt{2}} \mathbf{D}_R^\dagger A_D \mathbf{D}_L \\ -m_d \mu \tan \beta + \frac{v_d}{\sqrt{2}} \mathbf{D}_L^\dagger A_D \mathbf{D}_R & \mathbf{D}_R^T m_D^2 \mathbf{D}_R^\star + m_d^2 + D_R^d \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

gdzie $D_{L,R}^{u,d}$ są czynnikiem proporcjonalnymi do macierzy jednostkowej 3×3 [16], zaś m_u oraz m_d — diagonalnymi macierzami mas kwarków (nie wprowadzającymi mieszania między generacjami). Hermitowskie macierze $U_L^\dagger m_Q^2 U_L$, $U_R^\dagger (m_U^2)^T U_R$ oraz $D_L^\dagger m_Q^2 D_L$, $D_R^\dagger m_D^2 D_R^*$, a także zespolone macierze $U_R^\dagger A_U U_L$ i $D_R^\dagger A_D D_L$ mogą być w ogólności nie-diagonalne w zapachach i prowadzi w ten sposób do pojawiania się prądów neutralnych zmieniających zapach (patrz następny podrozdział).

Drugim krokiem w procesie diagonalizacji jest podziałanie na $\mathcal{M}_{\bar{U},\bar{D}}^2$ transformacjami unitarnymi

$$(\mathcal{M}_{\bar{U}}^2)_{diag} = Z_U^\dagger \mathcal{M}_{\bar{U}}^2 Z_U \quad (\mathcal{M}_{\bar{D}}^2)_{diag} = Z_D^\dagger \mathcal{M}_{\bar{D}}^2 Z_D \quad (4.20)$$

gdzie $Z_{D,U}$ są macierzami unitarnymi 6×6 . Mieszanie generacji pojawia się wówczas za pośrednictwem macierzy Z_U i Z_D w wierzchołkach oddziaływania takich jak np. kwark-skward-gluino itp.

Podobne wzory obowiązują w sektorze sleptonów [16].

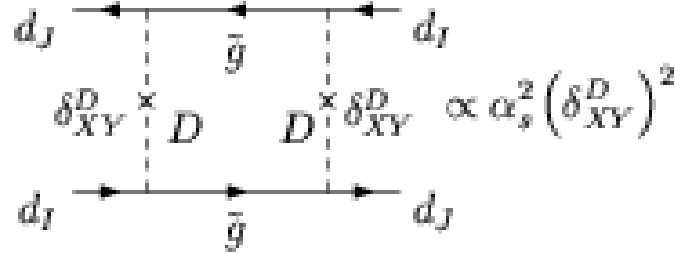
4.2 Prądy neutralne zmieniające zapach w MSSM

Jak zostało to omówione w podrozdziale 2.1, konstrukcja Modelu Standardowego pozwala uniknąć na poziomie drzewowym prądów neutralnych zmieniających zapach, których efekty są w przyrodzie silnie tłumione. Dzięki wymogom supersymetrii rozszerzony sektor Higgsa w Minimalnym Supersymetrycznym Modelu Standardowym również nie prowadzi do pojawienia się na poziomie drzewowym skalarnych prądów słabych zmieniających zapach.

W MSSM, podobnie jak w Modelu Standardowym, występuje macierz CKM, która powoduje, że prądy neutralne zmieniające zapach generowane są przez diagramy pętlowe z wymianą bozonu W^\pm . Możliwy jest jednak w supersymetrii jeszcze inny mechanizm naruszenia zapachu, niezwiązany z macierzą CKM. Ponieważ wprowadzone w podrozdziale 4.1 macierze m_Q^2 , m_U^2 , m_D^2 , A_U i A_D są dowolne, łatwo sprawić, by macierze mas skwardów $\mathcal{M}_{\bar{U}}^2$ i $\mathcal{M}_{\bar{D}}^2$ oraz sleptonów $\mathcal{M}_{\bar{E}}^2$ i $\mathcal{M}_{\bar{\nu}}^2$, były niediagonalne w zapachach. Wówczas w sektorze cząstek niosących kolor oddziaływania gluin proporcjonalne do silnej stałej sprzężenia $\alpha_s \sim 0.1$ mogą być źródłem nowych, potencjalnie bardzo dużych wkładów do FCNC. Przykład jednopętlowego diagramu prowadzącego do takich właśnie potencjalnie bardzo dużych efektów naruszenia zapachu przez prądy neutralne przedstawiony jest na Rys.4.1. Ponieważ, jak zostało to zauważone we Wstępie, mierzone w doświadczeniach amplitudy tego typu procesów są bardzo małe, mieszające zapach elementy macierzy $\mathcal{M}_{\bar{U}}^2$ i $\mathcal{M}_{\bar{D}}^2$ są silnie ograniczone. Ograniczenia te formułuje się najczęściej w postaci ograniczeń na tzw. wstawki masowe zdefiniowane jako [60, 61]:

$$(\delta_{XY}^Z)^{IJ} \equiv \frac{(M_Z^2)_{XY}^{IJ}}{\langle M^2 \rangle}, \quad I \neq J, \quad (4.21)$$

gdzie $Z = U$ lub D , a $(M_Z^2)_{XY}^{IJ}$ dla $X, Y = L, R$ można odczytać z macierzy mas skwardów (4.18), (4.19). Parametr $\langle M^2 \rangle$ jest średnią masą skwardów typu Z . Podobnie



Rysunek 4.1: Diagram pudełkowy prowadzący do zmiany zapachu w modelu z nowymi źródłami naruszenia symetrii CP

nieobserwowanie procesów takich jak $\mu \rightarrow e\gamma$, $\tau \rightarrow e\gamma$, $\tau \rightarrow \mu\gamma$ oraz ograniczenie na elektryczne momenty dipolowe elektronu i neutronu prowadzą do silnych ograniczeń na macierze mas sleptonów [60, 61] i fazy parametrów A_U , A_D , A_E [62]. Konieczność spełnienia tych silnych ograniczeń nakłada więc więzy na teorię bardziej podstawową niż MSSM, w której supersymetria jest łamana spontanicznie, i która powinna wyznaczać miękko łamiące supersymetrię parametry MSSM.

Najprostsze rozwiązanie, polegające na uczynieniu sfermionów bardzo ciężkimi (co, zgodnie z (4.21) zmniejsza wstawki δ_{XY}^Z) pozostaje w konflikcie z pierwotną motywacją wprowadzenia supersymetrii, tj. z rozwiązywaniem problemu hierarchii. Drugim prostym rozwiązaniem jest przyjęcie, iż mechanizm przekazywania spontanicznego łamania supersymetrii do sektora sfermionów jest niezależny od zapachu, wskutek czego macierze m_Q^2 , m_U^2 , m_D^2 , m_L^2 , m_E^2 są proporcjonalne do macierzy jednostkowych, a $A_{U,D,E}^{AB}$ mają postać $A_t Y_u^{AB}$ itd. Mechanizm ten jest dość naturalny w modelach, w których łamanie supersymetrii przekazywane jest przez niezależne od zapachu oddziaływania grawitacyjne (modele typu *gravity mediation*), lub w modelach, w których przekazywane jest ono przez oddziaływania cechowania (tzw. modele *gauge mediation*) [63]. W pierwszym przypadku macierze m_Q^2 , m_U^2 , m_D^2 mają tę postać przy skali renormalizacji rzędu $Q_{in} \sim M_{Planck}$, a w drugim przypadku przy skali rzędu $Q_{in} \sim 10 - 100$ TeV. Wówczas przy wysokiej skali energii nie ma naruszenia zapachu w sektorze sfermionów. Jeszcze innym rozwiązaniem jest taka konstrukcja teorii bardziej podstawowej, że macierze m_Q^2 , m_U^2 , m_D^2 są automatycznie diagonalizowane przez te same obroty, które diagonalizują sprzężenia Yukawy (modele typu *alignment*). We wszystkich tych przypadkach poprawki radiacyjne uwzględniane za pomocą równań grupy renormalizacji całkowanych od skali Q_{in} do skali $\sim G_F^{-1/2}$ generują niewielkie pozadiagonalne elementy macierzy $(M_Q^2)_{LL}$ etc. Wielkość tych pozadiagonalnych elementów jest jednak w dalszym ciągu zdeterminowana przez macierz CKM, gdyż człony w RGE odpowiedzialne za powstawanie niezerowych elementów pozadiagonalnych zawierają stałe Yukawy $Y_u^\dagger Y_u$ lub $Y_d^\dagger Y_d$. Modele te są więc modelami typu MFV w sensie definicji przyjętej w pracy [19].

W tej pracy interesować się będziemy głównie sytuacją, w której dominujące efekty łamania zapachu w supersymetrii pochodzą bezpośrednio z macierzy CKM występującej w wierzchołkach oddziaływań, a efekty wstawek są tylko zaniedbywalnymi poprawkami. Ponieważ dla $\tan \beta \gg 1$ najciekawsze efekty supersymetryczne uwidaczniają się w oddziaływaniach kwarków dolnych, w naszym fenomenologicznym podejściu będziemy zakładać, że przy skali renormalizacji $Q \sim M_{squark}$ całkowicie diagonalne są macierze $(M_D^2)_{LL}, (M_D^2)_{LR}, (M_D^2)_{RR}$ itd. Ponieważ równania grupy renormalizacji całkowane od pewnej skali $Q_{in} \gg G_F^{-1/2}$ (oprócz generowania wstawek) przede wszystkim rozszczepiają masy sfermionów pierwszych dwu oraz trzeciej generacji będziemy przyjmować, że

$$\mathbf{D}_L^\dagger m_Q^2 \mathbf{D}_L = \text{diag}(m^2, m^2, m_{D_{3L}}^2) \quad (4.22)$$

$$\mathbf{D}_R^\dagger m_D^2 \mathbf{D}_R = \text{diag}(m^2, m^2, m_{D_{3R}}^2) \quad (4.23)$$

gdzie masy $m_{D_{3L}}^2$ i $m_{D_{3R}}^2$ mogą być znacznie mniejsze niż masa m^2 . Zakładać też będziemy, że przy skali elektroślabej

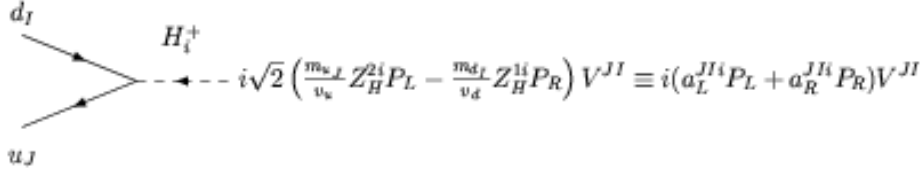
$$A_U^{AB} \equiv A_t(\mathbf{Y}_u)^{AB}, \quad A_D^{AB} \equiv A_b(\mathbf{Y}_d)^{AB}, \quad (4.24)$$

gdzie A_t i A_b są rzeczywiste. Przy takiej parametryzacji zmiany zapachu kwarków dolnych są całkowicie zdeterminowane przez macierz CKM. Parametryzacja (4.22)-(4.23) definiuje minimalne łamanie zapachu (MFV) w supersymetrii na użytek analiz numerycznych przedstawionych w tej pracy⁴. W takiej sytuacji macierz $\mathbf{U}_L^\dagger m_Q^2 \mathbf{U}_L$ w $(M_U^2)_{LL}$ musi mieć postać

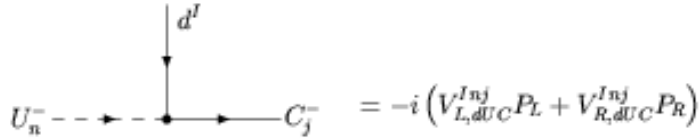
$$(M_U^2)_{LL} = V \text{diag}(m^2, m^2, m_{D_{3L}}^2) V^\dagger + \text{diag}(m_u^2, m_c^2, m_t^2) + \text{wyrazy } D, \quad (4.25)$$

co prowadzić może do niewielkich efektów $\sim \alpha_s$ w amplitudzie mieszania mezonów $\bar{D}^0 - D^0$ oraz niewielkiego odstępstwa struktury zapachowej sprzężeń chargino-kwark dolny-skwark górny od dyktowanej przez macierz CKM. Parametryzacja ta powinna jednak być dobrym przybliżeniem realistycznej sytuacji (występującej w modelach supergrawitacji, tzw. SUGRA (tj. *gravity mediation*), lub *gauge mediation*, w której przy pewnej wysokiej skali parametry $m^2, m_{D_{3L}}^2, m_{D_{3R}}^2$ są równe a parametry A_t i A_b w (4.24) są rzeczywiste. Generowane wówczas przez pisywaną równaniami grupy renormalizacji ewolucję parametrów od skali wysokiej do skali elektroślabej mieszające generacje elementy M_D^2 i M_U^2 itd. są małe, gdyż ewolucja musi najpierw generować rozszczepienie diagonalnych elementów macierzy mas skwarków. Wielkości elementów pozadiagonalnych są wówczas proporcjonalne do tych rozszczepień mas między elementami diagonalnymi. A zatem fakt rozszczepienia mas $m^2, m_{D_{3L}}^2, m_{D_{3R}}^2$ i $m_{U_{3L}}^2$ jest wtedy bardziej istotny w amplitudach procesów FCNC. Nieuwzględnianie tego rozszczepienia okaże się ważnym źródłem odstępstw prostego przybliżenia (często stosowanego przy szacowaniu efektów supersymetrycznych w skalarnych prądach zmieniających zapach) przedstawionego w rozdziale 6 od wyników kompletnych rachunków przedstawianych w tej pracy.

⁴ Ogólny formalizm przedstawiany w rozdziale 5 nie zależy od tych założeń.



Rysunek 4.2: Sprzężenie kwark dolny-kwark górny-naładowany bozon Higgsa. Amplituda a_R^{jI} jest wzmocniona dla $\tan \beta \gg 1$.



Rysunek 4.3: Wierzchołek kwark dolny-kwark-chargino

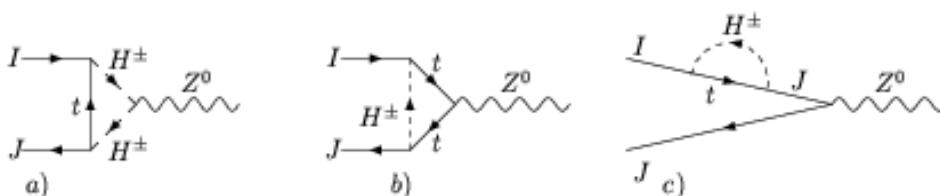
4.3 Minimalne łamanie zapachu

Nawet jeżeli w modelu supersymetrycznym jedynym źródłem naruszenia zapachu pozostaje macierz CKM, to przewidywania MSSM dotyczące procesów FCNC mogą się znacznie różnić od przewidywań Modelu Standardowego. Jest to spowodowane dodatkowymi sprzężeniami kwark-kwark-naładowany bozon Higgsa Rys.4.2 oraz kwark-skward-chargino Rys.4.3. Te ostatnie są supersymetryzacją sprzężeń kwarków do bozonu W^\pm i bozonu H^\pm poprzez zamianę dwóch cząstek na ich partnerów supersymetrycznych. Ich struktura zapachowa jest w scenariuszu MFV wyznaczana przez macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy. Sprzężenia te zostały przedstawione na rysunkach 4.2 i 4.3. Prawe i lewe części sprzężeń z Rys.4.3 w zwartej notacji z pracy [16] dane są wzorami

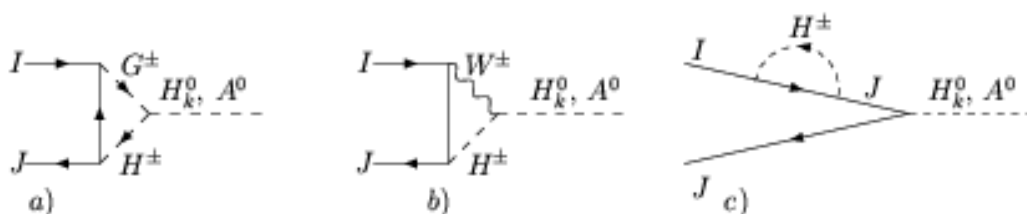
$$V_{L,dUC}^{Inj} = \sum_{A=1}^3 \left[\frac{e}{s_W} Z_U^{An*} Z_+^{1j*} + y_{u_A} Z_U^{A+3,n*} Z_-^{2j*} \right] V^{IA*}, \quad (4.26)$$

$$V_{R,dUC}^{Inj} = -y_{d_I} \sum_{A=1}^3 Z_U^{A+3,n*} Z_-^{2j*} V^{IA*}.$$

Sprzężenia takie dają dodatkowe przyczynki do generowanych pętlowo efektywnych prądów neutralnych zmieniających zapach. Przy uczynionych przy końcu podrozdziału 4.2 założeniach na temat struktury zapachowej macierzy (M_D^2) i (M_U^2) , macierz Z_D zdefiniowana wzorem (4.20) opisuje mieszanie lewych i prawych skwardów typu dolnego, ale nie miesza ich zapachów. Macierz Z_U nie jest całkowicie diagonalna w zapachu, niemniej jednak odstępstwo od diagonalności dla $(M_U^2)_{LL}$ postaci (4.24) jest małe.



Rysunek 4.4: Diagramy „pingwinowe” z wymianą Z^0 z naładowanym bozonem Higgsa (H^\pm) i kwarkiem t w MSSM i 2HDM



Rysunek 4.5: Diagramy „pingwinowe” z wymianą neutralnych bozonów Higgsa z naładowanym bozonem Higgsa (H^\pm) i kwarkiem t w MSSM i 2HDM

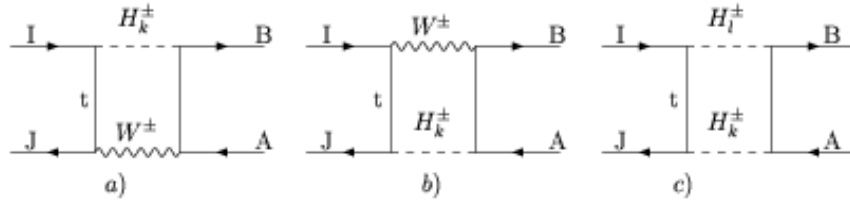
Omówimy teraz po kolei wpływ sektora Higgsa oraz sektora skwarków i chargin na prądy neutralne zmieniające zapach.

4.3.1 Efekty sektora Higgsa w MSSM

Rozszerzony w porównaniu z Modelem Standardowym sektor Higgsa w Minimalnym Supersymetrycznym Modelu Standardowym może istotnie wpływać na amplitudy procesów rzadkich. Wpływ ten omawiamy tu oddzielnie, gdyż wyniki te mogą być zastosowane także do dwudubletowego modelu 2HDM typu II.

Pierwszym efektem rozszerzonego sektora Higgsa są dodatkowe wkłady związane z diagramami, w których W^\pm i/lub G^\pm zastąpione są przez naładowany bozon Higgsa H^\pm . Przykładowo, zmieniający zapach neutralny prąd wektorowy (2.32) jest modyfikowany przez dodatkowe w porównaniu z Modelem Standardowym diagramy z Rys.4.4, których wkłady, dla pędów cząstek zewnętrznych małych w porównaniu z masą bozonu W^\pm można przedstawić jako dodatek do efektywnego lagranżjanu o $\Delta F = 1$ (2.31) zdefiniowanego w rozdziale 2,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\Delta F=1} = \frac{e}{2s_W c_W} \Delta J_\mu^0 Z^{0\mu}, \quad (4.27)$$



Rysunek 4.6: Diagramy pudełkowe z naładowanym bozonem Higgsa (H^\pm) i kwarkiem t w MSSM i 2HDM

gdzie nowe przyczynki do formfaktorów $\Delta\hat{F}_L^V$, $\Delta\hat{F}_R^V$ zdefiniowanych w (2.32) dane są wzorami [8]

$$\left(\Delta\hat{F}_L^V\right)^{JI} = \frac{1}{16\pi^2} \frac{e^2}{(s_W c_W)^2} \cot^2 \beta V_{tI} V_{tJ}^* \frac{m_t^2}{M_Z^2} \frac{1}{2} \frac{y_t}{1-y_t} \left[1 + \frac{1}{1-y_t} \log y_t \right] \quad (4.28)$$

$$\left(\Delta\hat{F}_R^V\right)^{JI} = -\frac{1}{16\pi^2} \frac{e^2}{(s_W c_W)^2} \tan^2 \beta V_{tI} V_{tJ}^* \frac{m_J m_I}{M_Z^2} \frac{1}{2} \frac{y_t}{1-y_t} \left[1 + \frac{1}{1-y_t} \log y_t \right] \quad (4.29)$$

w których $y_t \equiv m_t^2/M_{H^\pm}^2$. Nawet dla $\tan \beta \sim 50$ i $M_{H^\pm} \sim 100$ GeV i przejść $b \rightarrow s$ ($m_J = m_s, m_I = m_b$) przyczynek (4.29) jest zanedbywalny w porównaniu z $(\Delta\hat{F}_L^V)^{SM}$ danym przez (2.33). Natomiast dla $\tan \beta \sim 1$ przyczynki (4.28) do $(\Delta\hat{F}_L^V)$ jest spory i prowadzi do istotnych efektów np. w amplitudzie rozpadu $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-$ [64].

Podobnie, diagramy takie, jak na Rys.4.4 z Z^0 zastąpionym przez foton lub gluon, dają istotne przyczynki do współczynników B_γ^{JI} i B_g^{JI} w efektywnych sprzężeniach (2.36) i mają istotny wpływ na amplitudę procesu $B \rightarrow X_s \gamma$. Efekty te są dobrze znane [65] i w modelu 2HDM II dla $\tan \beta \sim 1$ ograniczają bardzo silnie od dołu masę H^+ . Dla $\tan \beta \gtrsim 5$ ograniczenie to jest słabsze, $M_{H^\pm} \gtrsim 380$ GeV [66,67], i nie zależy już od $\tan \beta$. Ograniczenia te nie obowiązują jednak w MSSM.

Interesującym efektem rozszerzenia sektora Higgsa jest pojawienie się dodatkowych skalarnych prądów zmieniających zapach dolnych kwarków (dla kwarków górnych prądy te są zanedbywalnie słabe) sprzęgających się do neutralnych bozonów Higgsa h^0 , H^0 i A^0 dzięki diagramom przedstawionym na Rys.4.6. W granicy małych pędów cząstek zewnętrznych wkłady tych diagramów można przedstawić w postaci lagranżjanu analogicznego do zdefiniowanego w rozdziale 2 lagranżjanu (2.40),

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = - \sum_{k=1,2} \Delta J_{H_k} H_k^0 + i \Delta J_A A^0 + i \Delta J_G G^0, \quad (4.30)$$

gdzie ($S = H^0$ lub h^0 , a $P = A^0$ lub G^0)

$$\begin{aligned} \Delta J_S &= \sum_{J,I} \bar{d}_J \left[(\Delta\hat{F}_L^S)^{JI} P_L + (\Delta\hat{F}_R^S)^{JI} P_R \right] d_I, \\ \Delta J_P &= \sum_{J,I} \bar{d}_J \left[(\Delta\hat{F}_L^P)^{JI} P_L + (\Delta\hat{F}_R^P)^{JI} P_R \right] d_I. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Dla $\tan \beta \sim 1$ sprzężenia te są, tak jak w Modelu Standardowym, zaniedbywalne. Dla $\tan \beta \sim 50$ sprzężenia do H^0 i A^0 zaczynają być jednak istotne, gdyż są one wzmacniane przez $\tan \beta$. W granicy $\tan \beta \gg 1$ i $M_{A^0} > M_Z$ są one dane przez⁵ [8, 69]

$$\Delta \hat{F}_L^{H^0} = -\frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{e}{s_W} \right)^3 \frac{m_{dJ}}{M_W} V_{tI} V_{tJ}^* \tan \beta \frac{1}{4} \frac{x_t}{x_H - x_t} \left[x_H \log x_H + \frac{x_t(x_H - 1)}{1 - x_t} \log x_t \right],$$

$$\Delta \hat{F}_L^{A^0} = -\Delta \hat{F}_L^{H^0}, \quad (4.32)$$

$$(\Delta \hat{F}_R^{H^0})^{JI} = (\Delta \hat{F}_L^{H^0})^{IJ*}, \quad (\Delta \hat{F}_R^{A^0})^{JI} = (\Delta \hat{F}_L^{A^0})^{IJ*},$$

($\Delta \hat{F}_L^{h^0} \approx \Delta \hat{F}_L^{G^0} \approx \Delta \hat{F}_R^{h^0} \approx \Delta \hat{F}_R^{G^0} \approx 0$), gdzie $x_H = \frac{M_{H^\pm}^2}{M_W^2}$, oraz $x_t = \frac{m_t^2}{M_W^2}$. Wzory te zostały otrzymane przy użyciu ważnego w granicy $\tan \beta \gg 1$ przybliżenia (4.14) zakładając, że $M_{A^0} > M_Z$.

Po dołączeniu do zewnętrznych linii H^0 i A^0 na przykład pary $\mu^+ \mu^-$, diagramy z Rys.4.6 z $J = b$ i $I = d$ lub $I = s$ dają dla dużego $\tan \beta$ i $M_H \approx M_A \gtrsim M_W$ przyczynkę proporcjonalną do $\tan^2 \beta$ odpowiednio do amplitud rozpadów $B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ i $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ [68, 69, 8]. Ponieważ $M_B \ll M_Z$, w efektywnej teorii poniżej skali M_Z (patrz podrozdział 2.3) można amplitudę tę odtworzyć dodając do jej lagranżjanu człon mający postać iloczynną prądów skalarnych

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = C_{JI}^P (\bar{d}^J P_L d^I) (\bar{l}l) + C_{JI}^S (\bar{d}^J P_L d^I) (\bar{l} \gamma^5 l) + H.c. \quad (4.33)$$

Pochodzące z diagramu z Rys.4.6 (z dołączoną parą leptonów) wkłady do współczynników C_{JI}^S i C_{JI}^P w (4.33) mają wówczas postać

$$C_{JI}^S \approx \frac{g}{2M_W} \frac{m_l}{M_{A^0}^2} \tan \beta (\Delta \hat{F}_L^{H^0})^{JI} \sim \tan^2 \beta \quad (4.34)$$

$$C_{JI}^P \approx \frac{g}{2M_W} \frac{m_l}{M_{A^0}^2} \tan \beta (\Delta \hat{F}_L^{A^0})^{JI} \sim \tan^2 \beta \quad (4.35)$$

Dodatkowo, przyczynkę rzędu $\tan^2 \beta$ do C_{JI}^S i C_{JI}^P dają również diagramy pudełkowe z wymianą H^\pm i W^\pm przedstawione na Rys.4.6, w których linie fermionowe po prawej stronie reprezentują leptony ($A = B = l$) [68] tak, że kompletny wkład w granicy $\tan \beta \gg 1$ ma postać [69, 8]

$$\begin{aligned} C_{JI}^S &= -\frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{e}{s_W} \right)^4 \frac{m_l m_{dJ}}{M_W^2} \tan^2 \beta V_{tI} V_{tJ}^* \frac{1}{8} \frac{\log r}{r-1}, \\ C_{JI}^P &= -C_{JI}^S, \end{aligned} \quad (4.36)$$

⁵Ściśle rzecz biorąc, w 2HDM wzory te są ważne przy założeniu [68], że sprzężenia $H^\pm H^\mp H^0$ i $H^\pm H^\mp h^0$, które w tym modelu mają w ogólności inną postać niż w MSSM, pozostają niewiodące gdy $\tan \beta \gg 1$.

gdzie $r \equiv \frac{M_{H^\pm}^2}{m_t^2}$. Dla $\tan \beta \gg 1$ i $M_A \gtrsim M_Z$ wkłady tych prądów skalarnych powodują zmianę $\text{BR}(B_{d,s}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ rzędu kilkudziesięciu procent w porównaniu z przewidywaniami Modelu Standardowego [69, 8].

Wymiany wirtualnych H^+ w diagramach pudełkowych z Rys.4.6 z czterema dolnymi kwarkami na liniach zewnętrznych dają też przyczynek do efektywnego hamiltonianu o $|\Delta F| = 2$ zdefiniowanego wzorem (3.31). Obliczając te diagramy otrzymuje się zebrane w Dodatku B przyczynki do wszystkich współczynników Wilsona zdefiniowanych w (3.31). Dla małych wartości $\tan \beta$, $\tan \beta \lesssim 10$, wkłady diagramów z Rys.4.6 do innych niż C^{VLL} współczynników Wilsona w (3.31) są zaniedbywalne. Istotne są jedynie przyczynki do współczynnika C^{VLL} diagramów z Rys.4.6a i Rys.4.6b, które są rzędu:

$$\delta^{(+)} C^{\text{VLL}} \sim \frac{4}{3} \cot^2 \beta, \quad (4.37)$$

oraz z Rys.4.6c, który jest rzędu

$$\delta^{(+)} C^{\text{VLL}} \sim \frac{1}{3} \frac{m_t^2}{M_W^2} \cot^2 \beta. \quad (4.38)$$

Ponieważ nie zależą one od zapachu zewnętrznych kwarków, są one (czynniki CKM zostały tu już, zgodnie z (3.31), wydzielone) takie same zarówno w przypadku mieszania kaonów jak i mezonów B_s^0 - \bar{B}_s^0 i B_d^0 - \bar{B}_d^0 . W terminologii wprowadzonej w rozdziale 3 oznacza to, że dla małych wartości $\tan \beta$ zachodzi $1 + f_\epsilon \approx 1 + f_d \approx 1 + f_s \approx 1$, czyli model dwudubletowy jest modelem MFV typu Modelu Standardowego.

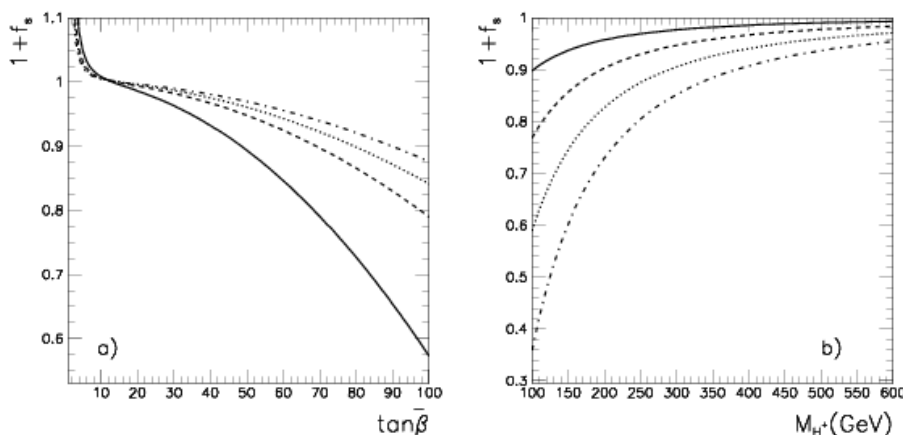
W przypadku dużych wartości $\tan \beta$, dominuje natomiast wkład do współczynnika skalarnego $\delta^{(+)} C_2^{\text{LR}}$. Jest on generowany przez diagramy z wymianą W^\pm i H^\pm , przedstawione na rysunkach 4.6a i 4.6b, których wkład jest rzędu

$$\delta^{(+)} C_2^{\text{LR}} \sim -\frac{8}{3} \frac{m_{d_I} m_{d_J}}{m_t^2} \tan^2 \beta, \quad (4.39)$$

oraz przez diagram z dwoma bozonami H^\pm z Rys.4.6c:

$$\delta^{(+)} C_2^{\text{LR}} \sim -\frac{4}{3} \frac{m_{d_I} m_{d_J}}{M_W^2} \tan^2 \beta. \quad (4.40)$$

Ponieważ oba wkłady są proporcjonalne do mas zewnętrznych kwarków, widać, że wkład tego współczynnika Wilsona będzie najbardziej istotny w przypadku mieszania B_s^0 - \bar{B}_s^0 , tzn. gdy $J = b$, $I = s$. W przypadku mieszania B_d^0 - \bar{B}_d^0 oraz K^0 - \bar{K}^0 jest on tłumiony odpowiednio przez czynniki m_d/m_b i m_d/m_s . Stąd dla $\tan \beta \gg 1$ zachodzi $1 + f_\epsilon \approx 1 + f_d \approx 1$, $1 + f_s \neq 1 + f_{d,\epsilon}$. Oznacza to, że dla $\tan \beta \gg 1$ model dwudubletowy nie jest już modelem MFV typu Modelu Standardowego.



Rysunek 4.7: $1 + f_s$ w 2HDM(II) oraz w sektorze Higgsa MSSM a) jako funkcja $\tan\beta$ dla (od dołu) 150, 250, 300 i 350 GeV oraz b) jako funkcja M_{H^+} dla $\tan\beta =$ (od góry) 40, 60, 80 i 100.

Warto tu też podkreślić, że łączny wkład do (4.39) i (4.40) współczynnika Wilsona C_2^{LR} ma przeciwny znak do wkładu pochodzącego z diagramu pudełkowego występującego w Modelu Standardowym. W wypadku mieszania $\bar{B}_s^0 - B_s^0$, wynosi on w przybliżeniu

$$\delta^{(+)} C_2^{\text{LR}} \approx -\frac{2m_s(\mu_0)m_b(\mu_0)}{M_W^2} \tan^2\beta \approx -0.14 \times \left(\frac{\tan\beta}{50}\right)^2 \quad (4.41)$$

gdzie przyjęto $m_b(\mu_0) \approx 3$ GeV i $m_s(\mu_0) \approx 61$ MeV dla $\mu_0 = m_t = 166$ GeV. Dla porównania, w Modelu Standardowym, współczynnik $C^{\text{VLL}} \sim 4S_0(x_t) \sim 9.5$, ale stosunek $C^{\text{LR}}/C^{\text{VLL}}$ jest zwiększony o czynnik ~ 2.5 pochodzący z opisanego w podrozdziale 2.3 całkowania równań grupy renormalizacji od skali μ_0 do skali $\mu_{\text{hadr}} \sim m_b$ (patrz Dodatek A). Na Rys.4.7 przedstawiona jest zależność $1 + f_s$ od parametrów rozszerzonego sektora Higgsa. Widać wyraźnie, że dla $\tan\beta < 10$ wartość $1 + f_s$ ($\approx 1 + f_d \approx 1 + f_\epsilon$) jest bliska jedynce, i że wkład naładowanego bozonu Higgsa dodaje się do wkładu Modelu Standardowego, ($1 + f_{s,d,\epsilon} > 1$). Natomiast dla $\tan\beta \gtrsim 100$ odstępstwa od Modelu Standardowego są znaczące, i wkład naładowanego Higgsa odejmuje się od wkładu Modelu Standardowego, $1 + f_s < 1$ (wówczas $f_\epsilon, f_d \approx 0$).

Jak widać z zamieszczonego w rozdziale 3 Rys.3.4, $1 + f_\epsilon \approx 1 + f_d \lesssim 1.1$ otrzymywane dla $\tan\beta \gtrsim 1$ nie jest wykluczone przez unitarność macierzy CKM. Ograniczenia wynikające z unitarności dopuszczają nawet $1 + f_s \approx 1 + f_d \approx 1 + f_\epsilon \lesssim 2.5$ (1.29 jeśli $\Delta M_s \lesssim 18/\text{ps}$). Ograniczenie to mogłoby być ewentualnie naruszone dla $\tan\beta < 1$. Jednakże zakres parametrów ($M_{H^+}, \tan\beta$), prowadzący w modelu dwudubletowym do $1 + f_s \approx 1 + f_d \approx 1 + f_\epsilon \gtrsim 2$ jest, jak już wspominaliśmy, silnie ograniczony przez mierzoną szybkość rozpadu $B \rightarrow X_s \gamma$. Co więcej, dla $\tan\beta \lesssim 1$ jeszcze silniejsze ograni-

czenie nakłada zmierzony w LEP stosunek szybkości rozpadu $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$ [70] do szybkości inkluzywnego rozpadu Z^0 na hadrony [70].

Jak widać z Rys.4.7, ze wzrostem $\tan\beta$ czynnik $1 + f_s$ maleje i dla lekkich H^+ oraz $\tan\beta \sim 100$ mógłby łamać ograniczenie (3.61). Jednakże wartości H^+ i $\tan\beta$ prowadzące do $1 + f_s \ll 1$ są wykluczane przez wspomniane już ograniczenia narzucane przez pomiar $\text{BR}(B \rightarrow X_s\gamma)$ połączone z warunkiem zapewniającym perturbacyjność stałej sprzężenia Yukawy do skali $Q \sim 1 \text{ TeV}$ ($\tan\beta \lesssim 100$).

Wyniki te oznaczają, że w 2HDM II dla dozwolonych obecnie wartości M_{H^+} oraz $\tan\beta \lesssim 50$ wkłady do $1 + f_s$, $1 + f_d$ i $1 + f_e$ pochodzące z sektora Higgsa są w przybliżeniu sobie równe i nie różnią się znacznie od 1. Model 2HDM II jest więc w dobrym przybliżeniu modelem MFV typu Modelu Standardowego i ewentualne różnice z przewidywaniami Modelu Standardowego dla wielkości używanych do wyznaczania $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ są niewielkie. Analiza trójkąta unitarności przeprowadzona w ramach Modelu Standardowego oparta na wynikach ε_K , ΔM_d i ΔM_s (patrz rozdział 3) pozostaje w nim praktycznie niezmienną.

4.3.2 Efekty sektora chargin i stopów

Przedyskutujemy teraz możliwy wpływ sektora chargin i stopów na przewidywania MSSM dla amplitud procesów rzadkich. Nawet w omawianym w rozdziale 4.3 scenariuszu, w którym macierz CKM pozostaje dominującym źródłem łamania zapachu i symetrii CP, pętle wirtualnych chargin i skwarków mogą być dodatkową (poza wymianami H^+) przyczyną odstępstw obliczanych w tym modelu szybkości zachodzenia procesów rzadkich od przewidywań Modelu Standardowego. Podobnie jak w przypadku efektów H^+ omawianych w poprzednim podrozdziale, efekty te pochodzą z diagramów pudełkowych generujących zmieniające zapach oddziaływania typu prąd-prąd oraz z diagramów „pin-gwinowych” generujących mające postać prądów wektorowych, tensorowych i skalarnych zmieniające zapach sprzężenia kwarków odpowiednio do bozonu Z^0 , fotonów i gluonów oraz neutralnych bozonów Higgsa H^0 , h^0 , A^0 i G^0 .

Dla małych wartości parametru $\tan\beta$ w sprzężeniach kwarków do chargin i skwarków dominującą rolę odgrywa stała Yukawy kwarku top. Dokładniejsze przyjrzenie się strukturze zapachowej tych sprzężeń danych wzorem (4.26), pozwala zauważyć, że sprzężenia kwarków dolnych zależą od ich zapachu tylko poprzez czynniki CKM; kwarki te sprzęgają się do danego skwarku górnego przez stałą Yukawy odpowiadającego temu skwarkowi kwarku górnego. Dlatego też, w przybliżeniu $g_2 \sim 0$, sprzężenia ze skwarkami górnymi z pierwszych dwóch generacji można zaniedbać, co efektywnie ogranicza sumowanie po zapachach wirtualnych skwarków górnych w pętli do ich trzeciej generacji. Powoduje to w efekcie silne naruszenie mechanizmu GIM ⁶ nawet jeśli masy cyrku-

⁶ Przypomnijmy, że w Modelu Standardowym będący konsekwencją unitarności macierzy CKM mechanizm GIM osłabiany jest przez różnice mas cyrkulujących w pętli cząstek, gdyż po wydzieleniu elementów macierzy CKM sprzężenia bozonów W^\pm są uniwersalne.

lujących w pętli skwarków górnych nie są rozszczepione i w konsekwencji możliwość wystąpienia znaczących poprawek od sektora chargin i stopów do amplitud procesów rzadkich zachodzących przez neutralne prądy zmieniające zapach kwarków dolnych. Z drugiej strony, w sprzężeniach kwarków górnych do chargin duża stała Yukawy y_t występuje jedynie w przypadku kwarku top. Ponieważ kwark ten jest bardzo ciężki i może być produkowany jak dotąd jedynie w kolajderze $p\bar{p}$ Tevatronie, jego rzadkie rozpady (przez prądy neutralne) nie są dobrze zbadane i ewentualne efekty supersymetrii nie mogą być zweryfikowane. Z konieczności jednak amplitudy przejścia $t \rightarrow c(u)$ są proporcjonalne do $y_t y_{c(u)} \sum_{i=d,s,b} V_{ti} V_{ci}^* f(\tilde{M}_i^2)$ lub $y_t g_2 \sum_{i=d,s,b} V_{ti} V_{ci}^* f(\tilde{M}_i^2)$, gdzie f jest funkcją mas, i w stosunku do amplitud zmieniających zapach dolnych kwarków są tłumione zarówno przez czynniki $\frac{m_{c(u)}}{m_t}$ lub $g_2 \frac{M_W}{m_t}$ jak też i (wobec zazwyczaj znacznie większej w porównaniu z kwarkami górnymi degeneracji mas dolnych skwarków) przez mechanizm GIM. Z takich samych powodów efekty cząstek supersymetrycznych w przejściach $c \leftrightarrow u$ są jeszcze silniej tłumione ($y_t \rightarrow g_2$).

Dla $\tan \beta \gg 1$ w sprzężeniach kwarków do chargin istotną rolę może też odgrywać stała Yukawy kwarku b . Analiza zapachowej struktury sprzężenia (4.26) kwarków dolnych do chargin pokazuje, że stała y_b może być istotna jedynie w wierzchołkach kwarku b . Stała Yukawy y_b wchodzi także w sprzężenia wszystkich kwarków typu górnego do chargin, ale, tak jak powiedzieliśmy wyżej, zmieniające zapach rozpady topu nie są na razie interesujące, a efekty y_b w przejściach $c \rightarrow u$ są w tym przypadku dodatkowo stłumione przez małe kąty macierzy CKM $|V_{cb} V_{ub}| \sim 10^{-3}$.

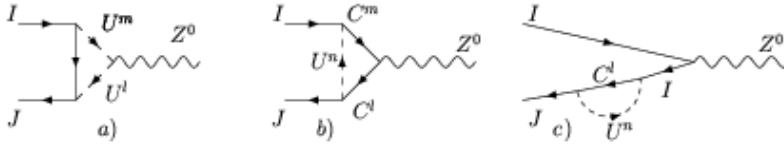
Tak więc, dla dużego $\tan \beta$, efekty $y_b \sim g_2 \frac{m_b}{M_W} \tan \beta$ są istotne jedynie dla procesów zachodzących z udziałem kwarku b . Znanym przykładem służy tu radiacyjny rozpad $B \rightarrow X_s \gamma$, w którym dla $\tan \beta \gg 1$ efekty te, generowane przez diagramy takie jak na Rys.4.4 z bozonem Z^0 zastąpionym przez foton lub gluon i dające wkład do współczynników B_γ^{JI} i B_g^{JI} w (2.36), mogą być bardzo duże i w przypadku dostatecznie lekkich, $\sim \mathcal{O}(150)$ GeV, stopów i chargin, zmieniać nawet o rząd wielkości przewidywania Modelu Standardowego dla $BR(B \rightarrow X_s \gamma)$ [71]. Ponieważ to ostatnie [66],

$$BR(B \rightarrow X_s \gamma)_{\text{SM}}^{E_\gamma > 1.6 \text{ GeV}} = (3.60 \pm 0.30) \times 10^{-4}, \quad (4.42)$$

zgadza się z wynikiem eksperymentalnym [72]

$$BR(B \rightarrow X_s \gamma)_{\text{exp}} = (3.34 \pm 0.38) \times 10^{-4}, \quad (4.43)$$

przestrzeń parametrów MSSM jest dla dużego $\tan \beta$ oraz lekkich chargin i stopów ograniczona: spełnienie ograniczenia wymaga wzajemnego kasowania się wkładów lekkiego naładowanego H^+ z wkładem lekkich chargin i stopów. Można to osiągnąć jedynie gdy $\mu \cdot A_t > 0$ [73] i za cenę dokładnego dopasowania parametrów modelu. Dla stopów i chargin o masach rzędu $\mathcal{O}(100)$ GeV stopień precyzji tego dopasowania byłby jednak w konflikcie z pierwotną myślą przyświecającą wprowadzeniu supersymetrii. Staje się on dopuszczalny, gdy $M_{H^+} \gtrsim 200$ GeV, a masy chargin i stopów są większe, rzędu $\gtrsim 500$



Rysunek 4.8: Diagramy wierzchołkowe z bozonem Z^0 , z wymianą chargin i stopów

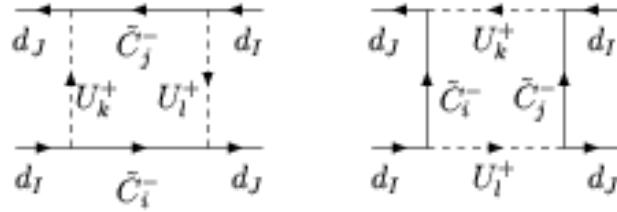
GeV. W istocie, jest to jedyny naturalny sposób uzgodnienia przewidywań MSSM dla dużego $\tan \beta$ z wynikiem (4.43).

Przyjmując ten punkt widzenia, analizując przewidywania MSSM z dużym $\tan \beta$ dla procesów rzadkich z udziałem kwarku b , będziemy rozpatrywać tylko scenariusz z ciężkimi, tj. o masach $\gtrsim 500$ GeV, charginami, skwarkami i innymi cząstkami supersymetrycznymi.

Jak będziemy się starali uzasadnić w tej części pracy, najbardziej interesującą cechą scenariusza supersymetrii z minimalnym łamaniem zapachu i z dużym $\tan \beta$ jest to, że generowane przez jednopętlowe diagramy „pingwinowe” z charginami i stopami zmieniające zapach skalarnie prądy neutralne są wzmocnione nie tak, jak w przypadku analogicznych wkładów H^+ przez $\tan \beta$, a przez $\tan^2 \beta$. Takie wzmocnione przez $\tan^2 \beta$ sprzężenia kwarków typu dolnego do (głównie) bozonów H^0 i A^0 , będąc operatorami wymiaru 4, nie są tłumione, gdy masy cząstek supersymetrycznych stają się duże. Nie są więc one ograniczane przez pomiar $\text{BR}(B \rightarrow X_s \gamma)$. Są natomiast bardzo czułe na mieszanie prawych i lewych stopów.

Omówimy teraz na przykładzie rozpadu $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-$ typowe efekty chargin i stopów w prądach neutralnych zmieniających zapach kwarków dolnych dla małego i dużego $\tan \beta$. W tym drugim przypadku przytoczymy tu bardziej szczegółowo standardowy rachunek jednopętlowy, pokazujący generowanie przez diagramy „pingwinowe” z charginami i stopami wzmocnionych przez $\tan^2 \beta$ sprzężeń kwarków dolnych do H^0 i A^0 .

Pierwszym efektem sektora chargin są dodatkowe wkłady związane z diagramami „pingwinowymi”, w których naładowane bozony W^\pm i G^\pm zastąpione są przez charginy i stopy. Dają one dodatkowy wkład do wektorowych prądów neutralnych zmieniających zapach. Diagramy te przedstawione są na Rys.4.8. Ich efekty można przedstawić, podobnie jak poprzednio, w postaci dodatku do efektywnego lagranżjanu (2.31) o $|\Delta F| = 1$. Ogólne wzory na przyczynki chargin i stopów do formfaktorów $\Delta \hat{F}_L^V$, $\Delta \hat{F}_R^V$ zdefiniowanych wzorem (2.32) obliczone przy użyciu metody opisanej w Dodatku C zebrane są w Dodatku D. Zgodnie z przedstawioną powyżej dyskusją, po wydzieleniu czynników CKM, formfaktor $\Delta \hat{F}_L^V$ i jest uniwersalny ($\Delta \hat{F}_R^V \sim 0$), tzn. taki sam dla przejść $b \rightarrow s$, $b \rightarrow d$ i $s \rightarrow d$. Jest on największy dla lekkich chargin i stopów oraz małych wartości



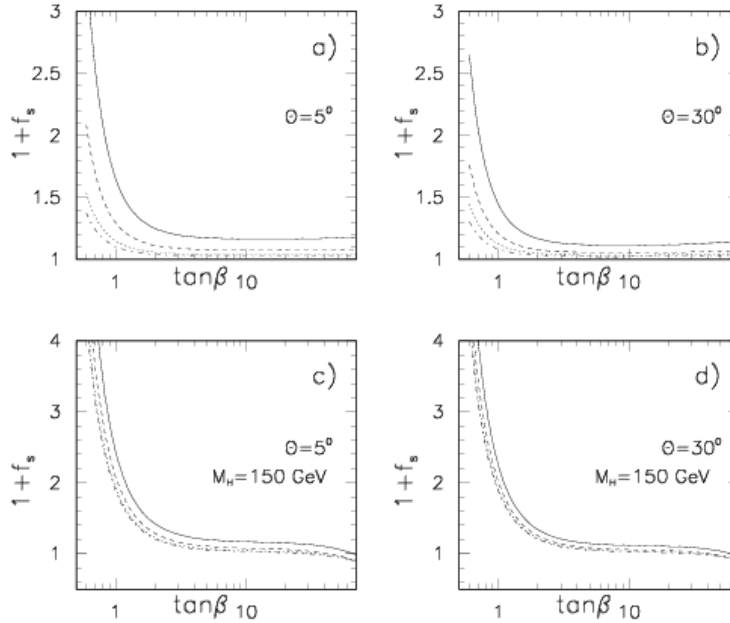
Rysunek 4.9: Diagramy pudełkowe z charginami i stopami w MSSM

$\tan \beta$ (gdyż stała Yukawy topu ulega wtedy wzmocnieniu) i maleje ze wzrostem $\tan \beta$ i mas cząstek wirtualnych.

Jednym z ewentualnie możliwych mierzalnych efektów generowanego przez lekkie charginy i stopy przyczynku do $\Delta \hat{F}_L^V$ jest modyfikacja przewidywania dla $BR(B_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-)$. Dołączając do linii Z^0 parę l^+l^- , otrzymuje się, dominujący dla małych $\tan \beta$, przyczynk od cząstek supersymetrycznych do współczynnika Wilsona operatora $\mathcal{O}_{10} = (\bar{s}_L \gamma^\mu b_L)(\bar{l} \gamma^\mu \gamma^5 l)$ w hamiltonianie efektywnym opisującym rozpad $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$. Przyczynk ten dla naturalnego składu stopów (tzn. gdy lżejszy stop jest w przeważającej części prawochiralny) jest przeciwnego znaku niż wkład bozonów W^\pm i topu i prowadzi dla $\tan \beta \lesssim 2$ ($\tan \beta \sim 0.5$) do zmniejszenia przewidywanego stosunku rozgałęzienia rozpadów $B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ o 5 – 10% (20%) w stosunku do przewidywania Modelu Standardowego [8]. Pozostałe wkłady supersymetryczne do amplitud rozpadów $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$ pochodzące od diagramów pudełkowych z charginami, stopem i sneutrinem oraz (omawiany niżej) wkład skalarnych prądów zmieniających zapach są dla $\tan \beta \lesssim 20$ zaniedbywalne [8]. Takie samo oszacowanie efektów chargin i stopów stosuje się też do $BR(K \rightarrow \mu^+\mu^-)$ ale, jak wspominaliśmy w rozdziale 2, trudne do teoretycznego oszacowania nieperturbacyjne wkłady do amplitudy tego rozpadu powodują, że nie jest on interesujący jako test przyczynków od „nowej fizyki”.

Otrzymanie kompletnego przewidywania MSSM z małym $\tan \beta$ i lekkimi charginami i stopami dla rozpadu $B_d^0 \rightarrow l^+l^-$ wymaga rozpatrzenia dodatkowo wpływu diagramów z Rys.4.9 na wyznaczenie elementu V_{td} macierzy CKM, tj. wkładów cząstek supersymetrycznych do wielkości $1 + f_\epsilon$, $1 + f_d$, $1 + f_s$ zdefiniowanych wzorami (3.49)- (3.51) i parametryzujących przyczynki od „nowej fizyki” do amplitud mieszania mezonów K^0 - \bar{K}^0 , B_d^0 - \bar{B}_d^0 , B_s^0 - \bar{B}_s^0 . Zgodnie z przedstawioną wyżej dyskusją, dla małego $\tan \beta$, gdy sprzężenia kwarków dolnych do chargin i skwarków są zdominowane przez stałą Yukawy topu, przyczynki od diagramów z Rys.4.9 do tych trzech amplitud są (po wydzieleniu elementów macierzy CKM) takie same, co prowadzi do $1 + f_s \approx 1 + f_d \approx 1 + f_\epsilon$. Ponadto z powodu struktury skrętnościowej sprzężeń kwarków dolnych do chargin i stopów wy-

⁷Rozpady $B_{s,d}^0 \rightarrow e^+e^-$ mają niemierzalnie małe stosunki rozgałęzień, a rozpady na $\tau^+\tau^-$ trudne do eksperymentalnej rejestracji.



Rysunek 4.10: Przyczynki diagramów pudełkowych do $1+f_s$ w MSSM dla $r \equiv M_2/\mu = 1$ (rysunki nie zależą zbytnio od wartości r) oraz masy lżejszego chargina i mas stopów wynoszących w GeVach odpowiednio (150,150, 500), (150,300, 800), (500,150, 500), (500,300, 800) — linie ciągła, kreskowana, kropkowana i kropkowana-kreskowana. Kąt mieszania stopów $\theta = 5^\circ$ (Rys. a i c) i $\theta = 30^\circ$ (Rys. b, d). Rysunki a), b) przedstawiają tylko wkład chargin i stopów, zaś c), d) — wkład chargin i stopów oraz naładowanego bozonu Higgsa H^+ i topu, dla $M_{H^+} = 150$ GeV.

muszanej przez dominację stałej Yukawy topu, dla małego $\tan\beta$ wkłady od diagramu z Rys.4.9 do współczynników Wilsona w (3.31) innych niż C^{VLL} są zanedbywalne. Tak więc dla $\tan\beta \lesssim 20$ MSSM z minimalnym łamaniem zapachu jest modelem typu Modelu Standardowego w sensie klasyfikacji z rozdziału 3.

Rys.4.10a i 4.10b pokazują wkłady diagramów z Rys.4.9 do $1 + f_s$ dla różnych wartości mas stopów i chargin. Widać, że dla $\tan\beta \gtrsim 2$ są one niezbyt duże. Stają się one znaczące jedynie dla $\tan\beta \sim 1$. Jednakże wartości $\tan\beta \approx 1$ są dla lekkich stopów wykluczone przez uzyskane w akceleratorze LEP dolne ograniczenie na masę neutralnego bozonu Higgsa, $M_h > 115$ GeV. (Dla $\tan\beta \approx 1$ sprzężenia h^0 są bowiem takie same, jak sprzężenia bozonu Higgsa w Modelu Standardowym). W MSSM drzewowa masa, $M_h^{\text{tree}} = M_Z \cos 2\beta$, jest dla $\tan\beta \approx 1$ tak mała, że nawet duże w tym przypadku poprawki radiacyjne nie wystarczają dla $M_{\tilde{t}_i} \lesssim 1$ TeV do zwiększenia M_h ponad gra-

nię ustanowioną przez LEP. Ograniczenie z LEP może być ewentualnie spełnione dla $\tan \beta \sim 0.5$ (perturbacyjność stałej Yukawy topu przy skali M_Z ogranicza $\tan \beta$ od dołu do ~ 0.5) gdyż z jednej strony drzewowa masa bozonu h^0 staje się większa i zwiększają się też poprawki radiacyjne do M_h , a z drugiej strony sprzężenia h^0 zaczynają odbiegać od sprzężeń bozonu Higgsa z Modełu Standardowego i ograniczenie z LEP ulega osłabieniu⁸. W tym kontekście interesująca może być obserwacja, że, jak wynika z porównania Rys.4.10 oraz Rys.3.4, dla $\tan \beta \sim 0.5$ lekkie ($\sim \mathcal{O}(200)$ GeV) chargina i stopy mogą powodować łamanie unitarności macierzy CKM wyznaczonej z asymetrii $a_{\psi K_s}$, mieszania $K^0-\bar{K}^0$ i $B_d^0-\bar{B}_d^0$ (na Rys.3.4 wartości $1 + f_\varepsilon \approx 1 + f_d \gtrsim 2.5$ są wykluczone). Jak dysktowaliśmy w rozdziale 3, jeśli $\Delta M_s \lesssim 18/\text{ps}$, unitarność macierzy CKM nie dopuszcza $1 + f_\varepsilon = 1 + f_d = 1 + f_s \gtrsim 1.29$, co, jak widać z Rys.4.10, eliminuje obszar $\tan \beta \lesssim 2$.

Jak zauważono w pracy [19], dla wartości $\tan \beta \gg 1$ wkład diagramu pudełkowego do współczynnika Wilsona C_1^{SLL} lagranżjanu (3.31) jest proporcjonalny do $m_t^4 m_b^2 \tan^2 \beta$ i dla $\tan \beta \gtrsim 50$ powinien on, na pierwszy rzut oka, dawać znaczący przyczynek do amplitudy mieszania $B_s^0-\bar{B}_s^0$. Z zamieszczonych w Dodatku B wzorów, opisujących wkłady diagramów pudełkowych do mieszania neutralnych mezonów, wynika jednak, że drugi skalarny współczynnik Wilsona, C_2^{SLL} , jest wtedy również proporcjonalny do $m_t^4 m_b^2 \tan^2 \beta$, ma jednak przeciwny znak niż C_1^{SLL} : $C_2^{SLL} = -\frac{1}{4}C_1^{SLL}$. Współczynniki te wchodzi do amplitudy mieszania mezonów B^0 pomnożone przez związane z ewolucją czynniki $P_{1,2}^{SLL}$ QCD, dane wzorami z Dodatku A, w taki sposób, że

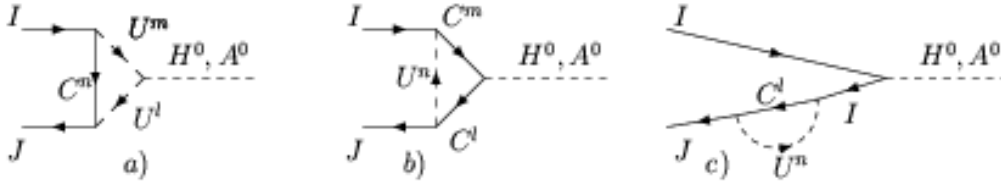
$$\text{Amplituda} \sim P_1^{SLL} C_1^{SLL}(\mu_S) + P_2^{SLL} C_2^{SLL}(\mu_S) \approx \frac{1}{2} P_1^{SLL} C_1^{SLL}(\mu_S)$$

gdzie został wykorzystany fakt, że $P_2^{SLL} \approx 2P_1^{SLL}$ (patrz wzory w Dodatku A). Redukuje to wkład chargin proporcjonalny do $\tan^2 \beta$ o czynnik 1/2. Ostatecznie dominujący dla $\tan \beta \gg 1$ wkład chargin do diagramów pudełkowych z Rys.4.9 do C_1^{SLL} można zapisać w postaci [11, 74]

$$\begin{aligned} C_1^{SLL}(\mu_S) = & -2 \frac{m_b^2 m_t^4 A_t^2}{M_W^2 M_{\tilde{t}_1}^4} \tan^2 \beta \sum_{i,j=1}^2 Z_-^{2i} m_{C_i} Z_+^{2i} Z_-^{2j} m_{C_j} Z_+^{2j} \\ & \times [D_0(1, 1) - 2D_0(1, 2) + D_0(2, 2)], \end{aligned} \quad (4.44)$$

gdzie $M_{\tilde{t}_1}$ to masa cięższego stopu, zaś $D_0(l, k)$ oznacza funkcję $D_0(m_{C_i}, m_{C_j}, M_{\tilde{t}_k}, M_{\tilde{t}_l})$ z Dodatku F. Nawet dla $\tan \beta \sim 50$ wkład ten jest numerycznie mniejszy niż wkład chargin do współczynnika C^{VLL} (który był istotny dla małego $\tan \beta$ i miał taki sam znak, jak wkład pochodzący od Modełu Standardowego). Jedynie dla bardzo dużego mieszania stopów, czyli bardzo dużych wartości parametru A_t , pudełkowe wkłady chargin do współczynników Wilsona operatorów skalarnych C_1^{SLL} i C_2^{SLL} mogą być porównywalne z

⁸ Również ograniczenia płynące z pomiaru $\text{BR}(B \rightarrow X_s \gamma)$ oraz rozpadu $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$ mogą być dla $\tan \beta \lesssim 0.5$ prawdopodobnie spełnione przez wzajemne kasowanie poprawek od dość lekkiego H^+ oraz chargin i stopów.



Rysunek 4.11: Skalarne diagramy „pingwinowe” generujące istotne przyczynki do zmieniających zapach skalarnych prądów kwarków dolnych dla dużych wartości $\tan \beta$

wkładem współczynnika C^{VLL} [11]. Małość wkładów diagramów pudełkowych do $1 + f_s$ dla dużego $\tan \beta$ potwierdza też porównanie rysunku 4.10c i d z rysunkami a i b.

Jak po raz pierwszy zauważono w pracach [22, 68], spektakularnie duże efekty w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu i $\tan \beta \gg 1$ mogą pojawić się jednak w zmieniających zapach dolnych kwarków prądach skalarnych sprzęgających się do bozonów Higgsa H^0 i A^0 (efekty te dla $\tan \beta \sim 1$ są całkowicie zaniedbywalne). Prądy te są generowane przez pokazane na Rys.4.11 diagramy z charginami i skwarkami typu górnego. Obliczymy teraz ich wkłady zachowując jedynie wyrazy wiodące dla $\tan \beta \gg 1$ i stosując standardową technikę diagramatyczną, by pokazać, że w odróżnieniu od proporcjonalnych do $m_b \tan \beta$ sprzężeń prądów skalarnych generowanych przez wymianę naładowanych bozonów Higgsa H^+ i kwarków t omawianych w poprzednim podrozdziale, sprzężenia generowane przez cząstki supersymetryczne są proporcjonalne do $m_b \tan^2 \beta$.

Zgodnie ze wzorami przytoczonymi w Dodatku C, przyczynek chargin i skwarków górnych do odpowiednich formfaktorów prądów skalarnych zdefiniowanych wzorem (4.33) składa się z wkładów energii własnych (diagram z Rys.4.11 c) oraz z bezpośrednich poprawek do wierzchołka z dwoma kwarkami i neutralnym bozonem Higgsa (Rys.4.11 a, b). Potrzebne wzory na energie własne zewnętrznych kwarków, $-i\Sigma(\not{p})$, oraz poprawki wierzchołkowe dla równych zeru pędów cząstek zewnętrznych zebrane są w Dodatku E. Analizując wzory na poprawki wierzchołkowe ΔF_L^{dS} i ΔF_R^{dS} łatwo zauważyć, że dla dużego $\tan \beta$ ich dominujące wkłady są proporcjonalne do stałej Yukawy y_b czyli $\sim \tan \beta$. Dominujące w granicy $\tan \beta \gg 1$ wyrazy we wzorach na energie własne są również proporcjonalne do stałej Yukawy kwarków dolnych, czyli proporcjonalne do $\tan \beta$. Ponieważ jednak, jak wynika z wyprowadzonych w Dodatku C wzorów (C.9), (C.12) na pełne formfaktory, $\widehat{\Delta F}_{L,R}^{dS}$, wkład energii własnych jest dodatkowo mnożony przez czynnik $\eta_{L,R}^{dS} \propto \frac{Z_{R,H}}{v_d} \propto Z_{R,H} \cdot \tan \beta$, dominujący, $\sim \tan^2 \beta$ przyczynek do $\widehat{\Delta F}_L^{dS}$ pochodzi całkowicie od energii własnych. W granicy $\tan \beta \gg 1$ i przy zaniedbaniu stałych sprzę-

żenia cechowania g_2 i stałych sprzężenia y_c, y_u w porównaniu ze stałą Yukawy topu y_t , skalarne energie własne są dane przez

$$\begin{aligned}\Sigma_L^{JI}(0) &\approx \frac{1}{16\pi^2} V_{tJ}^* V_{tI} \left(-y_t^A Z_U^{3+3,j} \right) \left(y_{d,J} Z_U^{3,j} \right) \mu B_0(\mu^2, M_{U_j}^2), \\ \Sigma_R^{JI}(0) &\approx 0\end{aligned}\quad (4.45)$$

gdzie uwzględniliśmy tylko wkład lżejszego chargina ($j = 1$) zakładając, że jest ono czystym higgsinem (tzn. że $Z_-^{21} m_{C_1} Z_+^{21*} \approx \mu$). Zaniehbując teraz małe mieszanie skwarków górnych różnych generacji indukowane w $(M_{\tilde{U}}^2)_{LL}$ przez macierz CKM — patrz dyskusja w podrozdziale 4.2 — możemy przyjąć, iż indeks j przebiega tylko dwie wartości odpowiadające dwóm skwarkom top. Wówczas

$$Z_U^{3+3,1*} Z_U^{31} = -Z_U^{3+3,2*} Z_U^{32} \equiv \sin \theta_t \cos \theta_t = \frac{-m_t (A_t + \mu \cot \beta)}{(M_{\tilde{t}_1})^2 - (M_{\tilde{t}_2})^2}, \quad (4.46)$$

a ponieważ

$$\frac{B_0(m^2, M_1^2) - B_0(m^2, M_2^2)}{M_1^2 - M_2^2} \equiv C_0(m^2, M_1^2, M_2^2) \quad (4.47)$$

mamy ostatecznie w tym przybliżeniu:

$$\Sigma_L^{JI} = \frac{1}{16\pi^2} V_{tI} V_{tJ}^* y_{d,J} y_t^2 m_t (A_t + \mu \cot \beta) \mu C_0(\mu^2, M_{\tilde{t}_1}^2, M_{\tilde{t}_2}^2). \quad (4.48)$$

Ponieważ zmieniające zapach sprzężenia do neutralnych bozonów Higgsa znikają w przybliżeniu drzewowym, w standardowym rachunku diagramatycznym można posłużyć się drzewowym związkiem stałych Yukawy z masami odpowiednich kwarków. Ten sam argument pozwala też utożsamić $V_{tJ}^* V_{tI}$ z występującymi w drzewowych sprzężeniach W^\pm elementami macierzy CKM (dokładniejsza analiza pokaże jednak, że procedura taka pomija numerycznie ważne — choć formalnie wyższego rzędu — poprawki). Stosując wzory (C.6) i (C.10) i zauważając, że dla $M_A > M_Z$ zgodnie z (4.11), (4.13) i (4.14) sprzężenie h^0 do kwarków dolnych jest zaniehbwalnie słabe (w istocie, $Z_R^{12} = \sin \alpha \sim 1/\tan \beta$), a sprzężenie G^0 nie jest proporcjonalne do $\tan \beta$ ($Z_H^{22} = \cos \beta$), otrzymuje się

$$\begin{aligned}(\Delta \hat{F}_L^{dH^0})^{JI} &= -(\Delta \hat{F}_L^{dA^0})^{JI} \\ &= -\frac{1}{16\pi^2} V_{tI} V_{tJ}^* \tan^2 \beta \left(\frac{e}{s_W} \right)^3 \frac{m_{d,J} m_t^2}{8M_W^3} A_t \mu C_0(\mu^2, M_{\tilde{t}_1}^2, M_{\tilde{t}_2}^2) \\ (\Delta \hat{F}_R^{dH^0})^{JI} &= (\Delta \hat{F}_L^{dH^0})^{IJ*}, \quad (\Delta \hat{F}_R^{dA^0})^{JI} = (\Delta \hat{F}_L^{dA^0})^{IJ*},\end{aligned}\quad (4.49)$$

($\Delta \hat{F}_{L,R}^{dh^0} \approx \Delta \hat{F}_{L,R}^{dG^0} \approx 0$), gdzie A_t jest parametrem mieszania stopów, zaś $M_{\tilde{t}_1}^2$ i $M_{\tilde{t}_2}^2$ to masy stopów. Widać, że sprzężenia te są proporcjonalne do $\tan^2 \beta$ oraz do mieszania

lewo i prawochiralnych skwarków top, gdyż zgodnie z (4.46), $\theta_t \propto -A_t$. Co więcej, ponieważ $C_0(\mu^2, M_{\tilde{t}_1}^2, M_{\tilde{t}_2}^2) \sim 1/M^2$ (gdzie M^2 jest większą z trzech mas) widać, że przy jednorodnym przeskalowaniu o $\lambda \gg 1$ wszystkich parametrów masowych sfermionów i chargin, co odpowiada zwiększeniu skali mas cząstek supersymetrycznych, poprawki $\Delta \hat{F}_{L,R}^{dA^0, dH^0}$ nie znikają ($\Delta \hat{F} \sim \lambda^0$).

Obliczone powyżej formfaktory (4.49) dają wkład do współczynników Wilsona C_{JI}^S i C_{JI}^P efektywnego lagranżjanu (4.33) opisującego rozpad $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-$ ⁹. Mają one wówczas postać

$$C_{JI}^S = \frac{g}{2M_W} \frac{m_l}{M_{A^0}^2} \tan \beta \left(\Delta \hat{F}_L^S \right)^{JI} \sim \tan^3 \beta \quad (4.50)$$

$$C_{JI}^P = \frac{g}{2M_W} \frac{m_l}{M_{A^0}^2} \tan \beta \left(\Delta \hat{F}_L^P \right)^{JI} \sim \tan^3 \beta, \quad (4.51)$$

gdzie czynniki $\frac{gm_l}{2M_W} \tan \beta$ są drzewowymi sprzężeniami skalarów H^0 i A^0 do leptonów. Wkłady te mogą konkurować z wkładami diagramów „pingwinowych” z bozonem Z^0 , gdyż te ostatnie są również tłumione przez masę leptonu. Dla dużych wartości $\tan \beta$ współczynniki (4.50) i (4.51) mogą całkowicie zdominować amplitudę tego rozpadu, i, jak pokażemy w rozdziale 7, prowadzić do zwiększenia $BR(B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-)$ nawet o 3-4 rzędy wielkości w porównaniu z przewidywaniami Modelu Standardowego [21] (patrz także podrozdział 7.2):

$$\begin{aligned} BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)_{\text{SM}} &\approx 3.5 \times 10^{-9}, \\ BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)_{\text{SM}} &\approx 1.4 \times 10^{-10}. \end{aligned} \quad (4.52)$$

Powyższe przewidywania Modelu Standardowego są wciąż o 2-3 rzędy wielkości niższe niż aktualne eksperymentalne górne ograniczenia na te stosunki rozgałęzień [5, 75]:

$$BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) < 0.95 \times 10^{-6}, \quad (4.53)$$

$$BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) < 1.6 \times 10^{-7}. \quad (4.54)$$

Tak więc rozpad $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-$ są wciąż miejscem, w którym możliwe duże przyczynki od zmieniających zapach prądów skalarnych są wciąż dopuszczalne. Z drugiej strony, jak pokażemy w rozdziale 7, eksperymentalne ograniczenia (4.53) i (4.54) są jednak wynikami, które w chwili obecnej najsilniej ograniczają możliwe efekty takich prądów.

Powyższy prosty rachunek pokazał, że w supersymetrycznym rozszerzeniu Modelu Standardowego z dużą wartością stosunku średnich próżniowych dwu dubletów pól Higgsa, generowane są skalarnie prądy neutralne zmieniające zapach, które w przypadku przejść $b \rightarrow s$ i $b \rightarrow d$ mogą prowadzić do bardzo dużych, potencjalnie mierzalnych efektów w rozpadach $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-$. Istnienie takich skalarnych FCNC ma także inne interesujące konsekwencje fenomenologiczne. W szczególności, jak zostało to zauważone

⁹Ich znaczenie dla innych przejść $b \rightarrow d(s)l^+ l^-$ i $b \rightarrow s\gamma$ zostanie zanalizowane w rozdziale 7.

w [9], omówione tu formfaktory mogą w MSSM z dużym $\tan\beta$ bardzo znacznie modyfikować przewidywania dotyczące mieszania neutralnych mezonów $B_s^0-\bar{B}_s^0$, poprzez diagramy „dwupingwinowe”. Są to diagramy formalnie dwupętlowe, których wkłady do amplitud są proporcjonalne do $\tan^4\beta$. Zanim jednak przejdziemy do pełnego omówienia konsekwencji fenomenologicznych skalarnych prądów zmieniających zapach, musimy ulepszyć zaprezentowany tu rachunek. Duże, wzmocnione przez $\tan\beta$ wkłady mogą bowiem pojawić się także w wyższych rzędach rachunku zaburzeń. Aby otrzymać wiarygodne przewidywania dla mierzalnych wielkości, należy te duże wkłady zsumować do wszystkich rzędów rachunku zaburzeń. Odpowiedni formalizm umożliwiający takie wysumowanie zostanie przedstawiony w następnym rozdziale, a do konsekwencji fenomenologicznych prądów skalarnych wrócimy w rozdziałach 7 i 8 (rozdział 6 poświęcony będzie porównaniu formalizmu z rozdziału 5 ze stosowanymi w literaturze innymi podejściami).

Rozdział 5

Prądy skalarne w MSSM

W poprzednim rozdziale pokazaliśmy, że w MSSM z dużym $\tan\beta$ mogą generować się zmieniające zapach prądy skalarne dające bardzo istotne przyczynki do amplitud procesów rzadkich, którym towarzyszy przejście $b \rightarrow s$ lub $b \rightarrow d$. Pokazaliśmy, że takie zmieniające zapach kwarków dolnych sprzężenia H^0 i A^0 są wzmacniane przez czynnik $\tan^2\beta$, który staje się bardzo duży dla interesujących z punktu widzenia unifikacji stałych Yukawy t , b i τ [76] wartości $\tan\beta \sim 50$. Argumentowaliśmy też, że konwencjonalny rachunek zaburzeń nie jest najlepszym sposobem obliczania efektów takich sprzężeń, gdyż nie pozwala on łatwo uwzględnić innych wzmocnionych dużymi czynnikami $\tan\beta$ poprawek mogących wystąpić w wyższych rzędach.

Przedstawimy teraz podejście umożliwiające wysumowanie wiodących dla $\tan\beta \gg 1$ wkładów ze wszystkich rzędów rachunku zaburzeń. Podejście to jest oparte na formalizmie lagranżjanu efektywnego pozwalającym kontrolować efekty ciężkich cząstek w procesach niskoenergetycznych. Wysumowuje ono duże wkłady ze wszystkich rzędów rachunku zaburzeń i jednocześnie, po ograniczeniu go do najniższego rzędu, odtwarza wynik kompletnego rachunku jednopętlowego (którego wiodące człony były obliczone w rozdziale 4.3). Zaprezentowane tu podejście stanowi ulepszenie często stosowanego przybliżenia traktującego w sposób uproszczony zależność poprawek od rozszczepienia mas skwarków i zaniedbującego inne stałe sprzężenia niż α_s i y_t . Porównanie obu podejść zostanie dokonane w rozdziale 6.

5.1 Lagranżjan efektywny

Załóżmy, że symetria elektroslaba jest złamana, $v_u \neq 0$, $v_d \neq 0$, i że ciężkie cząstki teorii (sfermiony, gluina i neutralina w MSSM) mogą zostać odcałkowane w sensie Appelquista-Carazzone'a [77] bez naruszenia niezmienniczości cechowania. Rozważamy procesy zachodzące przy energiach wystarczająco niskich, aby ich amplitudy nie mogły mieć części urojonych powiązanych przez unitarność z cząstkami z ciężkiego sektora.

$$\begin{array}{c} \text{---} J \text{---} \bullet \text{---} I \text{---} \\ \text{---} \text{---} \end{array} = -i(\Sigma_{VL}^q \not{p} P_L + \Sigma_{VR}^q \not{p} P_R + \Sigma_{mL}^q P_L + \Sigma_{mR}^q P_R)^{JI}$$

Rysunek 5.1: Poprawki do wyrazów kinetycznych i masowych lekkich fermionów. Energie własne Σ zawierają tylko przyczynki od ciężkich cząstek.

W schemacie renormalizacji $\overline{\text{MS}}$ przy pewnej skali renormalizacji μ_R występujące w pełnej teorii wkłady wirtualnych cząstek ciężkich do energii własnych (Rys.5.1) lekkich fermionów, można w teorii efektywnej (bez cząstek ciężkich) odtworzyć modyfikując odpowiednio człony kinetyczne i masowe tych fermionów

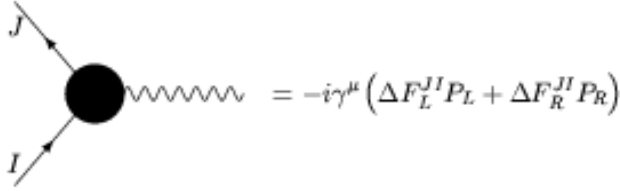
$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{kin}} &= \overline{(d_J)_L} \left(1 - \Sigma_{VL}^d(0)\right)^{JI} i \not{\partial} (d_I)_L + \overline{(d_J)_R} \left(1 - \Sigma_{VR}^d(0)\right)^{JI} i \not{\partial} (d_I)_R \\ &\quad - \overline{(d_J)_R} \left(m_d + \Sigma_{mL}^d(0)\right)^{JI} (d_I)_L - \overline{(d_J)_L} \left(m_d + \Sigma_{mR}^d(0)\right)^{JI} (d_I)_R \quad (5.1) \end{aligned}$$

Analogicznie można zapisać lagranżjan kwarków górnych i leptonów. Tak jak poprzednio, I, J są tu indeksami zapachowymi: $d_1 \equiv d$, $d_2 \equiv s$, $d_3 \equiv b$. Dokładne wyrażenia na energie własne kwarków zostały zamieszczone w Dodatku E. Tak jak w rozdziale 2, diagonalne macierze mas kwarków będą oznaczane przez m_d i m_u gdzie $m_d \equiv \text{diag}(m_{d_1}, m_{d_2}, m_{d_3}) \equiv \text{diag}(m_d, m_s, m_b)$, $m_u \equiv \text{diag}(m_{u_1}, m_{u_2}, m_{u_3}) \equiv \text{diag}(m_u, m_c, m_t)$. Podobnie, wirtualne poprawki odprzęganych cząstek do sprzężeń lekkich fermionów z bozonami cechowania (Rys.5.2) można uwzględnić modyfikując odpowiednio te wierzchołki w lagranżjanie teorii efektywnej:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{int}} &= -\overline{(d_J)_L} \gamma^\mu \left(F_L^{Zd} + \Delta F_L^{Zd}\right)^{JI} (d_I)_L Z_\mu^0 - \overline{(d_J)_R} \gamma^\mu \left(F_R^{Zd} + \Delta F_R^{Zd}\right)^{JI} (d_I)_R Z_\mu^0 \\ &\quad - \overline{(u_J)_L} \gamma^\mu \left(F_L^{Zu} + \Delta F_L^{Zu}\right)^{JI} (u_I)_L Z_\mu^0 - \overline{(u_J)_R} \gamma^\mu \left(F_R^{Zu} + \Delta F_R^{Zu}\right)^{JI} (u_I)_R Z_\mu^0 \\ &\quad - \overline{(u_J)_L} \gamma^\mu \left(F_L^W + \Delta F_L^W\right)^{JI} (d_I)_L W_\mu^+ - \overline{(u_J)_R} \gamma^\mu \left(F_R^W + \Delta F_R^W\right)^{JI} (d_I)_R W_\mu^+ \\ &\quad + \text{H.c.} \quad (5.2) \end{aligned}$$

gdzie $(F_L^{Zq})^{JI} \propto \delta^{JI}$, $(F_L^W)^{JI} = (g/\sqrt{2})V_{JI}$ i $F_R^W = 0$, a formfaktory ΔF obliczone są dla zerowych pędów lekkich cząstek zewnętrznych.

Inne wirtualne efekty odprzęgających się cząstek można w lagranżjanie efektywnym uwzględnić w ten sam sposób — przedstawiając je w postaci efektywnych wierzchołków oddziaływań renormalizowalnych bądź nierenormalizowalnych, tj. będących operatorami wymiaru wyższego niż cztery, np. operatorami czterofermionowymi lub (chromo)magnetycznym operatorem wymiaru pięć.



Rysunek 5.2: Oddziaływanie kwarków z bozonami wektorowymi. Poprawki do wierzchołków zawierają tylko wkłady ciężkich cząstek. Pędy cząstek zewnętrznych są małe w porównaniu z masami cząstek ciężkich.

5.2 Diagonalizacja

Następnym krokiem jest takie przeskalowanie pól kwarków, aby wyrazy kinetyczne w lagranżjanie efektywnym sprowadzić do postaci kanonicznej. W tym celu pola kwarków dolnych przeskalowuje się następująco

$$(d_I)_L \rightarrow \left(1 + \frac{1}{2}\Sigma_{VL}^d\right)^{IJ} (d_J)_L, \quad (d_I)_R \rightarrow \left(1 + \frac{1}{2}\Sigma_{VR}^d\right)^{IJ} (d_J)_R. \quad (5.3)$$

Analogicznie przeskalowuje się oczywiście również pola kwarków górnych. W wyniku tej transformacji zmiane ulegną też wyrazy masowe kwarków przybierając postać

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = -\overline{(d_J)_R} (m_d + \Delta m_d)^{JI} (d_I)_L - \overline{(d_J)_L} (m_d + \Delta m_d^\dagger)^{JI} (d_I)_R, \quad (5.4)$$

gdzie

$$\Delta m_d \equiv \Sigma_{mL}^d(0) + \frac{1}{2}\Sigma_{VR}^d(0)m_d + \frac{1}{2}m_d\Sigma_{VL}^d(0). \quad (5.5)$$

Wyrazy masowe (5.4) (i podobnie wyrazy masowe kwarków górnych) można zdiagonalizować przy użyciu dwóch niezależnych obrotów ¹

$$d_L \rightarrow \mathbf{D}_L d_L, \quad d_R \rightarrow \mathbf{D}_R d_R \quad (5.6)$$

takich, że

$$\left[\mathbf{D}_R^\dagger (m_d + \Delta m_d) \mathbf{D}_L\right]^{JI} = \overline{m}_{d_J} \delta^{JI}. \quad (5.7)$$

\overline{m}_{d_J} oznacza tu poprawioną wartość masy kwarku d_J . Z dokładnością do jednej pętli transformację (5.6) można przedstawić w postaci

$$d_L \rightarrow (\mathbf{1} + \Delta \mathbf{D}_L) d_L, \quad d_R \rightarrow (\mathbf{1} + \Delta \mathbf{D}_R) d_R. \quad (5.8)$$

¹ Obroty te są inne niż te, których dokonano wcześniej by, tak jak w rozdziale 2, zdiagonalizować macierze mas w pełnej teorii (z ciężkimi cząstkami). Niemniej oznaczamy je tu tak samo.

W tym przybliżeniu unitarność macierzy $\mathbf{D}_{L(R)}$ oznacza, że $\Delta\mathbf{D}_{L(R)}^\dagger = -\Delta\mathbf{D}_{L(R)}$ i $\Delta\mathbf{D}_{L(R)}^{II} = 0$, a poprawiona wartość własna masy dana jest przez

$$\bar{m}_{d_J} = m_{d_J} (1 + \kappa_{d_J}), \quad (5.9)$$

gdzie

$$\kappa_{d_J} \equiv \frac{\Sigma_{mL}^{dJJ}(0)}{m_{d_J}} + \frac{1}{2}\Sigma_{VR}^{dJJ}(0) + \frac{1}{2}\Sigma_{VL}^{dJJ}(0) \equiv \frac{(\Delta m_d)^{JJ}}{m_{d_J}}. \quad (5.10)$$

Pozadiagonalne elementy macierzy $\Delta\mathbf{D}_{L(R)}$ wyznacza się wówczas ze związku

$$\left(\Delta\mathbf{D}_R^\dagger \bar{m}_d + \bar{m}_d \Delta\mathbf{D}_L + \Delta m_d\right)^{JI} = 0 \quad \text{dla } J \neq I \quad (5.11)$$

Zauważmy, że tak jak w pracy [74], macierze $\Delta\mathbf{D}_{L,R}$ mnożą tu również diagonalne poprawki do mas kwarków dolnych wzmocnione przez $\tan\beta$, co oznacza zachowanie także wyrazów, które są formalnie wyższego rzędu. Z (5.11) otrzymujemy

$$\Delta\mathbf{D}_L^{JI} = -\frac{\bar{m}_{d_J}\Delta m_d^{JI} + (\Delta m_d^\dagger)^{JI}\bar{m}_{d_I}}{\bar{m}_{d_J}^2 - \bar{m}_{d_I}^2} \quad J \neq I, \quad \Delta\mathbf{D}_L^{JJ} = 0, \quad (5.12)$$

$$\Delta\mathbf{D}_R^{JI} = -\frac{\bar{m}_{d_J}(\Delta m_d^\dagger)^{JI} + \Delta m_d^{JI}\bar{m}_{d_I}}{\bar{m}_{d_J}^2 - \bar{m}_{d_I}^2} \quad J \neq I, \quad \Delta\mathbf{D}_R^{JJ} = 0. \quad (5.13)$$

Wykorzystanie hierarchii mas kwarków $m_{d_3} \gg m_{d_2} \gg m_{d_1}$ ($\bar{m}_{d_3} \gg \bar{m}_{d_2} \gg \bar{m}_{d_1}$) i faktu, że, jak stanie się to jasne w następnym rozdziale,

$$\Delta m_d^{JI} \propto m_{d_J}, \quad (\Delta m_d^\dagger)^{JI} \propto m_{d_I} \quad (5.14)$$

proceedzi do następujących przybliżonych wyrażań na $\Delta\mathbf{D}_{L,R}$:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{D}_L^{JI} &= -\frac{1}{\bar{m}_{d_J}}\Delta m_d^{JI} + \mathcal{O}\left(\frac{\bar{m}_{d_I}^2}{\bar{m}_{d_J}^2}\right), \\ \Delta\mathbf{D}_R^{JI} &= -\frac{1}{\bar{m}_{d_J}}(\Delta m_d^\dagger)^{JI} - \frac{\bar{m}_{d_I}}{\bar{m}_{d_J}^2}\Delta m_d^{JI} \sim \mathcal{O}\left(\frac{\bar{m}_{d_I}}{\bar{m}_{d_J}}\right), \end{aligned} \quad (5.15)$$

dla $J > I$ oraz

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{D}_L^{JI} &= \frac{1}{\bar{m}_{d_I}}(\Delta m_d^\dagger)^{JI} + \mathcal{O}\left(\frac{\bar{m}_{d_J}^2}{\bar{m}_{d_I}^2}\right), \\ \Delta\mathbf{D}_R^{JI} &= \frac{1}{\bar{m}_{d_I}}\Delta m_d^{JI} + \frac{\bar{m}_{d_J}}{\bar{m}_{d_I}^2}(\Delta m_d^\dagger)^{JI} \sim \mathcal{O}\left(\frac{\bar{m}_{d_J}}{\bar{m}_{d_I}}\right), \end{aligned} \quad (5.16)$$

dla $J < I$. Z powyższych wzorów widać, że elementy macierzy $\Delta\mathbf{D}_L$ są ze względu na masy cząstek rzędu $\mathcal{O}(1)$, zaś elementy macierzy $\Delta\mathbf{D}_R$ są zawsze tłumione (w amplitudach $\Delta\mathbf{D}_R$ może być jednak niekiedy wzmocnione przez mnożące je duże masy).

Analogiczne wzory otrzymuje się dla kwarków górnych zastępując odpowiednio $d \rightarrow u$ i $\mathbf{D}_{L(R)} \rightarrow \mathbf{U}_{L(R)}$. W szczególności

$$\left[\mathbf{U}_R^\dagger (m_u + \Delta m_u) \mathbf{U}_L \right]^{JI} = \bar{m}_{u,J} \delta^{JI}, \quad (5.17)$$

gdzie $\bar{m}_{u,J}$ oznacza poprawioną wartość masy kwarku. Ponieważ jednak Δm_u , w przeciwieństwie do Δm_d , nie jest wzmocnione dla dużego $\tan \beta$, można przyjąć, że $\bar{m}_{u,J} \approx m_{u,J}$. Wtedy analogiczny do (5.11) związek dla $\Delta\mathbf{U}_{L,R}$ przyjmuje postać

$$\left(\Delta\mathbf{U}_R^\dagger m_u + m_u \Delta\mathbf{U}_L + \Delta m_u \right)^{JI} = 0 \quad \text{dla } J \neq I. \quad (5.18)$$

Jawne wyrażenia na $\Delta\mathbf{U}_{L,R}$, analogiczne do tych dla $\Delta\mathbf{D}_{L,R}$, otrzymuje się ze wzorów (5.12) - (5.16) zastępując odpowiednio $\bar{m}_{d,J} \rightarrow m_{u,J}$ itd.

Masy $\bar{m}_{d,J}$ i $\bar{m}_{u,J} \approx m_{u,J}$ należy rozumieć jako zrenormalizowane przy skali $\mu_R \sim M_{SUSY}$ biegnące parametry masowe niskoenergetycznej teorii efektywnej. Poprzez znane równania grupy renormalizacji QCD są one związane z parametrami masowymi kwarków przy niskich energiach.

5.3 Efektywna macierz CKM

Obroty (5.8) wpływają nie tylko na masy kwarków, ale także na renormalizację macierzy CKM. W wyniku transformacji (5.3) i (5.8) część lagranżjanu efektywnego opisująca sprzężenia kwarków do bozonu W^\pm przyjmuje postać

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^W = & -\overline{(u_J)_L} \gamma^\mu \left(\tilde{F}_L^W + \Delta \hat{F}_L^W \right)^{JI} (d_I)_L W_\mu^+ \\ & -\overline{(u_J)_R} \gamma^\mu \left(\Delta \hat{F}_R^W \right)^{JI} (d_I)_R W_\mu^+ + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (5.19)$$

gdzie

$$\Delta \hat{F}_L^W \equiv \Delta F_L^W + \frac{1}{2} \Sigma_{VL}^u F_L^W + \frac{1}{2} F_L^W \Sigma_{VL}^d, \quad \Delta \hat{F}_R^W \equiv \Delta F_R^W \quad (5.20)$$

zaś

$$\left(\tilde{F}_L^W \right)^{JI} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} V_{JI}^{\text{eff}} \equiv \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left(\mathbf{U}_L^\dagger \mathbf{V} \mathbf{D}_L \right)^{JI} \approx \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left(V + \Delta \mathbf{U}_L^\dagger V + V \Delta \mathbf{D}_L \right)^{JI}. \quad (5.21)$$

Ponieważ, jak to uzasadniliśmy pod koniec rozdziału 4, będziemy zajmować się cząstkami supersymetrycznymi o masach \sim kilkuset GeV, poprawki $\Delta \hat{F}_{L,R}^W$ można zaniedbać². Zatem

$$V_{JI}^{\text{eff}} = \left(\mathbf{U}_L^\dagger \mathbf{V} \mathbf{D}_L \right)_{JI} \approx \left(V + \Delta \mathbf{U}_L^\dagger V + V \Delta \mathbf{D}_L \right)^{JI} \quad (5.22)$$

² Ich części $\propto \alpha_s^2$ zostały policzone w pracy [28] i są małe nawet dla znacznie lżejszych, $\sim \mathcal{O}(150)$ GeV, chargin i stopów.

odgrywa rolę efektywnej macierzy CKM.

Jak łatwo zrozumieć, to właśnie elementy macierzy V^{eff} , a nie V , wyznacza się przez porównanie przewidywań MSSM z wynikami pomiarów według schematu opisanego w rozdziale 3. Zauważmy też, iż czynione tam założenie (podrozdział 3.1), że elementy $|V_{ub}|$ i $|V_{cb}|$ wyznaczone są z procesów drzewowych niewrażliwych na „nową fizykę”, nie jest spełnione w MSSM z $\tan \beta \gg 1$. Nie podważa to jednak procedury opisanej w rozdziale 3, gdyż wiodące dla $\tan \beta \gg 1$ poprawki pętlowe do procesów zachodzących przez wektorowe prądy naładowane są poprawkami do zewnętrznych linii kwarków i zostają zaabsorbowane w definicję V_{JI}^{eff} . Co więcej, jak zobaczymy w rozdziale 6, poprawki (5.22) nie zmieniają prawie stosunku $|V_{ub}|/|V_{cb}|$: $|V_{ub}|/|V_{cb}| \approx |V_{ub}^{\text{eff}}|/|V_{cb}^{\text{eff}}|$. Należy też podkreślić, że (jak to widać z (5.22)), efektywna macierz CKM V_{JI}^{eff} jest również unitarna,

$$V^{\text{eff}}(V^{\text{eff}})^\dagger = \hat{1}. \quad (5.23)$$

Elementy macierzy V występującej w wyjściowym lagranżjanie MSSM są, przy zadanych parametrach MSSM, w policzalny sposób związane z wyznaczanymi z procesów niskoenergetycznych elementami V_{JI}^{eff} . W zastosowaniach fenomenologicznych należy najpierw obliczyć wszystkie amplitudy w terminach V a następnie wyrazić je przez mierzone V_{JI}^{eff} .

Jak zostało to pokazane w pracach [78, 79], stosunki $|V_{3I}^{\text{eff}}|/|V_{3I}| \approx |V_{I3}^{\text{eff}}|/|V_{I3}|$, gdzie $I \neq 3$, mogą dla $\tan \beta \gg 1$ znacznie różnić się od jedności. Odpowiednie wyrażenia na V^{eff} (w bardzo dobrze działającym przybliżeniu) oraz wyniki numeryczne zostaną przedstawione w rozdziale 6.

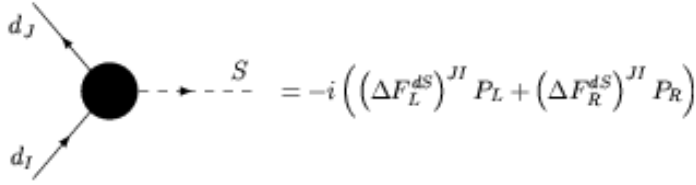
Dla kompletności należy jeszcze podać jawną postać sprzężeń (5.2) kwarków do bozonu Z^0 po transformacjach (5.3) i (5.6):

$$\begin{aligned} F_L^{dZ} + \Delta \hat{F}_L^{dZ} &\rightarrow \mathbf{D}_L^\dagger \left(F_L^{dZ} + \Delta \hat{F}_L^{dZ} \right) \mathbf{D}_L \\ &\equiv \mathbf{D}_L^\dagger \left(F_L^{dZ} + \Delta \hat{F}_L^{dZ} + \frac{1}{2} \Sigma_{VL}^d F_L^{dZ} + \frac{1}{2} F_L^{dZ} \Sigma_{VL}^d \right) \mathbf{D}_L \end{aligned} \quad (5.24)$$

i podobnie dla $L \rightarrow R$. Ponieważ czynniki $F_{L(R)}^{dZ}$ są diagonalne w zapachu, z dokładnością do jednej pętli, można w (5.24) opuścić obroty $\mathbf{D}_{L(R)}$. To samo dotyczy sprzężeń kwarków górnych do Z^0 . w przypadku sprzężeń kwarków dolnych, kiedy może to być istotne, wpływ obrotów $\mathbf{D}_{L(R)}$ na generowane pętlowo niediagonalne w zapachu czynniki $\Delta \hat{F}_L^{dZ}$ (tj. na wektorowe prądy zmieniające zapach) można uwzględnić łatwo w sposób opisany w podrozdziale 5.6.

5.4 Sprzężenia neutralnych bozonów Higgsa do fermionów

Tak jak w przypadku sprzężeń z bozonami wektorowymi, jednopętlowe poprawki do wierzchołków oddziaływania kwarków z neutralnymi skalarnymi bozonami Higgsa (S^0)



Rysunek 5.3: Poprawki do wierzchołków oddziaływań kwarków z neutralnymi bozonami Higgsa. ΔF zawierają tylko wkłady ciężkich cząstek.

pochodzące od odprzęganych ciężkich cząstek, zapiszemy w postaci dodatków do sprzężeń w lagranżjanie efektywnym

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{S^0} = -\overline{(d_J)_R} (F_L^{dS} + \Delta F_L^{dS})^{JI} (d_I)_L S^0 - \overline{(d_J)_L} (F_R^{dS} + \Delta F_R^{dS})^{JI} (d_I)_R S^0. \quad (5.25)$$

(Podobnie można zapisać poprawki do sprzężeń kwarków górnych). Dla neutralnych bozonów Higgsa i Goldstona zachodzi

$$(F_{L(R)}^{dS})^{JI} = \eta_{L(R)}^{dS} m_{d_J} \delta^{JI} \equiv (F_{L(R)}^{dS})^J \delta^{JI}, \quad (5.26)$$

gdzie

$$(F_L^{dS})^J = \frac{m_{d_J}}{v_d} x_d^S = (F_R^{dS})^{J*}, \quad (5.27)$$

a $x_d^S = (c_\alpha, -s_\alpha, i s_\beta, -i c_\beta)$ dla $S^0 = H^0, h^0, A^0, G^0$. Po przeskalowaniu pól kwarków zgodnie ze wzorem (5.3) i dokonaniu obrotów (5.6) wyrażenia w nawiasach we wzorze (5.25) przyjmują postać

$$\begin{aligned} & \mathbf{D}_R^\dagger \left(F_L^{dS} + \Delta F_L^{dS} + \frac{1}{2} \Sigma_{VR}^d F_L^{dS\text{corr}} + \frac{1}{2} F_L^{dS\text{corr}} \Sigma_{VL}^d \right) \mathbf{D}_L \\ & \mathbf{D}_L^\dagger \left(F_L^{dS} + \Delta F_L^{dS} + \frac{1}{2} \Sigma_{VR}^d F_L^{dS\text{corr}} + \frac{1}{2} F_L^{dS\text{corr}} \Sigma_{VL}^d \right) \mathbf{D}_R \end{aligned} \quad (5.28)$$

gdzie

$$(F_{L(R)}^{dS\text{corr}})^J \equiv \eta_{L(R)}^{dS} m_{d_J} + (\Delta F_{L(R)}^{dS})^{JJ}. \quad (5.29)$$

W jednopętlowym przybliżeniu dla macierzy obrotów \mathbf{D}_L i \mathbf{D}_R wzory (5.28) sprowadzają się do

$$F_L^{dS} + \Delta F_L^{dS} + \frac{1}{2} \Sigma_{VR}^d F_L^{dS\text{corr}} + \frac{1}{2} F_L^{dS\text{corr}} \Sigma_{VL}^d + \Delta \mathbf{D}_R^\dagger F_L^{dS\text{corr}} + F_L^{dS\text{corr}} \Delta \mathbf{D}_L, \quad (5.30)$$

$$F_R^{dS} + \Delta F_R^{dS} + \frac{1}{2} \Sigma_{VL}^d F_R^{dS\text{corr}} + \frac{1}{2} F_R^{dS\text{corr}} \Sigma_{VR}^d + \Delta \mathbf{D}_L^\dagger F_R^{dS\text{corr}} + F_R^{dS\text{corr}} \Delta \mathbf{D}_R. \quad (5.31)$$

Zauważmy, że w ten sposób uwzględnione zostają zarówno poprawki do sprzężeń zmieniających zapach, jak i diagonalnych w zapachach. W zastosowaniach fenomenologicznych należy wyrazić F_L^{dS} i F_R^{dS} przez „mierzoną” masę \bar{m}_{d_J} używając relacji (5.9)

$$\left(F_L^{dS}\right)^{JI} = \eta_L^{dS} \frac{\bar{m}_{d_J}}{1 + \kappa_{d_J}} \delta^{JI} \approx \eta_L^{dS} \frac{\bar{m}_{d_J}}{1 + \epsilon_{d_J}} \delta^{JI} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\Sigma_{VL}^d + \Sigma_{VR}^d\right)^{JJ}\right] \quad (5.32)$$

i analogicznie dla $\left(F_R^{dS}\right)^{JI}$. Druga (przybliżona) równość (5.32) zachodzi przy założeniu, że wektorowe części energii własnych fermionów nie dają dużych wkładów, co pozwoliło zaniedbać człony $\epsilon_{d_J} \left(\Sigma_{VL}^d + \Sigma_{VR}^d\right)$ i mniejsze. Dla przyszłych celów zdefiniowaliśmy tu wielkość ϵ_{d_J}

$$\epsilon_{d_J} \equiv \frac{\left(\Sigma_{mL}^d\right)^{JJ}}{m_{d_J} \tan \beta}. \quad (5.33)$$

Wyrażenie (5.32) możemy teraz porównać z uzyskiwanym w rozdziale 4 w standardowym rachunku perturbacyjnym („na powłoce masy”) w jednej pętli wyrażeniem dla wierzchołka $\bar{d}_J S^0 d_I$. Dla wierzchołków zmieniających zapach w rozdziale 4.3 otrzymaliśmy (w notacji z tego rozdziału)

$$\left(\Delta F_L^{dS}\right)^{JI} - \eta_L^{dS} \left(\Sigma_{mL}^d(0)\right)^{JI}, \quad J \neq I. \quad (5.34)$$

Dla wierzchołków nie zmieniających zapachu, stosując zwykły rachunek zaburzeń, otrzymalibyśmy

$$\eta_L^{dS} \bar{m}_{d_J} \delta^{JI} + \left(\Delta F_L^{dS}\right)^{JI} - \eta_L^{dS} \Sigma_{mL}^{dJI}, \quad (5.35)$$

gdzie ostatni człon pochodziłby z kontreczłonu renormalizującego poprawkę do masy kwarku d_J . Aby przekonać się, że te dwa podejścia są, z dokładnością do wyrazów wyższego rzędu, równoważne, należy (5.30) rozwinąć ściśle do jednej pętli (zaniedbując różnicę między m_d i \bar{m}_d we wszystkich wyrazach jednopętlowych) oraz skorzystać ze wzorów (5.12), (5.13) oraz (5.9) i (5.10). Zauważmy w szczególności, że wierzchołek (5.30) jest z dokładnością do jednej pętli niezależny od wektorowych części energii własnych (zarówno dla przejść diagonalnych jak i pozadiagonalnych).

Jak to będzie widoczne z przybliżeń, które przedstawimy w rozdziale 6, dzięki zachowaniu w mianowniku (5.32) czynników ϵ_{d_J} , dokonane zostanie zsumowanie wiodących poprawek rzędu

$$\left(\alpha_s \frac{|\mu|}{m_{\tilde{g}}}\right)^k \left(y_t^2 \frac{A_t}{|\mu|}\right)^{n-k} \tan^n \beta, \quad k = 0..n \quad (5.36)$$

ze wszystkich rzędów rachunku zaburzeń ($n = 1, 2, \dots$). Bardziej formalny dowód, oparty na przybliżeniu, które omówimy w rozdziale 6, został przeprowadzony w pracy [73] (dla sprzężeń diagonalnych w zapachu — nietrudno jednak zauważyć, że przenosi się

on także na sprzężenia niediagonalne). Ponieważ podejście z tego rozdziału redukuje się do przybliżenia z rozdziału 6 w odpowiedniej granicy, musi ono również sumować wyrazy (5.36).

W przypadku diagonalnych (tj. nie zmieniających zapachu) sprzężeń kwarków dolnych do skalarów wstawiając (5.30) do (5.32) mamy

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{diag}} = -\overline{(d_J)_R} \left(\eta_L^{dS} \frac{\overline{m}_{d_J}}{1 + \epsilon_{d_J} \tan \beta} + \Delta F_L^{dS} \right)^{JJ} (d_J)_L S^0 - \text{H.c.}, \quad (5.37)$$

gdzie zaniedbaliśmy wyrazy rzędu $(\Delta F_L^{dS})^{JJ} \Sigma_{VL(R)}^d$. Poprawki zawarte w czynniku $1/(1 + \epsilon_{d_J})$ są szczególnie istotne w przypadku analizy rozpadów neutralnego bozonu Higgsa na pary $b\bar{b}$ lub $\tau^+\tau^-$ [80, 81].

Otrzymane wyrażenia dla wierzchołków niediagonalnych w zapachach można znacznie uprościć biorąc pod uwagę hierarchię mas m_{d_J} : $m_{d_3} \gg m_{d_2} \gg m_{d_1}$ ($\overline{m}_{d_3} \gg \overline{m}_{d_2} \gg \overline{m}_{d_1}$) i używając przybliżonych wzorów (5.15) i (5.16) na macierze obrotów $\Delta \mathbf{D}_{L(R)}$. Zapisując lagranżjan efektywny dla sprzężeń pozadiagonalnych w postaci

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{off-diag}} = -\overline{(d_J)_R} [X_{RL}^S]^{JI} (d_I)_L S^0 - \overline{(d_J)_L} [X_{LR}^S]^{JI} (d_I)_R S^0, \quad (5.38)$$

dla $J > I$ znajdujemy

$$[X_{RL}^S]^{JI} = \left(\Delta F_L^{dS} + \frac{1}{2} \Sigma_{VR}^d F_L^{d\text{Scorr}} + \frac{1}{2} F_L^{d\text{Scorr}} \Sigma_{VL}^d \right)^{JI} - \frac{(F_L^{d\text{Scorr}})^J}{\overline{m}_{d_J}} (\Delta m_d)^{JI} \quad (5.39)$$

$$\begin{aligned} [X_{LR}^S]^{JI} &= \left(\Delta F_R^{dS} + \frac{1}{2} \Sigma_{VL}^d F_R^{d\text{Scorr}} + \frac{1}{2} F_R^{d\text{Scorr}} \Sigma_{VR}^d \right)^{JI} \\ &- \frac{(F_R^{d\text{Scorr}})^J}{\overline{m}_{d_J}} (\Delta m_d^\dagger)^{JI} + \left(\frac{(F_R^{d\text{Scorr}})^I}{\overline{m}_{d_J}} - \frac{(F_R^{d\text{Scorr}})^J \overline{m}_{d_I}}{\overline{m}_{d_J}^2} \right) (\Delta m_d)^{JI}. \end{aligned} \quad (5.40)$$

Wzory na $[X_{RL}^S]^{JI}$ i $[X_{LR}^S]^{JI}$ dla $J < I$ można otrzymać korzystając z reguły

$$[X_{RL}^S]^{JI} = [X_{LR}^{S\dagger}]^{JI} = [X_{LR}^S]^{IJ*}, \quad [X_{LR}^S]^{JI} = [X_{RL}^{S\dagger}]^{JI} = [X_{RL}^S]^{IJ*} \quad (5.41)$$

(pamiętając że $(F_L^{d\text{Scorr}})^{J*} = (F_R^{d\text{Scorr}})^J$). Jawne wyrażenia dla $J < I$ mają postać

$$\begin{aligned} [X_{RL}^S]^{JI} &= \left(\Delta F_L^{dS} + \frac{1}{2} \Sigma_{VR}^d F_L^{d\text{Scorr}} + \frac{1}{2} F_L^{d\text{Scorr}} \Sigma_{VL}^d \right)^{JI} \\ &- (\Delta m_d)^{JI} \frac{(F_L^{d\text{Scorr}})^I}{\overline{m}_{d_I}} + \left(\frac{(F_L^{d\text{Scorr}})^J}{\overline{m}_{d_I}} - \frac{(F_L^{d\text{Scorr}})^I \overline{m}_{d_J}}{\overline{m}_{d_I}^2} \right) (\Delta m_d^\dagger)^{JI}. \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$[X_{LR}^S]^{JI} = \left(\Delta F_R^{dS} + \frac{1}{2} \Sigma_{VL}^d F_R^{d\text{Scorr}} + \frac{1}{2} F_R^{d\text{Scorr}} \Sigma_{VR}^d \right)^{JI} - \frac{(F_R^{d\text{Scorr}})^I}{\bar{m}_{d_I}} (\Delta m_d^\dagger)^{JI} \quad (5.43)$$

Tak jak w rachunku przeprowadzonym w podrozdziale 4.3, wiodące $\sim \tan \beta$ wkłady do $[X_{RL}^S]^{JI}$ i $[X_{LR}^S]^{JI}$ pochodzą z wyrazów proporcjonalnych do Δm i Δm^\dagger . Ze wzoru (5.14) widać wtedy, że dla przejść $b \rightarrow s, d$ dominuje $[X_{LR}^S]^{sb}$, a dla przejść $d, s \rightarrow b$ $[X_{RL}^S]^{JI}$. Należy także pamiętać, że m_d i V występujące w $\Delta F_{L(R)}^{dS}$, Δm_d itd. muszą zostać wyrażone przez \bar{m}_d i V^{eff} .

5.5 Sprzężenia naładowanych bozonów Higgsa do fermionów

Wpływ ciężkich cząstek na sprzężenia naładowanych skalarów (H^\pm) oraz bozonów Goldstona (G^\pm) z kwarkami po uwzględnieniu transformacji (5.3) i obrotów (5.6) opisuje lagranżjan efektywny

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{H^+, G^+} = & \overline{(u_J)_R} [P_{RL}^H]^{JI} (d_I)_L H^+ + \overline{(u_J)_L} [P_{LR}^H]^{JI} (d_I)_R H^+ \\ & + \overline{(u_J)_R} [P_{RL}^G]^{JI} (d_I)_L G^+ + \overline{(u_J)_L} [P_{LR}^G]^{JI} (d_I)_R G^+ + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (5.44)$$

w którym dla $k = H^+, G^+$:

$$\begin{aligned} [P_{RL}^k] &= \mathbf{U}_R^\dagger \left(\eta_L^k m_u V + \Delta \widehat{F}_L^k \right) \mathbf{D}_L \\ [P_{RL}^k] &= \mathbf{U}_L^\dagger \left(\eta_R^k m_d V + \Delta \widehat{F}_R^k \right) \mathbf{D}_R. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Drzewowe sprzężenia $\eta_L^H, \eta_R^H, \eta_L^G$ i η_R^G są dane wzorami

$$\eta_L^H = \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} \cot \beta, \quad \eta_R^H = \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} \tan \beta \quad (5.46)$$

oraz

$$\eta_L^G = \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W}, \quad \eta_R^G = -\frac{g_2}{\sqrt{2}M_W}, \quad (5.47)$$

a poprawki $\Delta \widehat{F}_{L,R}^i$ zdefiniowane są następująco

$$\Delta \widehat{F}_L^k = \Delta F_L^k + \frac{1}{2} \Sigma_{VR}^u \eta_L^k m_u V + \frac{1}{2} \eta_L^k m_u V \Sigma_{VL}^d, \quad (5.48)$$

$$\Delta \widehat{F}_R^k = \Delta F_R^k + \frac{1}{2} \Sigma_{VL}^u \eta_R^k V m_d + \frac{1}{2} \eta_R^k V m_d \Sigma_{VR}^d. \quad (5.49)$$

$\Delta F_{L(R)}^k$ jest zdefiniowana analogicznie jak w (5.2). Jawne wzory na wkłady cząstek supersymetrycznych do $\Delta F_{L(R)}^k$ i Σ podane zostały w Dodatku E.

Korzystając z przybliżeń (5.8) i zanedbując wyrazy z $\Delta\mathbf{D}\Delta\hat{F}$ etc. otrzymuje się z (5.45)

$$\left[P_{RL}^i\right] = \eta_L^i m_u V^{\text{eff}} + \eta_L^i (\Delta\mathbf{U}_R^\dagger m_u - m_u \Delta\mathbf{U}_L^\dagger) V^{\text{eff}} + \Delta\hat{F}_L^i \quad (5.50)$$

$$\left[P_{LR}^i\right] = \eta_R^i V^{\text{eff}} m_d + \eta_R^i V^{\text{eff}} (m_d \Delta\mathbf{D}_R - \Delta\mathbf{D}_L m_d) + \Delta\hat{F}_R^i \quad (5.51)$$

Wygodnie też będzie zdefiniować parametry ϵ_{JI}^{HL} , ϵ_{JI}^{HR} , ϵ_{JI}^{GL} i ϵ_{JI}^{GR} jako

$$\left[P_{RL}^H\right]^{JI} = \eta_L^H \bar{m}_{u_J} V_{JI}^{\text{eff}} (1 - \epsilon_{JI}^{HL}), \quad \left[P_{LR}^H\right]^{JI} = \eta_R^H V_{JI}^{\text{eff}} \bar{m}_{d_I} (1 - \epsilon_{JI}^{HR}), \quad (5.52)$$

$$\left[P_{RL}^G\right]^{JI} = \eta_L^G \bar{m}_{u_J} V_{JI}^{\text{eff}} (1 + \epsilon_{JI}^{GL}), \quad \left[P_{LR}^G\right]^{JI} = \eta_R^G V_{JI}^{\text{eff}} \bar{m}_{d_I} (1 + \epsilon_{JI}^{GR}). \quad (5.53)$$

Po prostych przekształceniach otrzymujemy z (5.45)

$$\epsilon_{HL}^{JI} = -\frac{\sqrt{2}M_W}{g_2} \frac{\left[\mathbf{U}_R^\dagger \cdot \left(\tan\beta\Delta\hat{F}_L^H \cdot V^\dagger - \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W}\Delta m_u\right) \cdot \mathbf{U}_L\right]^{JK} V_{\text{eff}}^{KI}}{\bar{m}_{u_J} V_{\text{eff}}^{JI}} \quad (5.54)$$

$$\epsilon_{HR}^{JI} = -\frac{\sqrt{2}M_W}{g_2} \frac{V_{\text{eff}}^{JK} \left[\mathbf{D}_L^\dagger \cdot \left(\cot\beta V^\dagger \cdot \Delta\hat{F}_R^H - \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W}(\Delta m_d)^\dagger\right) \cdot \mathbf{D}_R\right]^{KI}}{V_{\text{eff}}^{JI} \bar{m}_{d_I}} \quad (5.55)$$

$$\epsilon_{GL}^{JI} = \frac{\sqrt{2}M_W}{g_2} \frac{\left[\mathbf{U}_R^\dagger \cdot \left(\Delta\hat{F}_L^G \cdot V^\dagger - \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W}\Delta m_u\right) \cdot \mathbf{U}_L\right]^{JK} V_{\text{eff}}^{KI}}{\bar{m}_{u_J} V_{\text{eff}}^{JI}} \quad (5.56)$$

$$\epsilon_{GR}^{JI} = -\frac{\sqrt{2}M_W}{g_2} \frac{V_{\text{eff}}^{JK} \left[\mathbf{D}_L^\dagger \cdot \left(V^\dagger \cdot \Delta\hat{F}_R^G + \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W}(\Delta m_d)^\dagger\right) \cdot \mathbf{D}_R\right]^{KI}}{V_{\text{eff}}^{JI} \bar{m}_{d_I}} \quad (5.57)$$

Wyniki numeryczne dla parametrów ϵ_{JI}^{HR} , ϵ_{JI}^{GL} i ϵ_{JI}^{GR} zaprezentowane zostaną w rozdziale 6. Skomplikowane wzory (5.54)-(5.57) ulegają znacznemu uproszczeniu w przybliżeniu omawianym w następnym rozdziale. W szczególności, parametry ϵ_{JI}^{GL} i ϵ_{JI}^{GR} w tej granicy znikają. Poza granicą niezłamanej symetrii elektroslabej, ϵ_{JI}^{GL} i ϵ_{JI}^{GR} są znacznie mniejsze niż ϵ_{JI}^{HL} i ϵ_{JI}^{HR} .

5.6 Sprzężenia chargino–kwark–skwark

W zaprezentowanym powyżej podejściu chargina i skwarki są odcałkowane i nie pojawiają się jako jawne stopnie swobody w niskoenergetycznej teorii efektywnej. Dają one wkłady do amplitud poprzez efekty wirtualne: po pierwsze przez poprawki do mas kwarków $\Delta m_{d,u}$, formfaktory ΔF i po drugie poprzez operatory wyższych wymiarów. Rozważmy przykładowo jeden z kilku takich nierenormalizowalnych operatorów wyższego wymiaru³,

$$\Delta\mathcal{L}^{\text{eff}} = -C_{JIMN}^{VLR} \left(\overline{(d_J)_L} \gamma^\mu (d_I)_L\right) \left(\overline{(d_M)_R} \gamma_\mu (d_N)_R\right), \quad (5.58)$$

³ W podobny sposób można też potraktować generowane w jednej pętli przez chargina i stopy zmieniające zapach sprzężenia Z^0 , fotonu etc.

generowany np. przez diagramy pudełkowe z wymianą chargin i stopów. C_{JIMN}^{VLR} są współczynnikami Wilsona zależącymi od indeksów zapachowych J, I, M, N . Współczynniki te można obliczyć używając sprzężeń występujących w wyjściowym lagranżjanie MSSM

$$\mathcal{L}_\chi^{\text{MSSM}} = - \sum_{i=1,2} \bar{\psi}_{C_i^-} U^- \left(c_L^i d_L + c_R^i d_R \right) + \text{H.c.}, \quad (5.59)$$

c_L^i i c_R^i są dane wzorami (4.26), które w notacji macierzowej mają postać [16]:

$$c_L^i = \left(a^i + b^i \cdot \frac{m_u}{\sin \beta} \right) \cdot V, \quad c_R^i = \frac{h^i}{\cos \beta} \cdot V \cdot m_d. \quad (5.60)$$

a^i, b^i i h^i są tu macierzami 6×3 zależącymi od składu chargin oraz mieszania lewo- i prawochiralnych skwarków. Współczynniki C_{JIMN}^{VLR} dla zewnętrznych pól kwarkowych o danej chiralności wyrażają się przez sumy po indeksach skwarkowych i charginowych iloczynów odpowiednich współczynników $c_L^i, c_R^i, (c_L^i)^\dagger$ and $(c_R^i)^\dagger$ mnożonych przez funkcje zależne od mas chargin i skwarków.

Przeskalowanie pól kwarkowych (5.3) i obroty (5.8) dokonywane w efektywnym lagranżjanie wpływają również na współczynniki C_{JIMN}^{VLR} . Zaniedbując niewzmocnione przez duży $\tan \beta$ przeskalowanie (5.3), łatwo jest zobaczyć, że działanie obrotów (5.8) sprowadza się do pomnożenia c_L^i i c_R^i odpowiednio przez macierze \mathbf{D}_L i \mathbf{D}_R . Uwzględniając definicję (5.21) widać, że w przybliżeniu $\Delta \mathbf{U}_{L(R)} \approx 0$ sprowadza się to do zastąpienia macierzy CKM V z lagranżjanu MSSM przez efektywną („mierzoną”) macierz CKM V^{eff} we wszystkich c_L^i , z których zbudowane są współczynniki C_{JIMN}^{VLR} . Efekt działania obrotów na c_R^i jest bardziej skomplikowany:

$$V \cdot m_d \cdot \mathbf{D}_R \approx V^{\text{eff}} \cdot \mathbf{D}_L^\dagger \cdot m_d \cdot \mathbf{D}_R \approx V^{\text{eff}} \cdot m_d + V^{\text{eff}} \cdot (m_d \cdot \Delta \mathbf{D}_R - \Delta \mathbf{D}_L \cdot m_d).$$

Zatem, najistotniejsze efekty obrotów (5.8) widoczne w nierenormalizowalnych operatorach oraz w generowanych pętlowo poprawkach do $\Delta F_{L,R}^k$ do sprzężeń kwarków dolnych z bozonem Z^0 , mogą być uwzględnione poprzez obliczenie ich współczynników Wilsona przy użyciu zmodyfikowanych sprzężeń chargino–skwark–gluino

$$c_L^i \rightarrow \left(a^i + b^i \cdot \frac{m_u}{\sin \beta} \right) \cdot V^{\text{eff}}, \quad (5.61)$$

$$c_R^i \rightarrow \frac{h^i}{\cos \beta} \cdot \left[V^{\text{eff}} \cdot m_d + V^{\text{eff}} \cdot (m_d \cdot \Delta \mathbf{D}_R - \Delta \mathbf{D}_L \cdot m_d) \right], \quad (5.62)$$

gdzie $m_{u_j} \approx \bar{m}_{u_j}$ i $m_{d_I} = \bar{m}_{d_I} / (1 + \epsilon_{d_I} \tan \beta)$.

Obliczone w tym rozdziale wierzchołki efektywnego lagranżjanu zależą od skali renormalizacji μ_R . Skala ta powinna być wybrana tak, aby była rzędu mas odcałkowywanych cząstek, a sprzężenia i masy występujące w lagranżjanie efektywnym powinny być

traktowane jako biegnące parametry. Przykładowo, wkład pochodzący od wymiany bozonu Higgsa, powinien być obliczony przy skali $\mu'_R \sim M_{H^+}$. Jeżeli $M_{\text{SUSY}} \gg M_{H^+} \sim M_W$, sprzężenia w lagranżjanie efektywnym powinny być ewoluowane od skali μ_R do skali μ'_R za pomocą równań grupy renormalizacji podobnych do równań dla sprzężeń Yukawy w Modelu Standardowym:

$$\mu \frac{d}{d\mu} [X_{LR}]^{qb} = -8 \frac{\alpha_s}{4\pi} [X_{LR}]^{qb} + \dots, \quad (5.63)$$

gdzie zachowaliśmy tylko efekty renormalizacji QCD. W wyniku takiej ewolucji $[X_{LR}]^{qb}$ i $[X_{RL}]^{qb}$ zostają pomnożone przez czynnik $\left| \frac{\alpha_s(\mu_R)}{\alpha_s(\mu'_R)} \right|^{4/7}$ równy ~ 1.07 dla $\mu_R \sim 500$ GeV i około 1.12 dla $\mu_R \sim 1$ TeV. Aby spójnie uwzględnić takie poprawki, trzeba by także najpierw wyznaczyć wszystkie sprzężenia supercząstek y_t, α_s, g_2, g_1 przy skali μ_R (i użyć ich do obliczenia $[X_{LR}]$). Efektów tych nie będziemy jednak uwzględniać w tej pracy.

Warto też zauważyć, że choć w powyższej analizie ograniczyliśmy się do wersji MSSM w której naruszenie zapachu i łamanie symetrii CP jest powodowane przez macierz CKM, to wyprowadzone tu pełne wzory na efektywne sprzężenia są zupełnie ogólne, i mogą zostać użyte również do analizy modeli z innymi niż macierz CKM źródłami naruszenia zapachu i łamania symetrii CP. Jedyne we wzorach opartych na przybliżeniu (5.8) w przypadku nieminimalnego łamania CP, tj. zespolonych $\Sigma_{VL}^{dJJ}(0)$, konieczne byłoby uzupełnienie rotacji (5.8) chiralnymi obrotami pól kwarkowych tak, aby uczynić masy \overline{m} rzeczywistymi. Rotacje takie są automatycznie uwzględniane w pełnych obrotach (5.6).

Rozdział 6

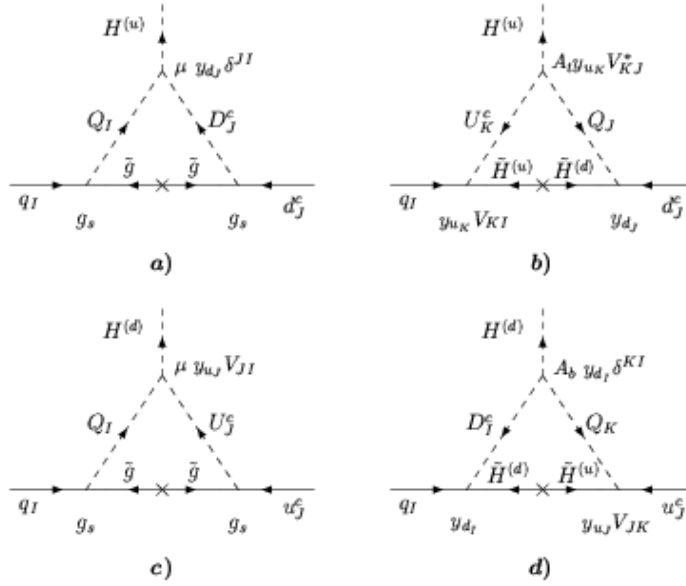
Analiza w granicy niezłamanej symetrii $SU(2) \times U(1)$

W poprzednim rozdziale przedstawiliśmy ogólny formalizm umożliwiający wysumowanie ze wszystkich rzędów rachunku zaburzeń wiodących dla $\tan \beta \gg 1$ poprawek do mających postać prądów skalarnych sprzężeń kwarków dolnych do neutralnych i naładowanych bozonów Higgsa. Otrzymane tam pełne wyniki w odpowiedniej granicy odzwierciedlają dokładnie jednopętlowe poprawki do tych sprzężeń otrzymywane przy pomocy konwencjonalnego rachunku zaburzeń. W związku z tym, jeśli pomija się opisaną na samym końcu poprzedniego rozdziału ewolucję efektywnych stałych sprzężenia od skali $\mu_R \sim M_{SUSY}$ do skali $\mu'_R \sim M_W$, w poprawki Σ , ΔF itd. można by oprócz wkładów cząstek supersymetrycznych włączyć również wkłady nieodprzęganych cząstek niesupersymetrycznych otrzymując w ten sposób zarówno sumowanie wiodących poprawek jak też i kompletne jednopętlowe wkłady do efektywnych sprzężeń.

Wyprowadzone w rozdziale 5 wzory nie są jednak bardzo przejrzyste. Dlatego też w tym rozdziale przedstawimy wzory uproszczone, otrzymywane dla $\tan \beta \gg 1$ przy następujących założeniach:

1. dominacji α_s i y_t (i zaniebaniu innych stałych sprzężenia poza, oczywiście, y_{d_j}),
2. silnej degeneracji mas skwarków (co w parametryzacji (4.17) odpowiadałoby przyjęciu $m_{U_3} = m_{D_3} = m \gg m_t$),
3. małości efektów średnich próżniowych $\sim v_u$ i v_d , co pozwala przeprowadzić odpręgnięcie cząstek ciężkich w fazie symetrycznej MSSM ($v_u = v_d = 0$) i uwzględnić $v_u \neq 0$, $v_d \neq 0$ dopiero w teorii efektywnej. Odpowiada to zaniebaniu, nawet dla $\mu \neq 0$, $A_t \neq 0$ mieszania lewo i prawochiralnych skwarków.

To ostatnie założenie będziemy nazywać rachunkiem w granicy symetrii $SU(2) \times U(1)$. Zaletą tego uproszczonego podejścia, powszechnie stosowanego w literaturze [10, 74, 79], jest to, że otrzymuje się w nim proste i przejrzyste wzory zdające dobrze sprawę z głównych efektów i ich zależności od parametrów MSSM. Jak jednak pokażemy porównując



Rysunek 6.1: Poprawki wierzchołkowe w granicy niezłamanej symetrii $SU(2) \times U(1)$. Diagramy a) i b) dają wkład do $\Delta_u \mathbf{Y}_d$. Poprawka $\Delta_d \mathbf{Y}_d$ pochodzi z podobnych diagramów z wychodzącym $H^{(u)}$ zastąpionym przez wchodzące pole $H^{(d)}$ i czynnikami μ^* i A_t zastąpionymi przez A_b i μ . Diagramy c) i d) dają poprawkę $\Delta_d \mathbf{Y}_u$. Poprawka $\Delta_u \mathbf{Y}_u$ pochodzi z podobnych diagramów z wychodzącym $H^{(d)}$ zastąpionym przez wchodzące pole $H^{(u)}$ i czynnikami μ^* i A_b^* zastąpionymi przez μ i A_t .

numerycznie oba podejścia, formuły otrzymane przy wymienionych wyżej założeniach często dają rezultaty różniące się nawet o 30 – 40% od otrzymywanych przy zastosowaniu wzorów z rozdziału 5. W przypadku sprzężeń $[X_{LR}^S]$, $[X_{RL}^S]$ neutralnych bozonów Higgsa największe rozbieżności między obydwojma podejściami występują, gdy parametry sektora skwarków nie spełniają założenia 2. Część rozbieżności związana też jest z założeniem 1: $g_2 \neq 0$ powoduje, że w rzeczywistości chargina dają także pewien przyczynek do parametru ϵ_0 zdefiniowanego wzorem (6.4). Efekty związane z $g_2 \neq 0$ okazują się szczególnie istotne dla parametrów ϵ_{JI}^{HL} i ϵ_{JI}^{HR} , zdefiniowanych wzorami (5.52), (5.53): jak zobaczymy, podejście oparte na założeniach 1, 2, 3 daje w tym przypadku złe przybliżenie. Na zakończenie tego rozdziału zmodyfikujemy oparte na rachunku w granicy symetrii $SU(2) \times U(1)$ podejście tak, by zachowując względną prostotę wzorów otrzymać zadowalającą zgodność z podejściem z rozdziału 5.

6.1 Lagranżjany efektywne

Jawne łamanie omówionej w rozdziale 2 symetrii Peccei-Quinn przez człon $\mu \hat{H}_d \hat{H}_u$ superpotencjału MSSM powoduje, że odprężanie w sensie Appelquista-Carazzone [77] ciężkich skwarków, higgsin i gluin, nawet w fazie niezłamanej symetrii $SU(2) \times U(1)$ (tj. przy $\langle H_d \rangle = \langle H_u \rangle = 0$), prowadzi do efektywnych sprzężeń Yukawy mających postać (2.5) ogólnego dwudoubletowego sektora Higgsa

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}} = & -\epsilon_{ij} H_i^{(d)} \bar{d}_R \cdot (\mathbf{Y}_d + \Delta_d \mathbf{Y}_d) \cdot q_{jL} - H_i^{(u)*} \bar{d}_R \cdot \Delta_u \mathbf{Y}_d \cdot q_{iL} \\ & -\epsilon_{ij} H_i^{(u)} \bar{u}_R \cdot (\mathbf{Y}_u + \Delta_u \mathbf{Y}_u) \cdot q_{jL} - H_i^{(d)*} \bar{u}_R \cdot \Delta_d \mathbf{Y}_u \cdot q_{iL} + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (6.1)$$

gdzie, jak poprzednio, $\epsilon_{21} = -\epsilon_{12} = 1$, a w notacji z rozdziału 2

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_d^1 &= \mathbf{Y}_d + \Delta_d \mathbf{Y}_d, & \mathbf{Y}_d^2 &= \Delta_u \mathbf{Y}_d, \\ \mathbf{Y}_u^1 &= \mathbf{Y}_u + \Delta_u \mathbf{Y}_u, & \mathbf{Y}_u^2 &= \Delta_d \mathbf{Y}_u. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Zgodnie z dyskusją tam przeprowadzoną, niezerowe \mathbf{Y}_d^2 i \mathbf{Y}_u^2 prowadzą do powstania mających postać prądów skalarnych zmieniających zapach sprzężeń kwarków do neutralnych bozonów Higgsa. Różnica między ogólnym modelem dwudoubletowym omawianym w rozdziale 2, a MSSM polega na tym, że czynniki $\Delta \mathbf{Y}$ są tu tzw. poprawkami progowymi, które są policzalnymi funkcjami parametrów MSSM. Zakładając, że poza $y_{d,J}$ dominującymi stałymi sprzężenia są y_t i α_s (tj. $g_1 = g_2 = 0$, co jest dodatkowym założeniem w stosunku do założenia o odprężaniu w fazie symetrycznej), wkład do czynników $\Delta \mathbf{Y}$ wnoszą jedynie diagramy z Rys.6.1. Pracujemy tu w wygodnej bazie zapachowej, w której

$$\mathbf{Y}_d = \text{diag}(y_d), \quad \mathbf{Y}_u = \text{diag}(y_u) \cdot V. \quad (6.3)$$

Dla $g_2 = 0$ (gdy sprzężenia (4.26) chargin upraszczają się) poprawka $\Delta_u \mathbf{Y}_d$ ma postać

$$(\Delta_u \mathbf{Y}_d)^{JI} = -y_{d,J} \left(\epsilon_0 \delta^{JI} + \epsilon_Y y_t^2 V^{3J*} V^{3I} \right) \equiv -y_{d,J} \left(\tilde{\epsilon}_J \delta^{JI} + \epsilon_Y y_t^2 \lambda_0^{JI} \right), \quad (6.4)$$

gdzie

$$\tilde{\epsilon}_J \equiv \epsilon_0 + \epsilon_Y y_t^2 V^{3J*} V^{3J} \approx \epsilon_0 + \epsilon_Y y_t^2 \delta^{J3}, \quad (6.5)$$

a

$$\begin{aligned} \lambda_0^{JI} &= V^{3J*} V^{3I} \quad \text{dla } J \neq I, \\ \lambda_0^{JJ} &= 0. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Podobnie, $\Delta_d \mathbf{Y}_u$ ma postać

$$(\Delta_d \mathbf{Y}_u)^{JI} = y_{u,J} V_{JI} \left(\epsilon'_0 + \epsilon'_Y y_{d_i}^2 \right). \quad (6.7)$$

ROZDZIAŁ 6. ANALIZA W GRANICY NIEZŁAMANEJ SYMETRII $SU(2) \times U(1)$

Poprawki $\Delta_d \mathbf{Y}_d$ i $\Delta_u \mathbf{Y}_u$ mają podobną strukturę jak (odpowiednio) $\Delta_u \mathbf{Y}_d$ i $\Delta_d \mathbf{Y}_u$. Jak widać z Rys.6.1, czynnik ϵ_0 w $(\Delta_u \mathbf{Y}_d)^{JI}$ zależy w zasadzie od masy gluina i mas skwarków \tilde{D}_J^c i \tilde{Q}_J , zaś poprawka ϵ_Y od μ i mas skwarków \tilde{Q}_J i \tilde{U}_3^c . Podobnie czynnik ϵ'_0 w (6.7) zależy od masy gluina i mas skwarków \tilde{U}_J^c i \tilde{Q}_I , a ϵ'_Y od parametru μ i mas skwarków \tilde{Q}_I i \tilde{D}_I^c . Tak jak zazwyczaj się czyni [74, 79, 82], będziemy na razie pomijać zależność ϵ_0 , ϵ_Y , ϵ'_0 i ϵ'_Y od indeksów generacyjnych. Jest to uzasadnione, o ile masy skwarków z różnych generacji nie są zbytnio rozszczerzone. W podrozdziale 6.5 pokażemy, jak zależność tę można uwzględnić, co prowadzi do znacznego poprawienia jakości przybliżenia.

Obliczenie diagramów prowadzi do wzorów

$$\epsilon_0 = -\frac{2\alpha_s}{3\pi} \frac{\mu}{m_{\tilde{g}}} H_2(x^{Q/g}, x^{D/g}), \quad \epsilon_Y = \frac{1}{16\pi^2} \frac{A_t}{\mu} H_2(x_l^{Q/\mu}, x_l^{U/\mu}) \quad (6.8)$$

$$\epsilon'_0 = -\frac{2\alpha_s}{3\pi} \frac{\mu}{m_{\tilde{g}}} H_2(x^{Q/g}, x^{U/g}), \quad \epsilon'_Y = \frac{1}{16\pi^2} \frac{A_b}{\mu} H_2(x_l^{Q/\mu}, x_l^{D/\mu}), \quad (6.9)$$

gdzie $x^{Q/\tilde{g}} \equiv M_Q^2/m_{\tilde{g}}^2$, itd. Powyższe wzory na ϵ_Y otrzymano przy założeniach 1, 2 i 3 ze strony 87. Oznaczają one, że tylko higgsino o masie $|\mu|$ sprzęga się do skwarków przez stałą Yukawy. Traktowanie składu chargin we wzorze na ϵ_Y łatwo jednak poprawić: upraszczając odpowiednio wyrażenia na Σ_{mL}^d z Dodatku E i porównując z wkładem ϵ_Y do Δm_d w (6.13) łatwo znaleźć

$$\epsilon_Y = \frac{1}{16\pi^2} \sum_{l=1}^2 Z_-^{2l} \frac{A_t}{m_{C_l}} Z_+^{2l} H_2(x_l^{Q/C}, x_l^{U/C}), \quad (6.10)$$

gdzie $x_l^{Q/C} \equiv m_Q^2/m_{C_l}^2$ itd., funkcja H_2 dana jest wzorem (F.7) w Dodatku F, a macierze Z_+ i Z_- wprowadzone w rozdziale 4, są zdefiniowane w pracy [16]. Wzór (6.10) uwzględnia mieszanie higgsin z gauginami, nadal jednak pomija efekty $g_2 \neq 0$ w sprzężeniach (4.26) chargin do kwarków i skwarków.

Dzięki ścisłej symetrii cechowania $SU(2) \times U(1)$ odprężanie supercząstek nie daje bezpośrednio poprawek progowych będących wyrazami masowymi lekkich fermionów. Z kolei poprawki progowe do wyrazów kinetycznych lekkich fermionów oraz do ich sprzężeń z bozonami wektorowymi nie są wzmacniane przez $\tan \beta$ i, jako niewiodące, mogą być zaniedbane.

Uwzględniając następnie łamanie $SU(2) \times U(1)$ w teorii efektywnej, ze wzoru (2.7) otrzymujemy

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^{(d)} = \bar{d}_R \cdot \left(\frac{v_d}{\sqrt{2}} y_d + \frac{v_d}{\sqrt{2}} \Delta_d \mathbf{Y}_d - \frac{v_u}{\sqrt{2}} \Delta_u \mathbf{Y}_d \right) \cdot d_L + \text{H.c.} \quad (6.11)$$

Porównanie z (5.4) pozwala odczytać $(\Delta m)^{JI}$

$$(\Delta m_d)^{JI} = -\frac{v_d}{\sqrt{2}} (\Delta_d \mathbf{Y}_d - \tan \beta \Delta_u \mathbf{Y}_d)^{JI} \approx \frac{v_d}{\sqrt{2}} \tan \beta (\Delta_u \mathbf{Y}_d)^{JI}, \quad (6.12)$$

gdzie dla $\tan \beta \gg 1$ pominięliśmy $\Delta_d \mathbf{Y}_d$ gdyż, jak widać z Rys.6.1 i komentarza zamieszczonego w jego opisie, $\Delta_d \mathbf{Y}_d$ i $\Delta_u \mathbf{Y}_d$ są tego samego rzędu. Korzystając ze wzorów (4.8) mamy więc

$$(\Delta m_d)^{JI} = m_{d_J} \tan \beta \left(\tilde{\epsilon}_J \delta^{JI} + \epsilon_Y y_t^2 \lambda_0^{JI} \right) \quad (6.13)$$

Wynik ten uzasadnia zrobione w rozdziale 5 założenie (patrz wzór (5.14)), że $(\Delta m_d)^{JI} \propto m_{d_J}$, $(\Delta m_d^\dagger)^{JI} \propto m_{d_I}$. Tak więc, w tym przybliżeniu zdefiniowane wzorami (5.9) i (5.33) wielkości κ_{d_J} i ϵ_{d_J} są dane przez ¹

$$\kappa_{d_J} \approx \epsilon_{d_J} \tan \beta = \tilde{\epsilon}_J \tan \beta. \quad (6.14)$$

Ostatecznie, wykorzystując (5.9) otrzymujemy więc związek

$$m_{d_J} = \frac{\bar{m}_{d_J}}{1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta}, \quad (6.15)$$

gdzie, tak jak w rozdziale 5, utożsamiamy \bar{m}_{d_J} z biegnącą masą kwarku d_J przy skali odprężania $\mu_R \sim M_{SUSY}$.

W podobny sposób z (2.7) dla kwarków górnych otrzymujemy wyrażenie postaci

$$(\Delta m_u)^{JI} = \frac{v_u}{\sqrt{2}} (\Delta_u \mathbf{Y}_u + \cot \beta \Delta_d \mathbf{Y}_u)^{JI}. \quad (6.16)$$

Wprawdzie, jak widać z Rys.6.1 d , ϵ'_Y , i analogiczna wielkość w $\Delta_u \mathbf{Y}_u$, są proporcjonalne do $y_d^2 \propto \tan^2 \beta$, ale sprawia to tylko, że dla $\tan \beta \gg 1$ czynniki te są tego samego rzędu co $\epsilon'_0 \sim (\tan \beta)^0$. Jako całość poprawka pętlowa $\Delta_u \mathbf{Y}_u$, nie jest więc wzmacniana w stosunku do drzewowej macierzy mas kwarków górnych (poprawka $\Delta_d \mathbf{Y}_u$ jest dodatkowo mnożona przez $\cot \beta \ll 1$) $m_u = \frac{v_u}{\sqrt{2}} y_u V$. Pozwala to przyjąć

$$m_{u_J} \approx \bar{m}_{u_J}. \quad (6.17)$$

Konieczne obroty

$$u_L \rightarrow V^\dagger \cdot \mathbf{U}_L u_L, \quad \bar{u}_R \rightarrow \bar{u}_R \mathbf{U}_R^\dagger, \quad (6.18)$$

diagonalizujące macierz masy kwarków górnych $\frac{v_u}{\sqrt{2}} y_u V + \Delta m_u$, redukują się więc do $u_L \rightarrow V^\dagger u_L$, $\bar{u}_R \rightarrow \bar{u}_R$.

6.2 Sprzężenia neutralnego skalaru Higgsa do fermionów

Z lagranżjanu efektywnego (6.1) i rozkładu (2.6) możemy łatwo odczytać zdefiniowane wzorem (5.25) poprawki wierzchołkowe $\Delta F_{L(R)}^{dS}$ w rozważanej tu granicy symetrii $SU(2) \times U(1)$ (z zerowymi g_1 i g_2):

$$\left(\Delta F_L^{dS} \right)^{JI} = \frac{m_{d_J}}{v_d} \left(\tilde{\epsilon}_J \delta^{JI} + \epsilon_Y y_t^2 \lambda_0^{JI} \right) x_u^S = \left(\Delta F_R^{dS} \right)^{IJ*}, \quad (6.19)$$

¹ Równość $\kappa_{d_J} = \epsilon_{d_J}$ wynika z pominięcia poprawek progowych do wyrazów kinetycznych kwarków.

ROZDZIAŁ 6. ANALIZA W GRANICY NIEZŁAMANEJ SYMETRII $SU(2) \times U(1)$

gdzie notacja jest taka sama jak w rozdziale 5, tzn.:

$$x_d^S = (c_\alpha, -s_\alpha, is_\beta, -ic_\beta), \quad x_u^S = (s_\alpha, c_\alpha, -ic_\beta, -is_\beta) \quad (6.20)$$

dla $S^0 = H^0, h^0, A^0, G^0$, i (tak jak w pracach [74] and [82]) pominięta została niewiodąca poprawka $\Delta_d \mathbf{Y}_d$. Część diagonalna (5.37) wierzchołka $\bar{d} S^0 d$ w tym przybliżeniu to

$$[X^S]^{JJ} \equiv \left(\eta_L^{dS} \frac{\bar{m}_{dJ}}{1 + \epsilon_{dJ} \tan \beta} + \Delta F_L^{dS} \right)^{JJ} = \frac{\bar{m}_{dJ}}{v_d(1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta)} (x_d^S + \tilde{\epsilon}_J x_u^S). \quad (6.21)$$

Łatwo też znaleźć jawne wyrażenia na zmieniające zapach efektywne sprzężenia $[X_{RL}^S]^{JI}$ i $[X_{LR}^S]^{JI}$. Dla $J > I$ z (5.39) otrzymujemy

$$\begin{aligned} [X_{RL}^S]^{JI} &= \frac{m_{dJ}}{v_d} \epsilon_Y y_t^2 \lambda_0^{JI} \left[x_u^S - \frac{\tan \beta}{1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta} x_d^S - \frac{\tilde{\epsilon}_J \tan \beta}{1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta} x_u^S \right] \\ &= \frac{\bar{m}_{dJ}}{v_d(1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta)^2} \epsilon_Y y_t^2 \lambda_0^{JI} (x_u^S - x_d^S \tan \beta). \end{aligned} \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned} [X_{LR}^S]^{JI} &= \frac{m_{dI}}{v_d} \epsilon_Y y_t^2 \lambda_0^{JI} \left[x_u^{S*} - \tan \beta \frac{m_{dJ}}{\bar{m}_{dJ}} \epsilon_Y y_t^2 \delta^{J3} x_u^{S*} - \tan \beta \frac{\bar{m}_{dI} m_{dJ}^2}{m_{dI} \bar{m}_{dJ}^2} (x_d^{S*} + \tilde{\epsilon}_J x_u^{S*}) \right] \\ &= \frac{\bar{m}_{dI}}{v_d(1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta)^2} \epsilon_Y y_t^2 \lambda_0^{JI} (x_u^{S*} - x_d^{S*} \tan \beta). \end{aligned} \quad (6.23)$$

Wzór (6.22) zgodny jest ze wzorem (9) pracy [74]. Natomiast sprzężenie (6.23) nie zostało w niej podane. Wzory (6.22) i (6.23) pokazują też, że prawdziwe poprawki wierzchołkowe proporcjonalne do x_u^S są niewiodące. Dominująca, $\propto \tan^2 \beta$, część sprzężenia pochodzi, tak jak w rozdziale 5, z obrotów $\Delta \mathbf{D}_L \propto \Delta m_d$. Sprzężenia $[X_{RL}^S]^{JI}$ i $[X_{LR}^S]^{JI}$ dla $J < I$ otrzymuje się stosując regułę (5.41) do (6.22) i (6.23).

Znalezienie związku między macierzą CKM V_{JI} z lagranżjanu MSSM a efektywną (mierzoną) macierzą CKM V_{JI}^{eff} jest w granicy symetrii $SU(2) \times U(1)$ proste — wymaga uwzględnienia hierarchii mas kwarków oraz hierarchii elementów macierzy CKM. Wykorzystanie (5.21), (5.12), (6.13) i zaniedbanie małej wielkości $\Delta \mathbf{U}_L$ prowadzi do znanych z literatury [78, 79, 74] relacji

$$\begin{aligned} V_{JI} &= V_{JI}^{\text{eff}} \left[\frac{1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta}{1 + \epsilon_0 \tan \beta} \right] && \text{dla } (JI) = (13), (23), (31) \text{ i } (32), \\ V_{JI} &= V_{JI}^{\text{eff}} && \text{dla innych par } (J, I) \end{aligned} \quad (6.24)$$

Związki te służą do wyrażenia występujących w sprzężeniach (6.22) i (6.23) czynników λ_0^{JI} (6.6) przez mierzone elementy V_{JI}^{eff} .

Ostatecznie więc, przy założeniach 1-3 ze strony 87 otrzymujemy istotne dla przejść $b \leftrightarrow s$ i $b \leftrightarrow d$ sprzężenia z neutralnymi bozonami Higgsa w postaci

$$\left[X_{RL}^S \right]^{JI} = \frac{g_2}{2M_W \cos \beta} \frac{\bar{m}_{d_J} V_{\text{eff}}^{3J*} V_{\text{eff}}^{3I}}{(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)(1 + \epsilon_0 \tan \beta)} \epsilon_Y y_t^2 \left(x_u^S - x_d^S \tan \beta \right), \quad (6.25)$$

$$\left[X_{LR}^S \right]^{JI} = \frac{g_2}{2M_W \cos \beta} \frac{\bar{m}_{d_I} V_{\text{eff}}^{3J*} V_{\text{eff}}^{3I}}{(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)(1 + \epsilon_0 \tan \beta)} \epsilon_Y y_t^2 \left(x_u^{S*} - x_d^{S*} \tan \beta \right), \quad (6.26)$$

gdzie albo $J = b$ albo $I = b$. Wzory te uwzględniają wszystkie poprawki wiodące dla dużego $\tan \beta$. Analogiczne wzory na sprzężenia istotne dla przejść $s \leftrightarrow d$ mają postać

$$\left[X_{RL}^S \right]^{JI} = \frac{g_2}{2M_W \cos \beta} \frac{\bar{m}_{d_J} V_{\text{eff}}^{3J*} V_{\text{eff}}^{3I} (1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)^2}{(1 + \epsilon_0 \tan \beta)^4} \epsilon_Y y_t^2 \left(x_u^S - x_d^S \tan \beta \right). \quad (6.27)$$

$$\left[X_{LR}^S \right]^{JI} = \frac{g_2}{2M_W \cos \beta} \frac{\bar{m}_{d_I} V_{\text{eff}}^{3J*} V_{\text{eff}}^{3I} (1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)^2}{(1 + \epsilon_0 \tan \beta)^4} \epsilon_Y y_t^2 \left(x_u^{S*} - x_d^{S*} \tan \beta \right), \quad (6.28)$$

gdzie albo $J = s$, $I = d$, lub $J = d$, $I = s$.

Ponieważ dla $S = G^0$ mamy $x_u^{G^0} - x_d^{G^0} \tan \beta = 0$, wzory (6.25)-(6.28) pokazują jawnie, że w granicy niezłamanej symetrii $SU(2) \times U(1)$, sprzężenie bozonu Goldstona G^0 nie zmienia zapachu. Widać też, że dla $M_A > M_Z$, zmieniające zapach sprzężenia h^0 , nie są w istocie wzmacniane przez $\tan \beta$, gdyż, jak to było wspomniane w rozdziale 4, mamy wtedy $\sin \alpha \sim 1/\tan \beta$ i $x_u^{h^0} - x_d^{h^0} \tan \beta = c_\alpha + 1 \sim \mathcal{O}(1)$.

Formalnie, niewiodące, proporcjonalne do x_u^S , części sprzężeń (6.25)-(6.28) mogą być tego samego rzędu, co pominięte poprawki $\Delta_d \mathbf{Y}_d$. Odpowiednie wzory uwzględniające przyczynki od $\Delta_d \mathbf{Y}_d$ zostały podane w pracy [11]. Nie będziemy ich tu przytaczać, gdyż numerycznie są one zupełnie nieistotne.

6.3 Sprzężenia naładowanego bozonu Higgsa z fermionami

Efektywny lagranżjan (6.1) pozwala również znaleźć w przybliżeniu niezłamanej symetrii $SU(2) \times U(1)$ sprzężenia naładowanych bozonów Higgsa H^\pm i G^\pm . Dokonując obrotów (5.6) i (6.18) w lagranżjanie (6.1) otrzymuje się

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{tot}} = & \overline{u_R} \mathbf{U}_R^\dagger \left[H_1^{(u)} \left(y_u + \Delta_u \mathbf{Y}_u \cdot V^\dagger \right) - H_2^{(d)*} \Delta_d \mathbf{Y}_u \cdot V^\dagger \right] \mathbf{U}_L \cdot V^{\text{eff}} d_L \\ & + \overline{u_L} V^{\text{eff}} \cdot \mathbf{D}_L^\dagger \left[-H_2^{(d)*} \left(y_d + (\Delta_d \mathbf{Y}_d)^\dagger \right) - H_1^{(u)} (\Delta_u \mathbf{Y}_d)^\dagger \right] \mathbf{D}_R d_R. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Po wyrażeniu $H_2^{(d)*}$ i $H_1^{(u)}$ przez pola H^+ i G^+ , zgodnie ze wzorem (2.6), obliczamy sprzężenia $\left[P_{RL}^H \right]^{JI}$, $\left[P_{LR}^H \right]^{JI}$, $\left[P_{RL}^G \right]^{JI}$, $\left[P_{LR}^G \right]^{JI}$ zdefiniowane w (5.45) oraz parametry ϵ_{JI}^{HL} , ϵ_{JI}^{HR} , ϵ_{JI}^{GL} i ϵ_{JI}^{GR} zdefiniowane w (5.52) i (5.53).

ROZDZIAŁ 6. ANALIZA W GRANICY NIEZŁAMANEJ SYMETRII $SU(2) \times U(1)$

Przeanalizujemy teraz dokładniej sprzężenia G^+ . Porównując człony w nawiasach kwadratowych we wzorze (6.29) ze wzorami (6.12) i (6.16), możemy dla G^+ napisać

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{G^+} &= \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} G^+ \bar{u}_R \mathbf{U}_R^\dagger [m_u + \Delta m_u] \mathbf{U}_L \cdot V^{\text{eff}} d_L \\ &\quad - \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} G^+ \bar{u}_L V^{\text{eff}} \cdot \mathbf{D}_L^\dagger [m_d + (\Delta m_d)^\dagger] \mathbf{D}_R d_R, \end{aligned} \quad (6.30)$$

co, zgodnie ze wzorami (6.18) i (5.8) definiującymi obroty $\mathbf{U}_{L,R}$ i $\mathbf{D}_{L,R}$, daje

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{G^+} = \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} G^+ \bar{u}_R \bar{m}_u V^{\text{eff}} d_L - \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} G^+ \bar{u}_L V^{\text{eff}} \bar{m}_d d_R. \quad (6.31)$$

Tak więc, w przybliżeniu niezłamanej symetrii $SU(2) \times U(1)$

$$[P_{RL}^G]^{JI} = \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} \bar{m}_{uJ} V_{JI}^{\text{eff}}, \quad \epsilon_{JI}^{GL} = 0, \quad (6.32)$$

$$[P_{LR}^G]^{JI} = -\frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} V_{JI}^{\text{eff}} \bar{m}_{dI}, \quad \epsilon_{JI}^{GR} = 0. \quad (6.33)$$

Znikanie ϵ_{JI}^{GL} i ϵ_{JI}^{GR} łatwo zrozumieć w następujący sposób. W lagranżjanie efektywnym mechanizm Higgsa musi działać w sposób standardowy. Oznacza to np., że w cechowaniu R_ξ wkłady do amplitudy pochodzące z drzewowej wymiany G^+ muszą kasować zależnie od parametru cechowania ξ wkłady pochodzące z wymiany bozonu W^+ , gdyż amplituda musi być niezależna od cechowania. Dlatego sprzężenia bozonu G^+ do kwarków muszą być dokładnie takie same jak w Modelu Standardowym, z parametrami masowymi odpowiadającymi drzewowym masom kwarków w teorii efektywnej (tzn. \bar{m}_d i \bar{m}_u). Ponadto macierz CKM występująca w sprzężeniach G^+ musi być dokładnie taka sama jak w sprzężeniach W^+ , czyli musi być równa V^{eff} . Oczywiście te same argumenty byłyby słuszne również wtedy, gdybyśmy rozważali przybliżenie niezłamanej $SU(2) \times U(1)$ bez pomijania efektów elektroślabych stałych sprzężenia g_1 i g_2 (tzn. wtedy również ϵ_{JI}^{GL} i ϵ_{JI}^{GR} byłyby równe zero).

Dla sprzężeń H^+ z (6.29) i (2.6) otrzymujemy

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{H^+} &= \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} H^+ \bar{u}_R \mathbf{U}_R^\dagger \left[\cot \beta \left(m_u + \frac{v_u}{\sqrt{2}} \Delta_u \mathbf{Y}_u \cdot V^\dagger \right) \right. \\ &\quad \left. - \tan \beta \frac{v_d}{\sqrt{2}} \Delta_d \mathbf{Y}_u \cdot V^\dagger \right] \mathbf{U}_L \cdot V^{\text{eff}} d_L \\ &\quad + \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} H^+ \bar{u}_L V^{\text{eff}} \cdot \mathbf{D}_L^\dagger \left[\tan \beta \left(m_d - \frac{v_d}{\sqrt{2}} (\Delta_d \mathbf{Y}_d)^\dagger \right) \right. \\ &\quad \left. - \cot \beta \frac{v_u}{\sqrt{2}} (\Delta_u \mathbf{Y}_d)^\dagger \right] \mathbf{D}_R d_R. \end{aligned} \quad (6.34)$$

ROZDZIAŁ 6. ANALIZA W GRANICY NIEZŁAMANEJ SYMETRII $SU(2) \times U(1)$

Zaniedbując w w pierwszej linii wzoru (6.34) $\Delta_u \mathbf{Y}_u$ i pamiętając, że w rozważanym w tym rozdziale przybliżeniu $\mathbf{U}_{L,R} \sim 1$, a $m_{u_J} \approx \bar{m}_{u_J}$, otrzymujemy zdefiniowane w (5.40) sprzężenie $\bar{u}_R H^+ d_L$ w postaci

$$[P_{RL}^H]^{JI} \approx \frac{g_2}{\sqrt{2}} \frac{\bar{m}_{u_J}}{M_W} \cos \beta \left[V_{\text{eff}}^{JI} - \tan \beta \left(\epsilon'_0 V_{\text{eff}}^{JI} + \epsilon'_Y V^{JM} y_{d_M}^2 V^{KM*} V_{\text{eff}}^{KI} \right) \right]. \quad (6.35)$$

Wyrażenie w ostatnim członie V przez V^{eff} prowadzi do [10]

$$[P_{RL}^H]^{JI} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} \frac{\bar{m}_{u_J}}{M_W} \cos \beta V_{\text{eff}}^{JI} \left[1 - \tan \beta \left(\epsilon'_0 + \epsilon'_Y y_b^2 \delta^{I3} \right) - \Delta_{IJ} \right]. \quad (6.36)$$

Zdefiniowany w (5.52) czynnik ϵ_{JI}^{HL} ma więc postać

$$\epsilon_{JI}^{HL} = \tan \beta \left(\epsilon'_0 + \epsilon'_Y y_b^2 \delta^{I3} \right) + \Delta_{JI}, \quad (6.37)$$

gdzie

$$\Delta_{JI} = y_b^2 y_t^2 \frac{\epsilon_Y \epsilon'_Y \tan^2 \beta}{1 + \epsilon_0 \tan \beta} \times \begin{cases} +1 & (J, I) = (1, 3), (2, 3) \\ -1 & (J, I) = (3, 1), (3, 2) \\ 0 & \text{dla innych par } (J, I). \end{cases} \quad (6.38)$$

Wynik ten jest zgodny z wynikiem otrzymanym w pracy [82], w której po raz pierwszy zwrócono uwagę, że dla $\tan \beta \gg 1$ będący formalnie wyższego rzędu czynnik Δ_{JI} może być numerycznie istotny. Zobaczymy jednak, że dla pełnej numerycznej zgodności przybliżonego wzoru (6.37) z ϵ_{JI}^{HL} otrzymywanym w podejściu z rozdziału 5, istotniejsze od czynnika Δ_{JI} są poprawki od $g_2 \neq 0$, $g_1 \neq 0$.

W sprzężeniu $\bar{u}_L H^+ d_R$ danym wzorem (6.34) człon $\Delta_d \mathbf{Y}_d$ nie jest wzmocniony przez $\tan \beta$ w stosunku do sprzężenia drzewowego i może zostać pominięty. Również człon $\Delta_u \mathbf{Y}_d$ jest w przypadku dużego $\tan \beta$ tłumiony w porównaniu z pierwszym, i może zostać zaniedbany. Zatem

$$[P_{LR}^H]^{JI} \approx \frac{g_2}{\sqrt{2} M_W} \tan \beta \left[V_{\text{eff}}^{JI} m_{d_I} + V_{\text{eff}}^{JK} (m_d \Delta \mathbf{D}_R - \Delta \mathbf{D}_L m_d)^{KI} \right]. \quad (6.39)$$

Ostatecznie, po skorzystaniu ze wzorów (5.15), (5.16), (6.24) i pozostawieniu jedynie wyrazów wzmocnionych przez $\tan \beta$ i nietłumionych przez stosunki mas kwarków bądź małe elementy macierzy CKM, otrzymujemy

$$[P_{LR}^H]^{JI} = \frac{g_2}{\sqrt{2} M_W} \tan \beta V_{\text{eff}}^{JI} \frac{\bar{m}_{d_I}}{1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta}, \quad \epsilon_{JI}^{HR} = \frac{\tilde{\epsilon}_J \tan \beta}{1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta} \quad (6.40)$$

Warto podkreślić, że choć $[P_{LR}^H]^{JI}$ dane wzorem (6.40) można dla $(J \neq 3, I)$ oraz dla $J = I = 3$ otrzymać wyrażając po prostu V_{JI} i m_{d_I} występujące w wierzchołku drzewowym w MSSM przez V_{JI}^{eff} i \bar{m}_{d_I} , to dla $J = 3$ i $I = 1, 2$ postępowanie takie dało by czynnik $(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)/(1 + \epsilon_0 \tan \beta)^2$ zamiast poprawnego rezultatu $1/(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)$.

Zauważmy też, że występująca we wzorze (6.39) w nawiasie kwadratowym kombinacja mas, obrotów i V^{eff} jest taka sama, jak wyrażenie występujące we wzorze (5.62). Wynika stąd, że wyznaczając w przybliżeniu niezłamanej symetrii $SU(2) \times U(1)$ współczynniki Wilsona operatorów wyższych wymiarów powstających przy odcałkowywaniu sektora cząstek supersymetrycznych (oraz współczynniki zmieniających zapach sprzężeń Z^0) należy, zgodnie z dyskusją z podrozdziału 5.6, zmodyfikować sprzężenia chargin zgodnie ze wzorem (5.62), zastępując w c_R^i czynnik $V^{JJ} m_{d_I}$ przez $V_{JI}^{\text{eff}} \frac{\bar{m}_{d_I}}{1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta}$.

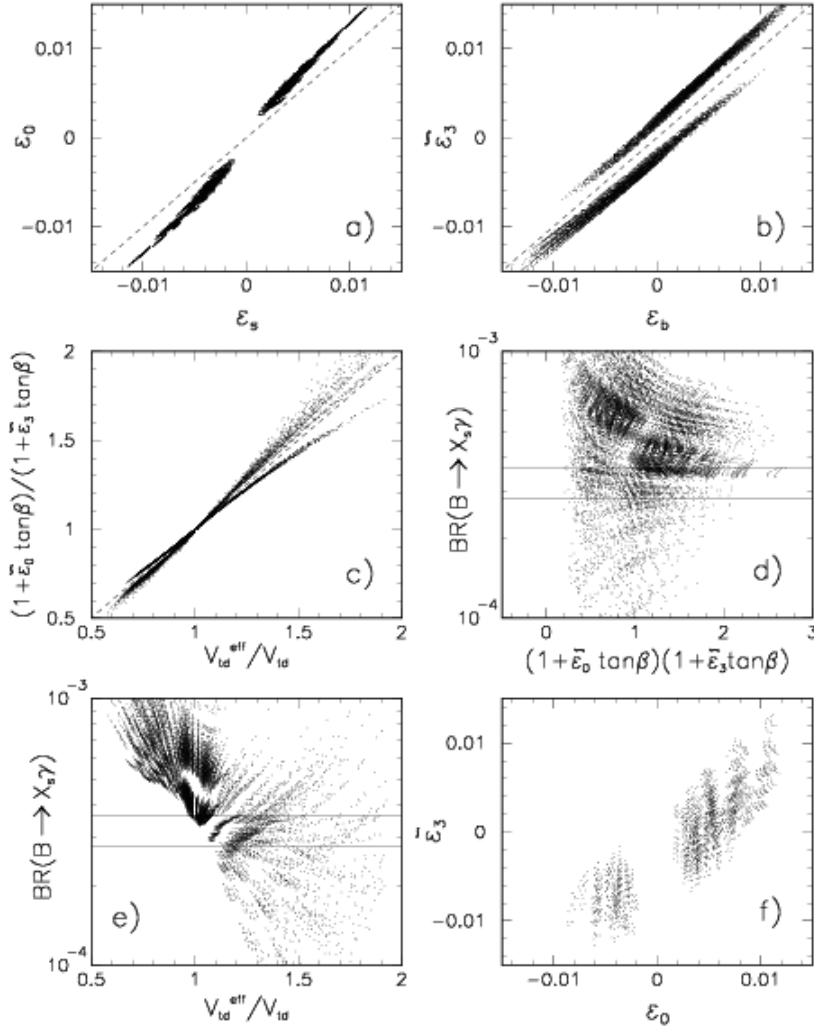
6.4 Wielkość dominujących poprawek. Porównanie dwu podejść

Obliczymy teraz numerycznie różne poprawki dyskutowane w rozdziale 5 oraz w poprzednich podrozdziałach tego rozdziału. Pozwoli to na oszacowanie typowych rzędów wielkości oraz porównanie dokładności wyprowadzonych w tym rozdziale przybliżonych wzorów. Potrzebne w pełnym podejściu z rozdziału 5 wzory na $\Sigma_{mL(R)}^q(0)$, $\Sigma_{VL(R)}(0)$ oraz na różne poprawki wierzchołkowe $\Delta F_{L(R)}$ dla zewnętrznych pędów równych zeru są zebrane w Dodatkach A2 i A3 pracy [11]. Zostały też one zebrane w bibliotece programów fortranowskich.

Aby znaleźć występujące w pierwotnym lagranżjanie MSSM masy m_{d_J} oraz macierz CKM V_{JI} mając dane „mierzalne” V_{JI}^{eff} oraz \bar{m}_{d_J} , postępujemy iteracyjnie. Obliczamy najpierw ϵ_{d_J} według wzoru (5.33). Dzięki temu, że $(\Sigma_{mL(R)}^q(0))^{JJ} \propto m_{d_J}$, masa kwarku skraca się w tym wzorze i można dla znalezienia ϵ_{d_J} użyć $\Sigma_{mL(R)}^q(0)$ obliczanego z \bar{m}_{d_J} zamiast m_{d_J} (i dzieląc przez \bar{m}_{d_J} w tym wzorze). W tym kroku do obliczenia $(\Sigma_{mL(R)}^q(0))^{JJ}$ można użyć V^{eff} zamiast V . Następnie obliczamy Δm_{d_J} z (5.5). Pozwala to znaleźć \mathbf{D}_R i \mathbf{D}_L , a stąd V ze wzoru (5.22). Możemy następnie użyć tak znalezionych V i m_{d_J} do ponownego obliczenia ϵ_{d_J} itd. Procedura ta jest dość szybko zbieżna. Następnie obliczamy pozostałe sprzężenia $[X_{LR}]$, $[X_{RL}]$, $[P_{LR}^k]$ $[P_{RL}^k]$ oraz poprawki ΔF .

6.4.1 Sprzężenia neutralnych bozonów Higgsa

Rysunki 6.2 *a*, *b* pokazują porównanie czynników $\epsilon_{d_1} \approx \epsilon_{d_2}$ i ϵ_{d_3} obliczonych według wzoru (5.33) z ϵ_0 i $\tilde{\epsilon}_3$ obliczonymi ze wzoru (6.5) dla próbki punktów z przestrzeni parametrów MSSM odpowiadających masom cząstek supersymetrycznych $\gtrsim 500$ GeV. Widać, że czynniki $|\epsilon_{d_3}|$ ($|\tilde{\epsilon}_3|$) i $|\epsilon_{d_2}|$ ($|\tilde{\epsilon}_0|$) są typowo rzędu 5×10^{-3} i mogą dochodzić do 1×10^{-2} tylko dla szczególnych kombinacji mas gluin i parametrów $|\mu|$ i A_t . Dwie oddzielne gałęzie widoczne na Rys.6.2 *a* i *b* odpowiadają różnym znakom μ : $\mu < 0$ ($\epsilon_0 < \epsilon_{d_2} < 0$ i $\tilde{\epsilon}_3 < \epsilon_{d_3}$) i $\mu > 0$ ($\epsilon_0 > \epsilon_{d_2} > 0$ i $\tilde{\epsilon}_3 > \epsilon_{d_3}$). Niezgodność między ϵ_0 i ϵ_{d_2} ($\tilde{\epsilon}_3$ i ϵ_{d_3}) spowodowana jest przez to, że w pełnym podejściu sprzężenia chargin zależą od stałych sprzężenia cechowania. Charginy dają więc w istocie wkład również do



Rysunek 6.2: Porównanie wyników otrzymanych w pełnym rachunku (rozdział 5) z wynikami otrzymanymi w granicy $SU(2) \times U(1)$ (rozdział 6) dla $\tan \beta = 50$ i $M_A = 200$ GeV. Przy pełnej zgodności ϵ_0 z $\epsilon_s = \epsilon_{d_2}$ oraz $\tilde{\epsilon}_3$ z $\epsilon_b = \epsilon_{d_3}$ punkty na rys. *a* i *b* układałyby się wzdłuż narysowanych linii przerywanymi diagonali. To samo dotyczy rys. *c*.

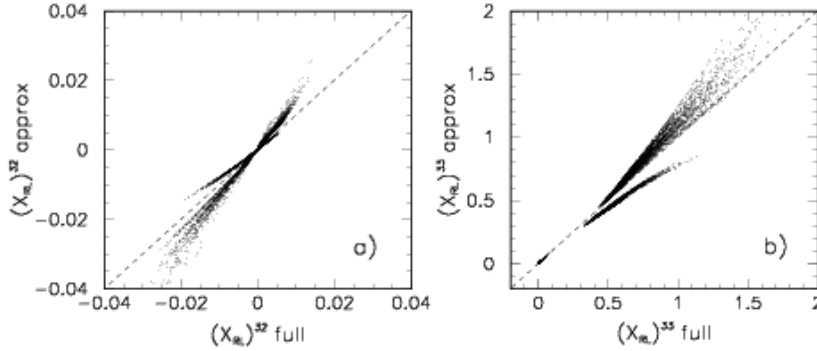
ϵ_0 a tym samym także do ϵ_{d_1} i ϵ_{d_2} . W mniejszym stopniu wpływa na nią również fakt nieuwzględnienia we wzorze (6.8) na ϵ_0 wkładów neutralin do energii własnych kwarków dolnych. Dokładniejsze porównanie pokazuje, że różnice między ϵ_0 i ϵ_{d_2} ($\tilde{\epsilon}_3$ i ϵ_{d_3}) są rzędu 15%-20%, gdy wartości tych parametrów są fenomenologicznie istotne. Przerwa w zakresie wartości ϵ_{d_2} (ϵ_0) widoczna na Rys.6.2a spowodowana jest istnieniem w skanie dolnej granicy na $\mu m_{\tilde{g}}$, co wynika z warunków $m_{C_1}, m_{\tilde{g}} > 500$ GeV. Zauważmy też, że ϵ_0 i ϵ_Y dane wzorami (6.8) i (6.10) są skończone, zaś ϵ_{d_I} , jako ultrafioletowo rozbieżne, muszą być renormalizowane w schemacie \overline{MS} . Zmiany ϵ_{d_I} ze skalą renormalizacji μ_R są jednak bardzo małe, gdy skala ta jest wybrana tak, by $500 \text{ GeV} < \mu_R < m_{\tilde{g}}$.

Rys.6.2c pokazuje porównanie² wartości $V_{td}^{\text{eff}}/V_{td}$ otrzymywanych ze ścisłego wyrażenia (5.21) z wartościami tego stosunku otrzymywanymi w przybliżeniu (6.24), dla tej samej próbki parametrów MSSM. Widać wyraźnie, że przybliżenie (6.24) z ϵ_0 i ϵ_Y danymi przez (6.8) i (6.10) działa jedynie jakościowo. Rys.6.2a-c pokazują, że efekty elektroślabych stałych sprzężenia mogą być niezaniebywalne. W podrozdziale 6.5 pokażemy, jak efekty te można uwzględnić także w przybliżonym podejściu.

Rys.6.2d pokazuje korelację stosunku rozgałęzień $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ z czynnikiem $(1 + \tilde{\epsilon}_0 \tan \beta)(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)$ pojawiającym się w mianownikach naruszających zapach sprzężeń (6.25) i (6.26) neutralnego bozonu Higgsa, dla $M_A = 200$ GeV i $\tan \beta = 50$. Czynniki $\tilde{\epsilon}_0$ i $\tilde{\epsilon}_3$ zostały tu obliczone w ulepszony sposób opisany w podrozdziale 6.5 tak, że są one numerycznie zgodne z ϵ_{d_1} i ϵ_{d_3} z rozdziału 5. Widać wyraźnie, że akceptowalne eksperymentalnie wartości $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ można otrzymać zarówno dla $(1 + \tilde{\epsilon}_0 \tan \beta)(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)$ większego jak i mniejszego niż jeden, co odpowiednio prowadzi do tłumienia lub wzmocnienia skalarnych FCNC (6.25) i (6.26). Z drugiej strony, z Rys.6.2e, pokazującego korelację stosunku rozgałęzień $BR(B \rightarrow X_s \gamma)$ z $V_{td}^{\text{eff}}/V_{td}$ wynika, że (dla $M_A = 200$ GeV i $\tan \beta = 50$) wartości $V_{td}^{\text{eff}}/V_{td} < 1$ są wykluczone przez ograniczenia eksperymentalne płynące z $B \rightarrow X_s \gamma$.

Fakty te można jakościowo zrozumieć, jeśli pamięta się, że $\tilde{\epsilon}_0 \approx \epsilon_0 \propto \mu$, zaś $\epsilon_Y \propto -\mu A_t$. (funkcja H_2 w (6.8) i (6.9) jest ujemna). Zgodnie ze wzorem (6.38), $|V_{td}^{\text{eff}}/V_{td}| < 1$ otrzymuje się np., gdy $\tilde{\epsilon}_0 < 0$, $\tilde{\epsilon}_3 > 0$, co wymaga $\mu < 0$ i $A_t > 0$. Zapewnienie dobrego przewidywania dla $B \rightarrow X_s \gamma$ wymaga jednak wzajemnego kasowania się wkładów chargin i bozonu H^+ , co, jak wspominaliśmy w podrozdziale 4.3.2, wymaga $\mu A_t > 0$. Kasowanie takie nie może więc zachodzić, gdy $\tilde{\epsilon}_0 < 0$ i $\tilde{\epsilon}_3 > 0$. Z drugiej strony, kasowanie takie jest możliwe dla $(1 + \epsilon_0 \tan \beta)(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta) < 1$ prowadzącego do wzmocnienia sprzężeń zmieniających zapach, jeśli $A_t < 0$. Jest to zilustrowane na Rys.6.2f pokazującym korelację $\tilde{\epsilon}_0$ z $\tilde{\epsilon}_3$ dla próbki parametrów MSSM, które dla $\tan \beta = 50$ i $M_A = 200$ GeV dają przewidywania na $BR(B \rightarrow X_s \gamma)$ zgodne z ograniczeniami eksperymentalnymi, tj. spełniające warunek $2.81 \times 10^{-4} < BR(B \rightarrow X_s \gamma) < 3.65 \times 10^{-4}$. Należy tu podkreślić, że często używany argument [74], iż otrzymanie dobrego przewidywania na $BR(B \rightarrow X_s \gamma)$ wymaga dodatniej wartości parametru μ , (co prowadzi do tłumienia

² Sprawdziliśmy, że ścisłe podejście 5.21 daje $V_{td}^{\text{eff}}/V_{td} \approx V_{ts}^{\text{eff}}/V_{ts} \approx V_{ub}^{\text{eff}}/V_{ub} \approx V_{cb}^{\text{eff}}/V_{cb}$, tak jak (6.24).



Rysunek 6.3: Porównanie wyników otrzymanych w pełnym rachunku z wynikami otrzymanymi w granicy $SU(2) \times U(1)$ dla $\tan \beta = 50$ i $M_A = 200$ GeV.

efektów skalarnych FCNC przez odpowiednie czynniki w mianownikach zmieniających zapach sprzężeń [74]), stosuje się tylko w szczególnych scenariuszach łamania supersymetrii. Na przykład scenariusz zwany „*minimal SUGRA*”, dla niezbyt dużej (w porównaniu z $m_{\tilde{g}}$) wartości $A_t (= A_b)$, przy skali wielkiej unifikacji (GUT) prowadzi zawsze do $A_t > 0$ przy skali M_Z na skutek istnienia tzw. podczerwonego punktu stałego odpowiedniego równania grupy renormalizacji. Jednakże stały znak A_t przy skali M_Z nie jest ogólną cechą wszystkich scenariuszy łamania supersymetrii i może być odwrócony nawet w minimalnej supergravitacji o ile tylko A_t przy skali GUT ma dostatecznie dużą wartość [83]. Zapewnienie zgodności przewidywania dla $BR(B \rightarrow X_s \gamma)$ z doświadczeniem nie wymaga więc dodatniego znaku μ we wszystkich scenariuszach łamania supersymetrii. Dlatego uzasadnione jest badanie fenomenologicznych konsekwencji czynników $(1 + \epsilon_0 \tan \beta)(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)$ zarówno większego, jak i mniejszego od 1.

Analiza numeryczna pokazuje też, że dla $\mu < 0$ opisany w podrozdziałach 6.1 i 6.2 przybliżony rachunek daje zmieniające zapach sprzężenia większe nawet o 35-50% niż pełny rachunek z rozdziału 5 (lub ulepszone przybliżenie z podrozdziału 6.5). Podobnie, dla $\mu > 0$, tłumienie tych sprzężeń otrzymywane w przybliżeniach z podrozdziałów 6.1 i 6.2, jest zbyt duże. Ilustruje to Rys.6.3a pokazujący porównanie sprzężeń $[X_{RL}^H]^{32}$ (sprzężenia H^0 do kwarków dolnych) z pełnego rachunku (jak w rozdziale 5) oraz z przybliżenia — ze wzoru (6.25), w którym ϵ_0 i ϵ_Y dane są przez (6.8) i (6.10). Na Rys.6.3a dodatnie (ujemne) wartości $[X_{RL}^H]^{32}$ odpowiadają ujemnym (dodatnim) wartościom iloczynu μA_t . Widoczna wyraźnie krótsza gałąź odpowiada dodatniemu μ (tłumienie sprzężeń przez czynnik $(1 + \epsilon_0 \tan \beta)(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)$), a dłuższa ujemnemu μ (wzmocnienie). Dla punktów, dla których wartość sprzężenia $[X_{RL}^H]^{32}$ jest niezaniedbywalna, różnica między podejściem pełnym i przybliżonym jest rzędu 10-25% dla $\mu > 0$ i 10-40% dla $\mu < 0$.

Sprzężenia $[X_{RL}^H]^{31}$, $[X_{RL}^H]^{23}$ etc., zachowują się podobnie. Rys.6.3b przedstawia analogiczne porównanie dla zachowującego zapach sprzężenia $[X_{RL}^H]^{33}$.

6.4.2 Sprzężenia naładowanych bozonów Higgsa

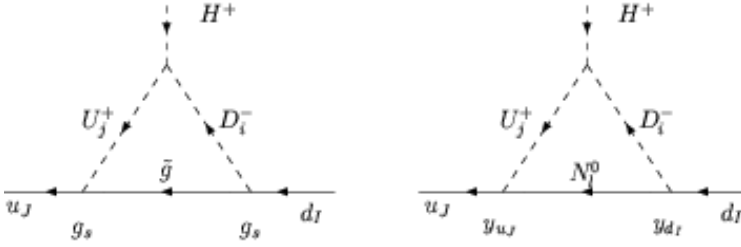
Oszacujemy teraz wielkość czynników ϵ_{JI}^{HL} , ϵ_{JI}^{HR} , ϵ_{JI}^{GL} i ϵ_{JI}^{GR} , parametryzujących poprawki do sprzężeń naładowanych bozonów Higgsa i Goldstona i zbadamy jakość przybliżonego rachunku tych czynników. Zauważmy najpierw, że wzory (6.9) na czynniki ϵ'_0 , ϵ'_Y wchodzące w wyrażenie (6.37) na ϵ_{JI}^{HL} można bez trudu poprawić tak, by częściowo wyjść poza ramy przybliżenia opartego na punktach 1–3 ze strony 87. Sprowadza się to do wzięcia pod uwagę mieszania lewo i prawochiralnych skwarków trzeciej generacji oraz uwzględnienia $g_1 \neq 0$, $g_2 \neq 0$ w macierzy mas neutralin, co pozwala uwzględnić wkład czterech neutralin. Osiąga się to, zastępując czynnik $\epsilon'_0 + \epsilon'_Y y_b^2$ we wzorze (6.37) przez zależną od zapachu wielkość $\epsilon'_J(I)$ podaną po raz pierwszy w pracy [28]:

$$\begin{aligned} \epsilon'_J(I) = & -\frac{2\alpha_s}{3\pi} \frac{\mu}{\tilde{m}_g} \left[c_{\tilde{u}}^2 c_{\tilde{d}}^2 H_2(x_2^{u/g}, x_1^{d/g}) + s_{\tilde{u}}^2 c_{\tilde{d}}^2 H_2(x_1^{u/g}, x_1^{d/g}) \right. \\ & \left. + c_{\tilde{u}}^2 s_{\tilde{d}}^2 H_2(x_2^{u/g}, x_2^{d/g}) + s_{\tilde{u}}^2 s_{\tilde{d}}^2 H_2(x_1^{u/g}, x_2^{d/g}) \right] \\ & - \frac{1}{16\pi^2} \frac{g_2^2}{2M_W^2} \frac{\overline{m}_d^2 \tan^2 \beta}{(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)^2} \delta^{I3} \sum_{l=1}^4 Z^{3l} \frac{A_b}{m_{N_l}} Z^{4l} \left[c_{\tilde{u}}^2 c_{\tilde{b}}^2 H_2(x_{1l}^{u/N}, x_{2l}^{b/N}) \right. \\ & \left. + s_{\tilde{u}}^2 c_{\tilde{b}}^2 H_2(x_{2l}^{u/N}, x_{2l}^{b/N}) + c_{\tilde{u}}^2 s_{\tilde{b}}^2 H_2(x_{1l}^{u/N}, x_{1l}^{b/N}) + s_{\tilde{u}}^2 s_{\tilde{b}}^2 H_2(x_{2l}^{u/N}, x_{1l}^{b/N}) \right]. \end{aligned} \quad (6.41)$$

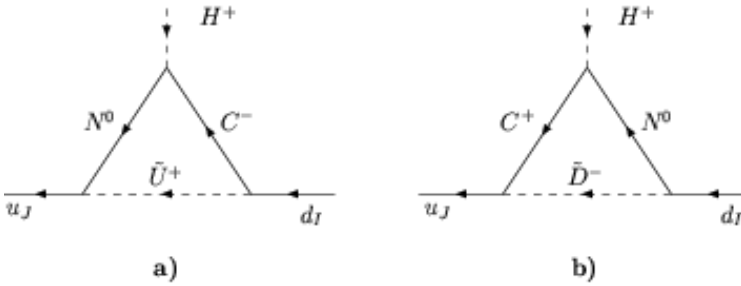
Zastosowano tu następujące oznaczenia: $x_k^{u/g} \equiv M_{U_k}^2/m_g^2$ ($x_k^{d/g} \equiv M_{D_k}^2/m_g^2$), $k = 1, 2$, gdzie U_k (D_k) jest górnym (dolnym) skwarkiem J -tej (I -tej) generacji, zaś $c_{\tilde{u}}$ i $c_{\tilde{d}}$ etc. oznaczają cosinus i sinus odpowiednich kątów mieszania (dla dwóch pierwszych generacji $c_{\tilde{u}, \tilde{d}} \approx 1$, $s_{\tilde{u}, \tilde{d}} \approx 0$). Podobnie, $x_{kl}^{u/N} \equiv M_{U_k}^2/m_{N_l}^2$, $k = 1, 2$, $l = 1, 4$ itd. Wzór ten można otrzymać redukując odpowiednio otrzymywane w pełnym MSSM wyrażenia odpowiadające pokazanym na Rys.6.5 diagramom. Korzystając ze związku $\sum_j Z_N^{3j} m_{N_j} Z_N^{4j} = -\mu^*$, łatwo zobaczyć, że w granicy symetrii $SU(2) \times U(1)$ $\epsilon'_J(I) \rightarrow \epsilon'_0 + \epsilon'_Y y_b^2$.

Jak pokazują Rys.6.6 *a* i *c*, mimo tego częściowego wyjścia poza przybliżenia z podrozdziałów 6.1 i 6.2, parametr ϵ^{HL} obliczony w przybliżony sposób nadal odbiega od otrzymanego ze ścisłego wzoru (5.54). Spowodowane jest to tym, że przybliżony rachunek, nawet z poprawkami (6.41) z pracy [28], zaniedbuje wciąż efekty stałych cechowania w sprzężeniach chargin i neutralin. Aby uwzględnić w rachunkach efekty niezerowych stałych elektroślabyh g_1 i g_2 , należy obliczyć nieistniejące w przybliżeniu $g_1 = g_2 = 0$ diagramy z Rys.6.5. Ich dominujące części są skończone i prowadzą do wyrażen

$$\delta_a \epsilon'_J(I) = \frac{1}{16\pi^2} \frac{g_2^2}{\sqrt{2}c_W} \sum_{j,l} Z_+^{1l} Z_N^{1j} a^{lj} \frac{m_{N_j}}{m_{C_l}} H_2(x_{jl}^{N/C}, x_{Jl}^{Q/C})$$



Rysunek 6.4: Dominujące poprawki do sprzężeń naładowanego bozonu Higgsa do kwarków.



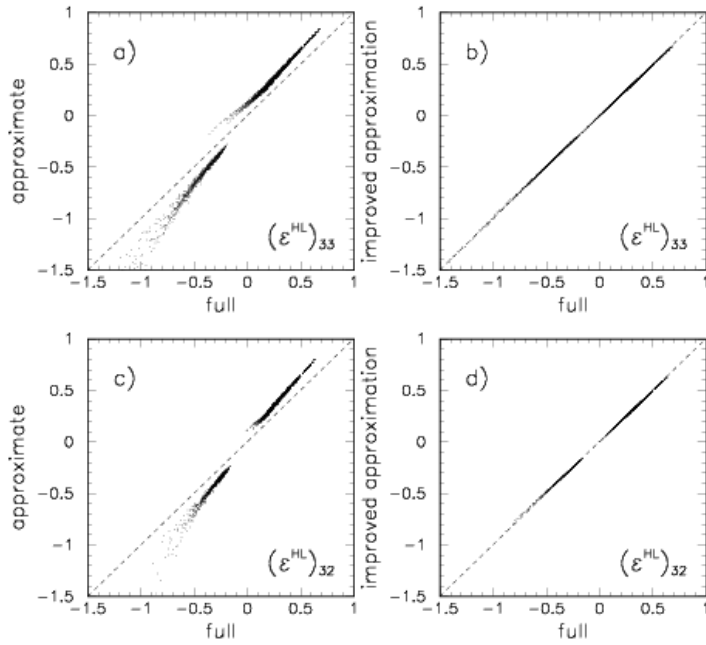
Rysunek 6.5: Dodatkowe ważne poprawki do sprzężeń naładowanego bozonu Higgsa do kwarków.

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{16\pi^2} \frac{2}{3} \frac{g_2^2 s_W}{c_W^2} \sum_{j,l} Z_+^{2l} Z_N^{4j} a^{lj} \frac{m_{N_j}}{m_{C_l}} H_2(x_{jl}^{N/C}, x_{Jl}^{U/C}) \\
 \delta_b \epsilon'_J(I) = & - \frac{1}{16\pi^2} \frac{g_2^2}{2c_W^2} \sum_{j,l} Z_+^{2l} \left(\frac{1}{3} s_W Z_N^{1j} - c_W Z_N^{2j} \right) a^{lj} \frac{m_{N_j}}{m_{C_l}} H_2(x_{jl}^{N/C}, x_{Jl}^{Q/C}),
 \end{aligned}$$

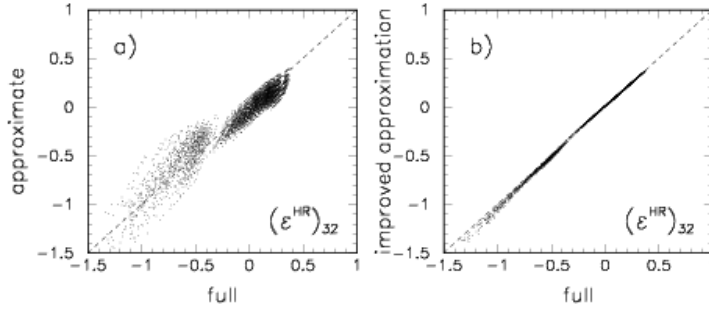
gdzie $x_{jl}^{N/C} = m_{N_j}^2/m_{C_l}^2$, $x_{Jl}^{Q/C} = m_{Q_J}^2/m_{C_l}^2$, itd., oraz $a^{lj} = Z_-^{2l}(s_W Z_N^{1j} + c_W Z_N^{2j}) - \sqrt{2} Z_-^{1l} Z_N^{3j}$. Dopiero suma tych wszystkich poprawek, włączona w (6.37),

$$\epsilon_{JI}^{HL} \approx \tan \beta [\epsilon'_J(I) + \delta_a \epsilon'_J(I) + \delta_b \epsilon'_J(I)] + \Delta_{JI}, \quad (6.42)$$

odtwarza numerycznie poprawki ϵ_{JI}^{HL} obliczone w sposób ścisły (tak, jak w rozdziale 5), co widać z Rys.6.6b i d. W powyższym wyrażeniu zazwyczaj dominujący jest człon $\propto \alpha_s$ pochodzący z $\epsilon'_J(I)$. Człon $\delta_a \epsilon'_J(I) + \delta_b \epsilon'_J(I)$ jest zwykle ważniejszy niż Δ_{JI} , a nawet niż część $\epsilon'_J(I)$ zawierająca $\tan^2 \beta$. Jakość przybliżenia otrzymywanego z (6.42) bardzo silnie zależy też od dokładności, z jaką ϵ_0 i $\tilde{\epsilon}_3$ przybliżają czynniki ϵ_{d_2} i ϵ_{d_3} , od których zależy wkład proporcjonalny do stałej Yukawy kwarku b oraz Δ_{JI} . Ponieważ ϵ_0 i $\tilde{\epsilon}_3$ obliczone ze wzoru (6.5) różnią się od ϵ_{d_2} i ϵ_{d_3} typowo o (15-20)%, części proporcjonalne do \overline{m}_b (w $\epsilon'_J(I)$ i Δ_{JI}), w prawej stronie wzory (6.42) odbiegają od odpowiednich wkładów do ϵ_{JI}^{HL} o (20-50)%. Wzór (6.42) przybliży ścisły wynik dla ϵ_{JI}^{HL} z dokładnością $\lesssim 5\%$, jeśli użyje się w nim $\tilde{\epsilon}_0$ i ϵ_Y^{32} obliczonych tak, jak w podrozdziale 6.5. Ilustrują to Rys.6.6 c i d.



Rysunek 6.6: Porównanie poprawek ϵ_{33}^{HL} i ϵ_{32}^{HL} otrzymywanych w różnych przybliżeniach dla $\tan \beta = 50$ i $M_A = 200$ GeV. Rysunki *a* i *b* (*c* i *d*) przedstawiają porównanie ϵ_{33}^{HL} (ϵ_{32}^{HL}) policzonych w sposób ścisły, czyli jak w rozdziale 5, z ϵ_{33}^{HL} (ϵ_{32}^{HL}) obliczonymi z (6.37) z czynnikiem $\epsilon'_0 + \epsilon'_Y y_b$ zastąpionym przez $\epsilon_J(I)$. Na rys. *b* i *d* w rachunku przybliżonym uwzględnione zostały też poprawki $\delta\epsilon_a$ oraz $\delta\epsilon_b$. Na rysunkach *a* i *c* w Δ_{JI} (6.38) użyte zostały ϵ_0 i ϵ_Y dane wzorami (6.8) i (6.10), na rysunkach *b* i *d* — $\tilde{\epsilon}_0$ i ϵ_Y^{32} z podrozdziału 6.5.



Rysunek 6.7: Porównanie poprawek ϵ_{32}^{HR} otrzymywanych w pełnym rachunku, z ϵ_{32}^{HR} otrzymywanymi w rachunku przybliżonym, dla $\tan \beta = 50$ i $M_A = 200$ GeV. Rysunki *a* i *b* przedstawiają porównanie ϵ_{32}^{HR} policzonych w sposób ścisły, czyli jak w rozdziale 5, z ϵ_{32}^{HR} obliczonymi z (6.37) z $\epsilon'_0 + \epsilon'_Y y_b$ przez $\epsilon_J(I)$. Na rys. *b* w rachunku przybliżonym uwzględnione zostały też poprawki $\delta\epsilon_a \delta\epsilon_b$. Na rysunku *a* w Δ_{JI} (6.38) użyte zostały ϵ_0 i ϵ_Y dane są przez (6.8) i (6.10), na rysunkach *b* i *d* — $\tilde{\epsilon}_0$ i ϵ_Y^{32} z podrozdziału 6.5.

Ponieważ zarówno ścisła (policzona jak w rozdziale 5) jak i policzona w granicy symetrii $SU(2) \times U(1)$ wartość poprawki ϵ_{JI}^{HR} jest zdominowana przez obroty pól kwarków dolnych, jakoś przybliżenia (6.40) zależy od tego, jak dobrze przybliżone są macierze \mathbf{D}_L i \mathbf{D}_R . Jeżeli masy skwarków są znacznie rozszczepione, to wówczas zależność od zapachu poprawki $(\Delta m_d)^{JI}$ pochodzi również z pomijanej w podrozdziałach 6.1 i 6.2 zależności od zapachu czynników ϵ_0 i ϵ_Y , zatem macierze obrotów \mathbf{D}_L i \mathbf{D}_R obliczone w granicy symetrii $SU(2) \times U(1)$ nie dają dokładnego przybliżenia. Ilustruje to Rys.6.7, na którym porównano ϵ_{HR}^{32} obliczone ze wzorów (5.55) i (6.33). Bardziej wiarygodne przybliżenie w sytuacji, gdy masy stopów znacznie różnią się od mas skwarków pozostałych dwóch generacji otrzymuje się ze wzorów podanych w następnym podrozdziale. Rys.6.6 i Rys.6.7 pokazują też, że obie poprawki ϵ_{HL} i ϵ_{HR} mogą być rzędu $\mathcal{O}(1)$ i znacząco modyfikować sprzężenia bozonu H^+ .

Rozpatrzmy na koniec poprawki ϵ_{GL} i ϵ_{GR} , które znikają przy odprężaniu w granicy symetrii $SU(2) \times U(1)$ niezależnie od założeń 1, 2 ze strony 87. Dokładniej rzecz biorąc, przy poprawnie przeprowadzonym odprężaniu, uwzględniającym wszystkie efekty wirtualne odprężanych cząstek (w tym także wektorowe energie własne itd.), zgodnie z twierdzeniem Appelquist–Carrazona, powinny one być rzędu $1/M_{SUSY}^2$. Stosując wzory (5.56) i (5.57) sprawdziliśmy, że kasowanie między $\Delta \hat{F}_L^G \cdot V^\dagger$ i $-\frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} \Delta m_u$ w ϵ^{GL} oraz $V^\dagger \cdot \Delta \hat{F}_R^G$ i $\frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} (\Delta m_d)^\dagger$ w ϵ^{GR} działa niezwykle precyzyjnie nawet dla mas cząstek supersymetrycznych ~ 200 GeV. W rezultacie dla cząstek supersymetrycznych o masach

$\gtrsim 500$ GeV ϵ^{GL} i ϵ^{GR} są zawsze³ rzędu 10^{-4} . W tym więc przypadku $\epsilon^{GL} = 0$ i $\epsilon^{GR} = 0$, tak jak w podrozdziale 6.2, są wystarczająco dobrym przybliżeniem.

6.5 Wprowadzenie zależności od zapachu

Jak pokazaliśmy wyżej, proste przybliżenia z podrozdziałów 6.1-6.3 z niezależnymi od zapachu ϵ_0 i ϵ_Y często odbiegają od ścisłych wyników o (20-40)%. Z drugiej strony, wzory z podrozdziałów 6.1-6.3 są przejrzyste i jakościowo dość dobrze oddają zależność różnych poprawek od parametrów MSSM. Okazuje się, że wzory te łatwo zmodyfikować tak, by uwzględniły one również główne efekty zależności ϵ_Y i ϵ_0 od zapachu skwarków (istotne dla rozszczepionego widma ich mas). W tym celu należy poprawkę $(\Delta_u \mathbf{Y}_d)^{JI}$ zapisać w ogólnej postaci

$$(\Delta_u \mathbf{Y}_d)^{JI} = -y_{d_J} \left(\epsilon_0^{(J)} \delta^{JI} + \epsilon_Y^{(JI)} y_t^2 V^{3J*} V^{3I} \right) \equiv -y_{d_J} \left(\tilde{\epsilon}_J \delta^{JI} + \epsilon_Y^{(JI)} y_t^2 \lambda_0^{JI} \right), \quad (6.43)$$

a następnie zauważyć, że występujące tu wielkości $\tilde{\epsilon}_J$ i $\epsilon_Y^{(JI)}$ można znaleźć porównując numerycznie Δm_d dane teraz wzorem

$$(\Delta m_d)^{JI} = m_{d_J} \tan \beta \left(\tilde{\epsilon}_J \delta^{JI} + \epsilon_Y^{(JI)} y_t^2 \lambda_0^{JI} \right) \quad (6.44)$$

z niezbyt skomplikowanym pełnym wyrażeniem (5.5) na Δm_d (wzory na energie własne podane są w Dodatku E). Otrzymuje się w ten sposób

$$y_t^2 \epsilon_Y^{(JI)} = \frac{(\Delta m_d)^{JI}}{m_{d_J} \lambda_0^{JI} \tan \beta} \quad \text{dla } J \neq I, \quad \tilde{\epsilon}_J = \frac{(\Delta m_d)^{JJ}}{m_{d_J} \tan \beta} \quad (6.45)$$

Przy rozszczepieniach mas skwarków opisanych parametryzacją (4.17) zachodzą następujące relacje:

$$\epsilon_Y^{(11)} = \epsilon_Y^{(12)} = \epsilon_Y^{(21)} = \epsilon_Y^{(22)}, \quad \epsilon_Y^{(31)} = \epsilon_Y^{(32)}, \quad \epsilon_Y^{(13)} = \epsilon_Y^{(23)}. \quad (6.46)$$

Związek (6.24) między macierzą CKM z lagranżjanu MSSM a efektywną macierzą CKM dla elementów $(JI) = (13), (23), (31)$ i (32) przyjmuje wtedy postać

$$V_{JI} = V_{JI}^{\text{eff}} \left[\frac{1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta}{1 + \tilde{\epsilon}_0 \tan \beta} \right], \quad (6.47)$$

gdzie czynnik $\tilde{\epsilon}_3$ dany jest wzorem (6.45), zaś parametr $\tilde{\epsilon}_0$ jest zdefiniowany jako

$$\tilde{\epsilon}_0 = \epsilon_0^{(3)} + y_t^2 (\epsilon_Y^{(33)} - \epsilon_Y^{(31)}) = \tilde{\epsilon}_3 - y_t^2 \epsilon_Y^{(31)}. \quad (6.48)$$

³ Precyzyjne kasowanie się różnych wkładów do ϵ^{GL} i ϵ^{GR} łatwo jednak zepsuć wprowadzając różne uproszczenia takie jak zredukowanie sprzężeń chargino-skwark górny-skwark dolny tylko do ich części nieznikających dla $v_u \neq 0, v_d \neq 0$, itd.

ROZDZIAŁ 6. ANALIZA W GRANICY NIEZŁAMANEJ SYMETRII $SU(2) \times U(1)$

Podobnie dla zmieniających zapach sprzężeń do bozonu Higgsa z $J > I$ otrzymujemy:

$$\left[X_{RL}^S \right]^{JI} = \frac{\overline{m}_{d_J}}{v_d(1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta)^2} \epsilon_Y^{(JI)} y_t^2 \lambda_0^{JI} (x_u^S - x_d^S \tan \beta), \quad (6.49)$$

$$\left[X_{LR}^S \right]^{JI} = \frac{\overline{m}_{d_I}}{v_d(1 + \tilde{\epsilon}_J \tan \beta)^2} r_{JI} \epsilon_Y^{(IJ)} y_t^2 \lambda_0^{JI} (x_u^{S*} - x_d^{S*} \tan \beta), \quad (6.50)$$

gdzie

$$r_{JI} = \frac{1 + [\tilde{\epsilon}_J + (\tilde{\epsilon}_I - \tilde{\epsilon}_J)(\epsilon_Y^{(JI)}/\epsilon_Y^{(IJ)})] \tan \beta}{(1 + \tilde{\epsilon}_I \tan \beta)}. \quad (6.51)$$

Sprzężenia $\left[X_{RL}^S \right]^{JI}$ i $\left[X_{LR}^S \right]^{JI}$ dla $J < I$ otrzymuje się stosując reguły podane w (5.41).

Dla prawochiralnych części sprzężeń naładowanego Higgsa otrzymuje się teraz wzory

$$\left[P_{LR}^H \right]^{JI} = \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} \tan \beta V_{\text{eff}}^{JI} \frac{\overline{m}_{d_I}}{1 + \epsilon_0^{(I)} \tan \beta}, \quad J = 1, 2 \quad I = 1, 2 \quad (6.52)$$

$$\left[P_{LR}^H \right]^{33} = \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} \tan \beta V_{\text{eff}}^{33} \frac{\overline{m}_{d_3}}{1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta}, \quad (6.53)$$

$$\left[P_{LR}^H \right]^{J3} = \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} \tan \beta V_{\text{eff}}^{J3} \frac{\overline{m}_{d_3}}{1 + \tilde{\epsilon}_0 \tan \beta}, \quad J = 1, 2 \quad (6.54)$$

gdzie dla $I = 1, 2$, $\epsilon_0^{(I)} = \tilde{\epsilon}_I$, a parametr $\tilde{\epsilon}_0$ jest zdefiniowany w (6.48). Nieco dłuższy rachunek prowadzi do

$$\left[P_{LR}^H \right]^{3I} = \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W} \tan \beta V_{\text{eff}}^{JI} \overline{m}_{d_I} \left[\frac{1}{1 + \epsilon_0^{(I)} \tan \beta} - \frac{\epsilon_Y^{(3I)} y_t^2 \tan \beta}{(1 + \tilde{\epsilon}_0 \tan \beta)(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)} \right. \\ \left. + \frac{(\epsilon_Y^{(3I)} - \epsilon_Y^{(I3)}) y_t^2 \tan \beta}{(1 + \tilde{\epsilon}_0 \tan \beta)(1 + \epsilon_0^{(I)} \tan \beta)} \right] \quad I = 1, 2 \quad (6.55)$$

Tak poprawione wzory na sprzężenia $\left[X_{LR}^S \right]^{JI}$, $\left[X_{RL}^S \right]^{JI}$, $\left[P_{LR}^S \right]^{JI}$ i $\left[P_{RL}^S \right]^{JI}$ zgadzają się z otrzymywanymi w podejściu ścisłym z rozdziału 5 z dokładnością do około $\lesssim 5\%$ w całym interesującym zakresie parametrów MSSM (w przypadku e^{HR} , było to pokazane na Rys.6.7b).

Kombinacja $V_{\text{eff}}^{JI} \overline{m}_{d_I} \cdot [\dots]$ z (6.55) powinna też, zgodnie z przepisem podanym na końcu podrozdziału 6.3, zastąpić czynniki $V^{JI} m_{d_I}$ w sprzężeniach chargin w ich wkładach do współczynników Wilsona operatorów wyższych wymiarów powstających przy odcałkowaniu cząstek supersymetrycznych.

Rozdział 7

Wpływ skalarnych FCNC na przejścia z $|\Delta B| = 1$

W poprzednich dwu rozdziałach wyprowadziliśmy wzory (ściśle i przybliżone) na mające postać prądów skalarnych zmieniające zapach sprzężenia dolnych kwarków do bozonów Higgsa. Pokazaliśmy, że sprzężenia te stają się bardzo silne dla $\tan \beta \gg 1$ i znacznego mieszania lewo i prawochiralnych stopów nawet wówczas, gdy cząstki supersymetryczne są ciężkie. W tym rozdziale rozpatrzemy wpływ prądów skalarnych w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu i $\tan \beta \gg 1$ na przejścia $b \leftrightarrow s, d$, tj. przejścia o $|\Delta B| = 1$.

Rozpatrzmy najpierw potencjalny wpływ tych prądów na szybkości rozpadów $B_s^0 \rightarrow l^+l^-$, $B_d^0 \rightarrow l^+l^-$ pokazując zarazem na tym przykładzie różnice między pełnym rachunkiem sprzężeń H^0 i A^0 opisanym w rozdziale 5 (lub opartym na przybliżeniu z podrozdziału 6.5) oraz opartym na stosowanym powszechnie w literaturze podejściu z podrozdziałów 6.1–6.3.

Następnie pokażemy, że doświadczalny wynik (4.53) na $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ nakłada silne ograniczenia na kombinacje współczynników Wilsona C_S i C_P , zdefiniowanych wzorem (4.34). Jak pokażemy dalej w tym rozdziale, ograniczenie to czyni mało prawdopodobnym zarejestrowanie efektów generowanych w MSSM prądów skalarnych w wielkościach takich, jak $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+\mu^-)$ czy $BR(\bar{B} \rightarrow K \mu^+\mu^-)$, pozostawia jednak możliwość zarejestrowania takich efektów w odpowiednio zdefiniowanych stosunkach takich wielkości. Na koniec zanalizujemy jakościowo wpływ prądów skalarnych na przejście $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$. W rozdziale 8 rozpatrzemy ich wpływ na mieszanie neutralnych mezonów B_s^0 - \bar{B}_s^0 .

7.1 Hamiltonian efektywny przejść $b \rightarrow sl^+l^-$ i $b \rightarrow dl^+l^-$

Ponieważ nie będziemy się tu zajmować łamaniem symetrii CP, wystarczy rozpatrywać tylko te operatory, które anihilują kwark b (a opuścić te, które anihilują kwark \bar{b}). Kompletny hamiltonian opisujący przejścia $b \rightarrow sl^+l^-$, ($b \rightarrow dl^+l^-$), $b \rightarrow s\gamma$, ($b \rightarrow d\gamma$),

$b \rightarrow sg, (b \rightarrow dg)$, tj. przejścia o $\Delta B = 1$, ma postać [84, 85]

$$\mathcal{H}^{\text{eff}} = -2\sqrt{2}G_F V_{ts}^{\text{eff}*} V_{tb}^{\text{eff}} \left(\sum_{X=1}^{10} C_X(\mu) \mathcal{O}_X(\mu) + \sum_{l=e,\mu,\tau} \sum_{X=S,P} C_X^l(\mu) \mathcal{O}_X^l(\mu) \right). \quad (7.1)$$

$\mathcal{O}_X^{(l)}$ oznaczają następujące operatory

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{1c} &= (\bar{s}_L \gamma^\mu T^a c_L) (\bar{c}_L \gamma_\mu T^a b_L) \\ \mathcal{O}_{2c} &= (\bar{s}_L \gamma^\mu c_L) (\bar{c}_L \gamma_\mu b_L) \\ \mathcal{O}_3 &= (\bar{s}_L \gamma^\mu b_L) \sum_{q=u,d,s,c,b} (\bar{q} \gamma_\mu q) \\ \mathcal{O}_4 &= (\bar{s}_L \gamma^\mu T^a b_L) \sum_{q=u,d,s,c,b} (\bar{q} \gamma_\mu T^a q) \\ \mathcal{O}_5 &= (\bar{s}_L \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda b_L) \sum_{q=u,d,s,c,b} (\bar{q} \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda q) \\ \mathcal{O}_6 &= (\bar{s}_L \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda T^a b_L) \sum_{q=u,d,s,c,b} (\bar{q} \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda T^a q) \\ \mathcal{O}_7 &= \frac{e}{g_s^2} (\bar{s}_L \sigma^{\mu\nu} b_R) F_{\mu\nu} \\ \mathcal{O}_8 &= \frac{1}{g_s} (\bar{s}_L \sigma^{\mu\nu} T^a b_R) G_{\mu\nu}^a \\ \mathcal{O}_9 &= \frac{e^2}{g_s^2} (\bar{s}_L \gamma^\mu b_L) \sum_l (\bar{l} \gamma^\mu l) \\ \mathcal{O}_{10} &= \frac{e^2}{g_s^2} (\bar{s}_L \gamma^\mu b_L) \sum_l (\bar{l} \gamma^\mu \gamma^5 l) \\ \mathcal{O}_S^l &= \frac{e^2}{g_s^2} (\bar{s}_L b_R) (\bar{l} l) \\ \mathcal{O}_P^l &= \frac{e^2}{g_s^2} (\bar{s}_L b_R) (\bar{l} \gamma^5 l), \\ \mathcal{O}_S^q &= \frac{e^2}{g_s^2} (\bar{s}_L b_R) (\bar{q} q), \\ \mathcal{O}_P^q &= \frac{e^2}{g_s^2} (\bar{s}_L b_R) (\bar{q} \gamma^5 q), \end{aligned} \quad (7.2)$$

gdzie $g_s^2 = 4\pi\alpha_s$. Dodatkowe dwa operatory $\mathcal{O}_{1u}, \mathcal{O}_{2u}$ otrzymuje się \mathcal{O}_{1c} i \mathcal{O}_{2c} przez zastąpienie $c \rightarrow u$. Założenie o minimalnym łamaniu zapachu pozwoliło wydzielić ze współczynników Wilsona odpowiednie elementy macierzy CKM. Zgodnie z dyskusją z rozdziału 5, w (7.1) wydzieliśmy elementy V^{eff} a nie V .

Na konieczność dopisania do listy (7.2) operatorów $\mathcal{O}_{S,P}^q$ zwrócono uwagę w pracy [86]. Podobnie jak ma to miejsce w przypadku operatorów $\mathcal{O}_1\text{--}\mathcal{O}_6$, ich niezerowe współ-

czynniki Wilsona mogą poprzez ewolucję QCD wpływać na obliczone przy skali μ_b współczynniki Wilsona innych operatorów.

Przy zszywaniu teorii pełnej i efektywnej (patrz rozdział 3), współczynniki Wilsona operatorów \mathcal{O}_1 – \mathcal{O}_6 powstają na poziomie drzewowym. Natomiast współczynniki Wilsona operatorów \mathcal{O}_7 – \mathcal{O}_{10} , \mathcal{O}_S i \mathcal{O}_P , powstają — jak to pokazywaliśmy w rozdziałach 4 i 5 — dopiero po uwzględnieniu w zszywaniu pętli generowanych przez oddziaływania elektroślabe. Z tego też powodu, w celu jednolitego traktowania równań grupy renormalizacji dla współczynników Wilsona wszystkich operatorów, w operatory \mathcal{O}_7 – \mathcal{O}_{10} , \mathcal{O}_S i \mathcal{O}_P włączone zostały czynniki $1/g_s^2$ [84,85]. Rzeczywiste współczynniki Wilsona $C_X(\mu)$ zapisuje się wtedy w postaci

$$C_X(\mu) = C_X^{(0)}(\mu) + \frac{g_s^2(\mu)}{(4\pi)^2} C_X^{(1)}(\mu) + \frac{g_s^4(\mu)}{(4\pi)^4} C_X^{(2)}(\mu) + \dots \quad (7.3)$$

Oczywiście $C_X^{(0)} = 0$ dla $X = 7 - 10, S$ i P .

Związek wprowadzonych w rozdziałach 2 i 4 do opisu rozpadów $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$ współczynników Wilsona $C_{JI}^{S,P}$ występujących we wzorach (2.34), (2.43), (4.33) ze współczynnikami odpowiednich operatorów w (7.2) jest następujący

$$\begin{aligned} C_S^{l(1)} &= - \left(\frac{g_s}{e} \right)^2 \frac{1}{2\sqrt{2}G_F V_{ts}^{\text{eff}*} V_{tb}^{\text{eff}}} C_{bq}^{S*}, \\ C_P^{l(1)} &= - \left(\frac{g_s}{e} \right)^2 \frac{1}{2\sqrt{2}G_F V_{ts}^{\text{eff}*} V_{tb}^{\text{eff}}} C_{bq}^{P*}, \end{aligned} \quad (7.4)$$

gdzie $q = s$ lub d .

7.2 Rozpad $\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$

Hamiltonian efektywny (7.1) zawiera niemal kompletny¹ zestaw operatorów o $\Delta B = 1$ i opisuje procesy takie jak $\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$, $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$, $\bar{B}_s^0 \rightarrow X_s l^+l^-$, $\bar{B}_d \rightarrow K l^+l^-$ i inne. Równania grupy renormalizacji pozwalające zsumować perturbacyjną część poprawek QCD do tych procesów mieszają ze sobą współczynniki większości operatorów (7.2) i dlatego przy rozpatrywaniu procesów $\bar{B}_s^0 \rightarrow X_s l^+l^-$ trzeba uwzględnić je wszystkie. Jednakże, szerokość rozpadu $\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$ zależy tylko od współczynników operatorów \mathcal{O}_{10} , \mathcal{O}_S^l i \mathcal{O}_P^l . Na ewolucję współczynników tych trzech operatorów pozostałe nie wpływają. Dlatego w tym podrozdziale uwzględniamy jedynie współczynniki Wilsona operatorów \mathcal{O}_{10} , \mathcal{O}_S^l i \mathcal{O}_P^l . Do pełnego hamiltonianu wrócimy w podrozdziale 7.3.

¹ Pominęliśmy tylko operatory, które można otrzymać przez zamianę $L \leftrightarrow R$ i których współczynniki Wilsona w modelach MFV są zanedbywalnie małe dla przejść o $\Delta B = +1$.

7.2.1 $\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$ w Modelu Standardowym

Amplituda rozpadu $\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$ w Modelu Standardowym, jak było to już wspomiane w rozdziale 2, zdominowana jest przez wkłady tzw. diagramów pudełkowych i „pingwinowych” z bozonem Z^0 , z wymianą bozonu W^+ i kwarku t w pętli. Dają one wkład do jednego tylko współczynnika Wilsona — do C_{10} . Ponieważ operator \mathcal{O}_{10} ma strukturę iloczynu (częściowo) zachowanego aksjalno-wektorowego prądu kwarkowego i prądu leptonowego, ewolucja QCD współczynnika $C_{10}^{(1)}$ ($C_{10}^{(0)} = 0$) jest trywialna: $C_{10}^{(1)}(\mu_b) = C_{10}^{(1)}(\mu_0)$.

Szerokość rozpadu wyraża się wzorem ² [21]

$$BR(\bar{B}_q^0 \rightarrow l^+l^-) = \frac{\tau(B_q^0)}{\pi} M_{B_q^0} \left(\frac{G_F \alpha_{em} \hat{F}_{B_q} m_l}{4\pi \sin^2 \theta_W} \right)^2 \sqrt{1 - 4 \frac{m_l^2}{M_{B_q^0}^2} |V_{tq}^{\text{eff}*} V_{tb}^{\text{eff}}|^2} |Y(x_t)|^2 \quad (7.5)$$

gdzie $\tau(B_q^0)$ to czas życia mezonu B_q^0 , zaś

$$\frac{1}{\sin^2 \theta_W} Y(x_t) = C_{10}^{(1)}(x_t) + \frac{g_s^2(\mu_0)}{16\pi^2} C_{10}^{(2)}(x_t, \mu_0), \quad (7.6)$$

gdzie $x_t = (m_t^{\overline{\text{MS}}}(\mu_0)/M_W)^2$ ($m_t^{\overline{\text{MS}}}(\mu_0) = 166$ GeV dla $\mu_0 = m_t = 174.3$ GeV). Współczynnik $C_{10}^{(1)}(x_t)$ dany jest przez funkcję $Y_0(x_t)$ (podzieloną przez $\sin^2 \theta$), daną wzorem (2.38). Opisuje ona omawiany w rozdziale 2 zsumowany wkład diagramów „pingwinowych” z bozonem Z^0 (2.33) i diagramów pudełkowych (2.37). Współczynnik $C_{10}^{(2)}(x_t, \mu_0)$ został obliczony w pracy [87]. Dla $m_t^{\overline{\text{MS}}}(m_t) = (166 \pm 5)$ GeV, $\alpha_s(M_Z) = 0.119$ i $\mu_0 = m_t = 174.3$ GeV mamy

$$Y(x_t) = \eta Y_0(x_t) = \eta (0.971 \pm 0.046), \quad (7.7)$$

gdzie $\eta = 1.01$ zawiera w sobie wkłady współczynnika $C_{10}^{(2)}$. Dla $\sin^2 \theta_W = 0.23124$ i $\alpha_{em} = 1/128$ daje to następujące przewidywania Modelu Standardowego:

$$\begin{aligned} BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) &= (3.64 \pm 0.33) \times 10^{-9} \times \left(\frac{\tau_{B_s^0}}{1.461 \text{ ps}} \right) \left(\frac{\hat{F}_{B_s}}{238 \text{ MeV}} \right)^2 \left(\frac{|V_{ts}^{\text{eff}}|}{0.04} \right)^2 \\ BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) &= (1.39 \pm 0.13) \times 10^{-10} \times \left(\frac{\tau_{B_d^0}}{1.542 \text{ ps}} \right) \left(\frac{\hat{F}_{B_d}}{203 \text{ MeV}} \right)^2 \left(\frac{|V_{td}^{\text{eff}}|}{0.009} \right)^2 \end{aligned} \quad (7.8)$$

gdzie błąd podany w nawiasie odnosi się tylko do błędu związanego z $\Delta m_t = \pm 5$ GeV.

Dominujące niepewności tych przewidywań (rzędu $\sim_{-24}^{+28}\%$ i $\sim_{-30}^{+40}\%$ dla rozpadów \bar{B}_s^0 i \bar{B}_d^0) pochodzą z niepewności czynników [25]

$$\hat{F}_{B_s} = (238 \pm 31) \text{ MeV} \quad \text{i} \quad \hat{F}_{B_d} = (203 \pm 27 \pm 10) \text{ MeV} \quad (7.9)$$

² W Modelu Standardowym oczywiście $V^{\text{eff}} = V$.

parametryzujących obliczane nieperturbacyjnie hadronowe elementy macierzowe operatora \mathcal{O}_{10} . Niepewności związane z $\Delta m_t^{\overline{\text{MS}}}(m_t) = 5 \text{ GeV}$, z poprawkami elektromagnetycznymi oraz, w przypadku rozpadu \bar{B}_d^0 , z wartością $|V_{td}^{\text{eff}}|$, są mniejsze. Niepewności te są na razie bez praktycznego znaczenia, gdyż przewidywanie (7.8) jest dwa rzędy wielkości mniejsze niż obecne granice doświadczalne [5, 75] podane w rozdziale 4 wzorami (4.53), (4.54).

Analogiczne szerokości rozpadu w kanale e^+e^- są stłumione przez mały czynnik $(m_e/m_\mu)^2 \sim 2 \times 10^{-5}$ — są więc niemierzalnie małe. Szerokości rozpadów dla $\tau^+\tau^-$ są wprawdzie wzmocnione przez czynnik $(m_\tau/m_\mu)^2 \sim 283$, ale taony są bardzo trudne do identyfikacji eksperymentalnej.

7.2.2 Rozpady $\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$ w MSSM z $\tan \beta \gg 1$

Jak pokazaliśmy w rozdziale 4, w MSSM z $\tan \beta \gg 1$, oprócz współczynnika Wilsona operatora \mathcal{O}_{10} z (7.2), istotny wkład do amplitud rozpadów $\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow l^+l^-$ mogą dawać także współczynniki Wilsona operatorów \mathcal{O}_S^l i \mathcal{O}_P^l . Współczynniki te przy zszywaniu teorii pełnej i efektywnej powstają z diagramów pokazanych odpowiednio na Rys.7.1 *a* i *b*. Duże czarne kropki na tych rysunkach oznaczają generowane przez pętle chargin i stopów zmieniające zapach sprzężenia H^0 i A^0 , $[X_{LR}^{H^0}]^{qb}$ i $[X_{LR}^{A^0}]^{qb}$ (gdzie $q = s$ lub d) dane wzorem (5.39). Mamy więc³ dla $\tan \beta \gg 1$

$$C_S^{l(1)}(\mu_0) = \frac{-e}{\sqrt{2}s_W c_W} \frac{m_l}{M_W} \frac{1}{M_{H^0}^2} \tan \beta [X_{LR}^{H^0}]^{qb} \quad (7.10)$$

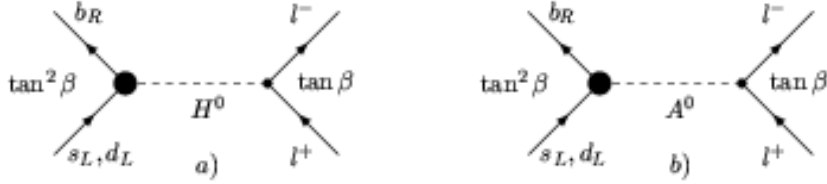
$$C_P^{l(1)}(\mu_0) = \frac{ie}{\sqrt{2}s_W c_W} \frac{m_l}{M_W} \frac{1}{M_{A^0}^2} \tan \beta [X_{LR}^{A^0}]^{qb} \quad (7.11)$$

W przybliżeniu z podrozdziałów 6.1 i 6.2 mamy zaś:

$$C_S^{l(1)}(\mu_0) = -\frac{g_2^4}{8M_A^2} \frac{m_l m_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_0)}{M_W^2} \left(\frac{m_t}{M_W}\right)^2 \frac{\tan^3 \beta V_{tq}^{\text{eff}*} V_{tb}^{\text{eff}}}{(1 + \tilde{\epsilon}_b \tan \beta)(1 + \epsilon_0 \tan \beta)} \epsilon_Y \approx -C_P^{l(1)}(\mu_0) \quad (7.12)$$

Wzory (7.12) uwidaczniają zależność $C_S^{(1)l}$ i $C_P^{(1)l}$ od mas fermionów, masy topu i $\tan \beta$. Skala μ_0 jest skalą zszywania teorii efektywnej (tzn. modelu dwudubletowego powstałego po odprężeniu cząstek supersymetrycznych) i teorii pełnej. W dalszych rachunkach (zgodnie z zapowiedzią z końca rozdziału 5) przyjmować będziemy $\mu_0 = m_t$. Należy tu też zauważyć, że mimo, iż ϵ_0 i $\tilde{\epsilon}_b$ w $[X_{LR}^S]^{qb}$ zależą od α_s , jednak cały wkład diagramu Rys.7.1 należy traktować jak wkład do współczynników $C_{S,P}^{l(1)}$. Obliczenie $C_{S,P}^{l(2)}$ w (7.3) wymagałoby zsumowania wkładów rzędu $\alpha_s(\alpha_s^n y_t^m \tan^{n+m} \beta)$ ($n, m \geq 0$) do $[X_{LR}^S]^{qb}$.

³ Jak wynika z (6.25) i (6.26), sprzężenia $[X_{RL}^{H^0, A^0}]^{qb}$, dające wkład do współczynników Wilsona operatorów $(\bar{s}_R b_L)(\bar{l}l)$ i $(\bar{s}_R b_L)(\bar{l}\gamma_5 l)$, są mniejsze o czynnik $m_s/m_b \lesssim 0.02$ i dlatego wkład tych operatorów można zaniedbać.



Rysunek 7.1: Diagramy dające duże, $\propto \tan^3 \beta$, współczynniki Wilsona $C_S^{l(1)}$ (rysunek a) i $C_P^{l(1)}$ (rysunek b) operatorów \mathcal{O}_S^l i \mathcal{O}_P^l . Duże czarne kropki oznaczają generowane pętlowo zmieniające zapach sprzężenia neutralnych bozonów Higgsa.

Ponieważ operatory $g_s^2 m_b \mathcal{O}_{S,P}^l$ są niezmiennicze względem zmiany skali renormalizacji oddziaływań silnych, ewolucja QCD wielkości

$$\tilde{C}_{S,P}^l \equiv C_{S,P}^{l(1)} + \frac{\alpha_s}{4\pi} C_{S,P}^{l(2)} + \dots \quad (7.13)$$

sprowadza się do pomnożenia $\tilde{C}_{S,P}^l(\mu_0)$ przez czynnik $[m_b(\mu_b)^{\overline{\text{MS}}}/m_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_0)]$. Jeżeli, jak ma to miejsce w (7.12), współczynniki te są proporcjonalne do $\overline{m}_b^{\overline{\text{MS}}}$: $C_{S,P}^{l(1)}(\mu_0) \propto \overline{m}_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_0)$, to ewolucja QCD sprowadza się do zamiany $\overline{m}_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_0)$ na $\overline{m}_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_b)$. Ponieważ element macierzowy operatora $(\bar{q}_L b_R)(\mu_b)$, konieczny do otrzymania z \mathcal{H}_{eff} amplitudy rozpadu $B_q^0 \rightarrow l^+ l^-$ ma postać [88]:

$$\langle 0 | \bar{q}_L b_R(\mu_b) | \bar{B}_q^0 \rangle = i \hat{F}_{B_q} \frac{M_{B_q^0}^2}{m_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_b) + m_q^{\overline{\text{MS}}}(\mu_b)} \approx i \hat{F}_{B_q} \frac{M_{B_q^0}^2}{m_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_b)}, \quad (7.14)$$

amplituda ta w istocie nie zależy od $\overline{m}_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_b)$.

Wykorzystując ogólne wyrażenie na amplitudę rozpadu $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-$ podane w pracy [8] znajdujemy, że

$$\begin{aligned} \Gamma(B_q^0 \rightarrow l^+ l^-) &= M_{B_q^0} \frac{(G_F \alpha_{\text{em}} M_{B_q^0} \hat{F}_{B_q})^2}{64\pi^3} \left(\frac{M_{B_q^0}}{\overline{m}_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_b)} \right)^2 |V_{tq}^{\text{eff}*} V_{tb}^{\text{eff}}|^2 \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{M_{B_q^0}^2}} \\ &\times \left\{ \left| \tilde{C}_S^l(\mu_b) \right|^2 \cdot \left(1 - \frac{4m_l^2}{M_{B_q^0}^2}\right) + \left| \frac{2m_l \overline{m}_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_b)}{M_{B_q^0}^2} C_{10}^l(\mu_b) - \tilde{C}_P^l(\mu_b) \right|^2 \right\} \quad (7.15) \end{aligned}$$

Ponieważ, jak wyjaśniliśmy w poprzednim podrozdziale, $BR(\bar{B}_q^0 \rightarrow e^+ e^-)$ jest bardzo mały, zaś rozpady $\bar{B}_q^0 \rightarrow \tau^+ \tau^-$ nie są obecnie rejestrowane, skupimy się na rozpadach $\bar{B}_{s,d}^0$ na $\mu^+ \mu^-$. Po podstawieniu wartości liczbowych do wzoru (7.15), oraz zaniedbaniu

wyrazów $4m_\mu^2/M_{B_q}^2$, otrzymuje się

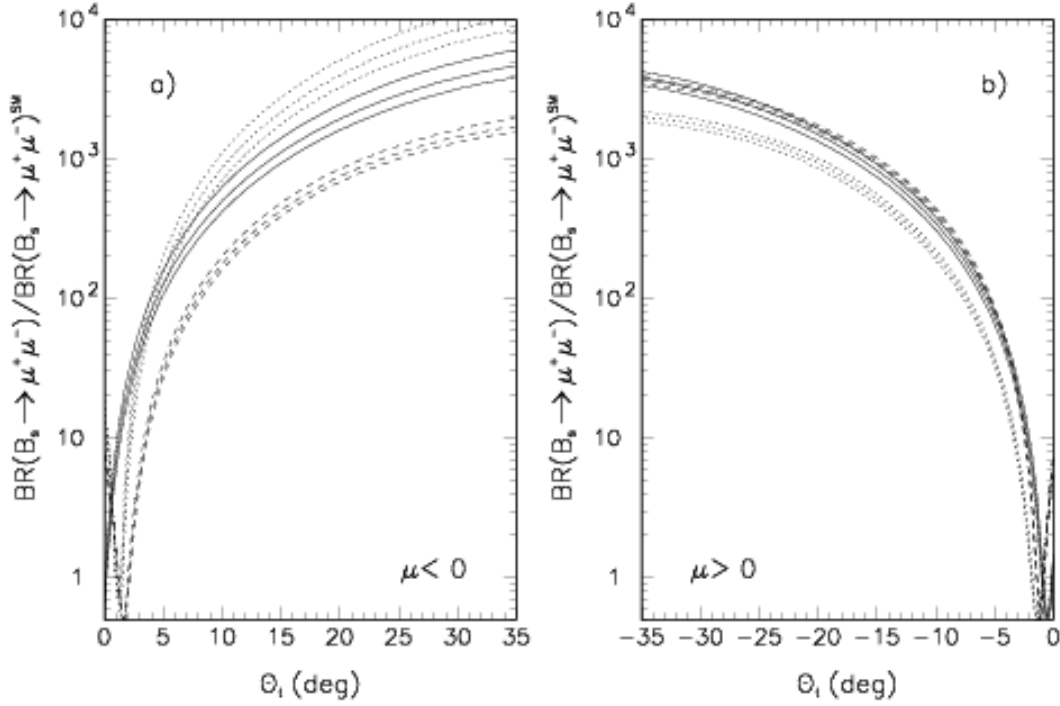
$$BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) \approx 4.27 \times 10^{-7} \left(\frac{\hat{F}_{B_s}}{238 \text{ MeV}} \right)^2 \left| \frac{V_{ts}^{\text{eff}*} V_{tb}^{\text{eff}}}{0.04} \right|^2 \times \left\{ \left| \left(\frac{4.2 \text{ GeV}}{\bar{m}_b^{\overline{MS}}(\mu_b)} \right)^2 \tilde{C}_S^l(\mu_b) \right|^2 + \left| 0.031 \cdot C_{10}^l(\mu_b) - \left(\frac{4.2 \text{ GeV}}{\bar{m}_b^{\overline{MS}}(\mu_b)} \right)^2 \tilde{C}_P^l(\mu_b) \right|^2 \right\} \quad (7.16)$$

Tak jak w Modelu Standardowym, w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu stosunek szybkości rozpadów $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ i $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ wyraża się wzorem

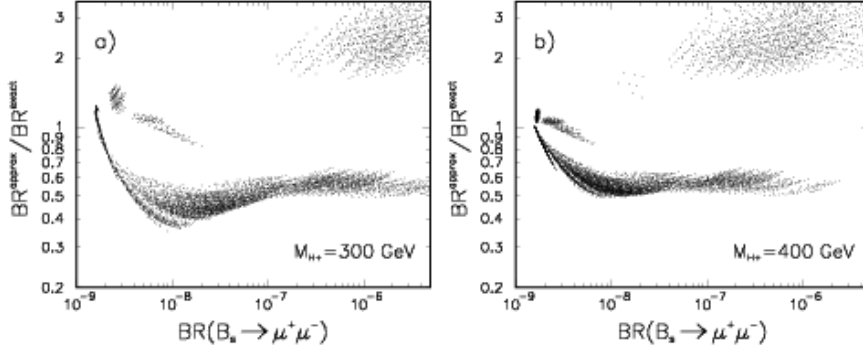
$$\frac{BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)}{BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \left[\frac{\tau_{B_d}}{\tau_{B_s}} \right] \left[\frac{F_{B_d}}{F_{B_s}} \right]^2 \left[\frac{|V_{td}^{\text{eff}}|}{|V_{ts}^{\text{eff}}|} \right]^2 \left[\frac{M_{B_d}}{M_{B_s}} \right]^5. \quad (7.17)$$

Możemy teraz porównać przewidywania dla $BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ otrzymane w MSSM z $\tan \beta \gg 1$ w różnych przybliżeniach. Rys.7.2 pokazuje stosunek $BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ przewidywanego przez MSSM z $\tan \beta = 50$ i $M_{H^+} = 200 \text{ GeV}$ do tej samej wielkości przewidywanej przez Model Standardowy, jako funkcję kąta mieszania lewo i prawochiralnych stopów. Widoczna jest bardzo silna zależność wyniku od tego parametru. Linie odpowiadające mniejszym wartościom $M_2/|\mu|$ ilustrują wpływ zmniejszania się masy cięższego chargina ($m_{C_1} \approx |\mu|$, $m_{C_1} \approx M_2$). Linie kropkowane zostały otrzymane stosując przybliżony rachunek oparty na założeniach 1–3 ze strony 87. Linie kreskowane pokazują wyniki uzyskane bez wysumowania ze wszystkich rzędów wyrazów wiodących dla $\tan \beta \gg 1$. Tak, jak można było oczekiwać [74], dla $\mu > 0$ ($\mu < 0$), wysumowanie zmniejsza (zwiększa) przewidywany przez MSSM stosunek rozgałęzienia $BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$. Widać też, że dla $\mu > 0$ przybliżenie z rozdziału 6 daje przewidywania niższe niż pełny rachunek oparty na formalizmie z rozdziału 5, natomiast dla $\mu < 0$ przybliżenie z rozdziału 6 prowadzi do znacznego przeszacowania $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ [10]. Na przykład, dla $M_2/|\mu| = 1$, $|\theta| = 15^\circ$ i innych parametrów jak na Rys.7.2 stosunek rozgałęzień $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ otrzymany według przybliżeń z rozdziału 6 jest dla $\mu > 0$ ($\mu < 0$) niższy (wyższy) niż dawany przez pełny rachunek o czynnik rzędu 1.5 (rzędu 2).

Stosunki $BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ otrzymywanych w przybliżeniu opartym na założeniach 1–3 ze strony 87 i otrzymywanych z pełnego rachunku pokazane zostały na Rys.7.3 dla $\tan \beta = 50$ i $M_{H^+} = 300$ i 400 GeV dla próbki parametrów MSSM dających masy cząstek supersymetrycznych $\gtrsim 500 \text{ GeV}$. Rysunek ten pokazuje, że odstępstwa metody przybliżonej od pełnego rachunku sięgające (40–50)% są typowe dla większości punktów. Mimo, iż z Rys.7.3 usunięte zostały punkty dające $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ (obliczone z poprawkami omawianymi dalej) niezgodne z wynikiem eksperymentalnym (4.43), to mimo to, zgodnie z dyskusją dotyczącą Rys.6.2d, występują na nim punkty o $\mu < 0$, dla których stosunek rozgałęzień $BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ obliczony w przybliżeniu z rozdziału 6 jest wyższy niż obliczony dokładnie.



Rysunek 7.2: Stosunek $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ w MSSM do tej samej wielkości w Modelu Standardowym, dla $\tan \beta = 50$, $M_{H^+} = 200$, $m_{\tilde{g}} = 3M_2$, $M_{\tilde{b}_R} = 800$ GeV i masy lżejszego chargina równej 600 GeV jako funkcja kąta mieszania stopów θ_t . Na rysunku a) $\mu < 0$ i $M_{\tilde{t}_1} = 600$ GeV, $M_{\tilde{t}_2} = 750$ GeV. Na rysunku b) $\mu > 0$ i $M_{\tilde{t}_1} = 500$ GeV, $M_{\tilde{t}_2} = 850$ GeV (znak $\theta \propto -A_t$ w obu wypadkach wybrany został tak, by możliwe było kasowanie się wkładu chargin i bozonu H^+ do amplitudy przejścia $b \rightarrow s\gamma$). Linie ciągłe pokazują wynik kompletnego rachunku sprzężeń $[X_{LR}^S]$ z rozdziału 5, linie kropkowane odpowiadają przybliżeniu z rozdziału 6, a linie przerywane zwykłemu rachunkowi perturbacyjnemu z rozdziału 4 (bez sumowania wyrazów wzmacnianych przez $\tan \beta$). Kolejne linie każdego rodzaju (licząc od lewej do prawej) odpowiadają wartościom $M_2/|\mu| = 3/4$, 1 i $5/4$.



Rysunek 7.3: Stosunek $BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)^{\text{exact}}/BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)^{\text{approx}}$ w MSSM dla $\tan\beta = 50$ i $M_{H^+} = 300$ GeV (rys.a) i 400 GeV (rys.b).

Na Rys.7.4 a i b pokazana jest także zależność stosunku $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ w MSSM i Modelu Standardowym jako funkcja masy H^+ i $\tan\beta$ dla dwu różnych zestawów mas stopów i dwu znaków μ (pokazane są tylko wyniki pełnego rachunku).

Wartości stosunków rozgałęzień pokazane na Rys.7.2 i Rys.7.4 są także reprezentatywne dla rozpadu $B_d^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$, jeśli zaniedba się słabą zależność wielkości $|(V_{td}^{\text{eff}})^{\text{MSSM}}/(V_{td}^{\text{eff}})^{\text{SM}}|$ (omawianą w rozdziale 8) od parametrów MSSM.

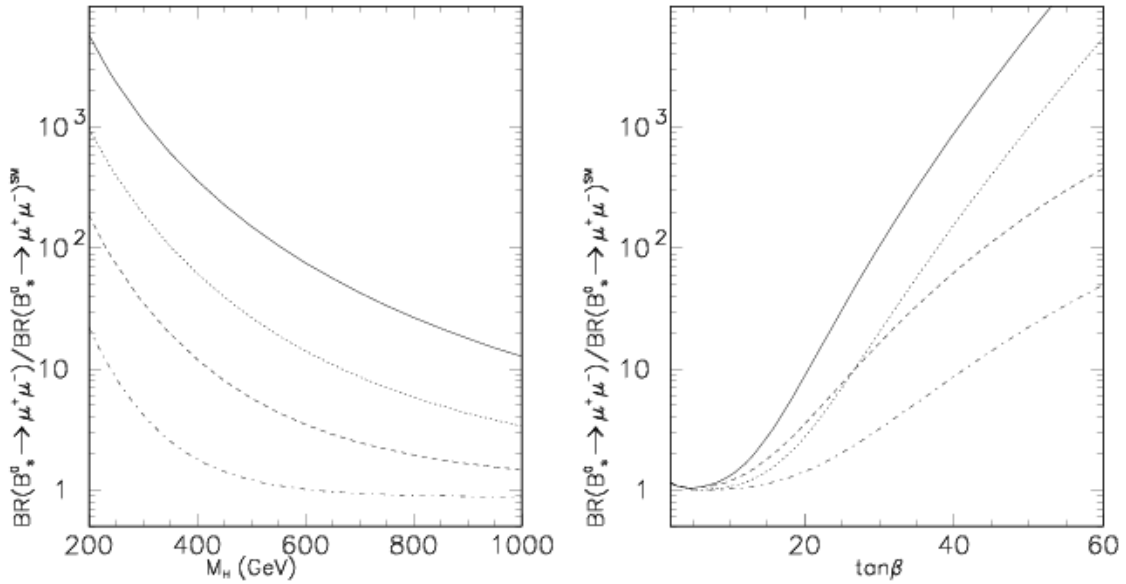
Jak widać z Rys.7.2 i Rys.7.4, w MSSM z $\tan\beta \sim 50$, wkłady operatorów skalarnych mogą, dla niektórych wartości parametrów supersymetrycznych (także dla $\mu > 0$) zwiększać $BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ nawet o czynnik $\gtrsim 10^3 - 10^4$ w stosunku do przewidywania (7.8) Modelu Standardowego. Oznacza to, że wkład tych operatorów, tzn. wielkość ich współczynników Wilsona, jest ograniczona przez aktualne dane doświadczalne (4.53). Wyprowadzimy teraz te ograniczenia. Są one istotne oczywiście wtedy, gdy we wzorze (7.15) współczynnik Wilsona C_{10} (dodatkowo tłumiony przez mały czynnik liczbowy) można zaniedbać w porównaniu z \tilde{C}_S^μ i \tilde{C}_P^μ , co daje

$$BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) \approx 4.27 \times 10^{-7} \left(\frac{\hat{F}_{B_s}}{238 \text{ MeV}} \right)^2 \left| \frac{V_{ts}^{\text{eff}} V_{tb}^{\text{eff}}}{0.04} \right|^2 \left(\frac{4.2 \text{ GeV}}{m_b(\mu_b)} \right)^2 \times \left\{ |\tilde{C}_S^\mu(\mu_b)|^2 + |\tilde{C}_P^\mu(\mu_b)|^2 \right\}. \quad (7.18)$$

Porównując ten wzór z wynikiem (4.53), otrzymujemy na współczynniki operatorów skalarnych ograniczenie [89, 90]

$$\frac{1}{2} \left\{ |\tilde{C}_S^\mu(\mu_b)|^2 + |\tilde{C}_P^\mu(\mu_b)|^2 \right\} \lesssim 2.2 \times \left(\frac{238 \text{ MeV}}{\hat{F}_{B_s}} \right)^2 \left(\frac{m_b(\mu_b)}{4.2 \text{ GeV}} \right)^2. \quad (7.19)$$

Podobne ograniczenie można również podać dla $\tilde{C}_{S,P}^e(\mu_b)$ odwołując się do ograniczenia eksperymentalnego $BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow e^+e^-) < 5.4 \times 10^{-5}$. Przy założeniu uniwersalności współczynników Wilsona $\tilde{C}_{S,P}^{e,\mu}(\mu_b)$ (tj. ograniczając się do modeli typu MFV),



Rysunek 7.4: Stosunek $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ w MSSM do tej samej wielkości obliczonej w Modelu Standardowym, jako funkcja M_{H^+} dla $\tan\beta = 50$ (rysunek a) oraz jako funkcja $\tan\beta$ dla $M_{H^+} = 200$ GeV (rysunek b), dla masy lżejszego chargina 750 GeV, $|r| \equiv M_2/|\mu| = 1$, $m_{\tilde{g}} = 3M_2$ i $M_{\tilde{b}_R} = 800$ GeV. Linie: ciągła i kreskowana (kropkowana i kropkowana-kreskowana) odpowiadają $M_{\tilde{t}_1} = 500$ GeV, $M_{\tilde{t}_2} = 850$ GeV (600 i 750) GeV. Linie: ciągła i kropkowana odpowiadają $\mu < 0$, kreskowana i kropkowana-kreskowana $\mu > 0$. Kąt mieszania stopów wynosi $\theta_t = +(-)10^\circ$ dla $\mu < 0$ ($\mu > 0$).

analogiczne ograniczenia można też otrzymać posługując się wynikami eksperymentalnymi dotyczącymi rozpadów mezonu B_d^0 : $BR(\bar{B}_d^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) < 2.1 \times 10^{-7}$ oraz $BR(\bar{B}_d^0 \rightarrow e^+e^-) < 8.3 \times 10^{-7}$. Są one jednak znacznie mniej interesujące, gdyż stosunki rozgałęzień $BR(\bar{B}_d^0 \rightarrow l^+l^-)$ zależą od elementu V_{td}^{eff} macierzy CKM co wiąże się z koniecznością uwzględnienia wkładów operatorów skalarnych również do tego elementu.

Jak łatwo zrozumieć, ograniczenie (7.19) jest zupełnie niezależne od sposobu generowania operatorów $\mathcal{O}_{S,P}^l$ i zachowuje zatem ważność nie tylko w supersymetrii. W szczególności można by sobie wyobrazić, że operatory $\mathcal{O}_{S,P}^l$ nie powstają z wymiany neutralnych bozonów Higgsa pomiędzy zmieniającym zapach skalarnym prądem kwarkowym i prądem leptonowym (w takim wypadku jednak opisana w następnym rozdziale korelacja $BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ i różnicy mas neutralnych mezonów B_s^0 nie zachodziłaby).

Jak widać ze wzoru (7.12), w MSSM skalarne współczynniki Wilsona są proporcjonalne do masy leptonów, $C_{S,P}^l \approx C_{S,P}^{l(1)} \propto m_l$. Wpływ tych współczynników może być eksperymentalnie mierzalny jedynie w przypadku rozpadów na $\mu^+\mu^-$ lub $\tau^+\tau^-$ (ten ostatni kanał jest jednak trudno badać eksperymentalnie). Dla $\tan \beta \sim 40-50$, znaczącego mieszania lewo i prawochiralnych stopów oraz $\mu < 0$ (gdzie resumacja wiodących członów proporcjonalnych do $\tan^n \beta$ powoduje wzmocnienie efektywnych sprzężeń naruszających zapach) skalarne współczynniki Wilsona $|C_S^{\mu(1)}| \approx |C_P^{\mu(1)}|$ mogą osiągać wartości ~ 10 . Ograniczenie (7.19) eliminuje zatem dużą część przestrzeni parametrów MSSM. Co więcej, jak zostało to pokazane w pracach [10, 11], w modelach z $\tan \beta \sim 40-50$ i dużym mieszaniem stopów wkład sprzężeń naruszających zapach do różnicy mas neutralnych mezonów $B_s^0-\bar{B}_s^0$ również jest duży. Eksperymentalny wynik $(\Delta M_s)^{\text{exp}} \gtrsim 14.4/\text{ps}$ nakłada więc dodatkowe ograniczenie na przestrzeń parametrów MSSM. Dokładniej będzie to omówione w rozdziale 8, gdzie przedstawiona zostanie korelacja $BR(B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ z ΔM_s w scenariuszu MSSM z minimalnym łamaniem zapachu.

Z ograniczenia (7.19) skorzystamy teraz, by oszacować możliwe efekty skalarnych prądów zmieniających zapach w innych przejściach o $\Delta B = 1$.

7.3 Rozpady $\bar{B}_s^0 \rightarrow X_s l^+ l^-$ i $\bar{B}_d \rightarrow K l^+ l^-$

Przebadamy teraz możliwy wpływ operatorów $\mathcal{O}_{S,P}^l$ na rozpady $\bar{B}_s^0 \rightarrow X_s l^+ l^-$ oraz $\bar{B}_d \rightarrow K l^+ l^-$. Aby orzec, czy wpływ ten może być mierzalny, konieczne jest także oszacowanie niepewności teoretycznych, jakimi obarczone są przewidywania Modelu Standardowego dla tych procesów.

Szerokość inkluzywnego rozpadu $\bar{B}_s^0 \rightarrow X_s l^+ l^-$ wyraża się przez współczynniki Wilsona operatorów (7.1) wzorem [91, 92]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \Gamma(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-) &= \frac{G_F^2 \alpha_{\text{em}}^2 m_b^5}{768 \pi^5} |V_{tq}^{\text{eff}*} V_{tb}^{\text{eff}}|^2 \lambda^{1/2}(1, r_s, s) \lambda^{1/2}(1, r_s/s, r_s/s) \\ &\times \left\{ G_c(s) + f_1(s) G_1(s) \left| \tilde{C}_9^{\text{eff}}(s, \mu_b) \right|^2 + f_2(s) G_1(s) \left| \tilde{C}_{10}^{\text{eff}}(s, \mu_b) \right|^2 \right\} \end{aligned} \quad (7.20)$$

$$+ f_3(s)G_2(s) \left| \tilde{C}_7^{\text{eff}}(s, \mu_b) \right|^2 + f_4(s)G_3(s)\text{Re} \left(\tilde{C}_7^{\text{eff}}(s, \mu_b)\tilde{C}_9^{\text{eff}*}(s, \mu_b) \right) \\ + f_5(s) \left| \tilde{C}_S^\mu(\mu_b) \right|^2 + f_6(s) \left| \tilde{C}_P^\mu(\mu_b) \right|^2 + f_7(s)\text{Re} \left(\tilde{C}_{10}^{\text{eff}}(s, \mu_b)\tilde{C}_P^{\mu*}(\mu_b) \right) \Big\},$$

gdzie $s = q^2/m_b^2$ to „zredukowana” masa niezmiennicza pary leptonów, $\tilde{C}_{S,P}^\mu$ są zdefiniowane wzorem (7.13), a

$$\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc. \quad (7.21)$$

Funkcja $G_c(s, \lambda_1, \lambda_2)$ zawiera nieperturbacyjne wkłady $1/m_c^2$ i jest podana w [93]. Funkcje $G_i(s, \lambda_1, \lambda_2)$ zawierają natomiast nieperturbacyjne poprawki $1/m_b^2$. Poprawki te zostały znalezione w pracach [94, 95], przy użyciu metody HQET. Funkcje $G_c(s, \lambda_1, \lambda_2)$ i $G_i(s, \lambda_1, \lambda_2)$ dane są wzorami (29–31) pracy [96]. Wartości parametrów λ_1 i λ_2 wynoszą odpowiednio $\approx -0.2 \text{ GeV}^2$ oraz 0.12 GeV^2 [25]. Występujące we wzorze (7.20) funkcje $f_i(s)$ pochodzące z elementów macierzowych operatorów między stanami kwarkowymi i leptonowymi oraz z całkowania po przestrzeni fazowej dane są wzorami

$$\begin{aligned} f_1(s) &= s(1 + r_s - s)\lambda(1, r_s/s, r_s/s) + (1 - r_s + s)(1 - r_s - s)(1 + 2r_s/s) \\ &\quad + 6r_l(1 + r_s - s) \\ f_2(s) &= s(1 + r_s - s)\lambda(1, r_s/s, r_s/s) + (1 - r_s + s)(1 - r_s - s)(1 + 2r_s/s) \\ &\quad - 6r_l(1 + r_s - s) \\ f_3(s) &= (4/s)(1 + 2r_s/2) \left[2(1 + r_s)(1 - r_s)^2 - s(1 + 14r_s + r_s^2) - s^2 \right] \quad (7.22) \\ f_4(s) &= 12(1 + 2r_s/s) \left[(1 - r_s)^2 - s(1 + r_s) \right] \\ f_5(s) &= \frac{3}{2}(1 + r_s - s)(s - 4r_l) \\ f_6(s) &= \frac{3}{2}(1 + r_s - s)s \\ f_7(s) &= 6\sqrt{r_l}(1 - r_s - s) \end{aligned}$$

gdzie $r_l = m_l^2/m_b^2$, $r_s = m_s^2/m_b^2$. W przybliżeniu NNLO efektywne współczynniki $\tilde{C}_7^{\text{eff}}(s, \mu_b)$, $\tilde{C}_9^{\text{eff}}(s, \mu_b)$ i $\tilde{C}_{10}^{\text{eff}}(s, \mu_b)$ zawierające w sobie zarówno efekty biegnięcia silnej stałej sprzężenia w QCD od skali $\mu_0 \sim m_t$ w dół do skali $\mu_b \sim m_b$, jak też i elementy macierzowe operatorów (7.2), mogą zostać zapisane w zwartej postaci [84, 85, 97, 98]

$$\begin{aligned} \tilde{C}_7^{\text{eff}}(s, \mu_b) &= \left(1 + \frac{\alpha_s(\mu_b)}{\pi} \omega_7(s) \right) A_7 \\ &\quad - \frac{\alpha_s(\mu_b)}{4\pi} \left(C_1^{(0)} F_1^{(7)}(s) + C_2^{(0)} F_2^{(7)}(s) + C_8^{(1)} F_8^{(7)}(s) \right) \\ \tilde{C}_9^{\text{eff}}(s, \mu_b) &= \left(1 + \frac{\alpha_s(\mu_b)}{\pi} \omega_9(s) \right) \left[A_9 + T_9 g(m_c^2/m_b^2, s) + U_9 g(1, s) + W_9 g(0, s) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\alpha_s(\mu_b)}{4\pi} \left(C_1^{(0)} F_1^{(9)}(s) + C_2^{(0)} F_2^{(9)}(s) + C_8^{(1)} F_8^{(9)}(s) \right) \\
 \tilde{C}_{10}^{\text{eff}}(s, \mu_b) & = \left(1 + \frac{\alpha_s(\mu_b)}{\pi} \omega_9(s) \right) A_{10}
 \end{aligned} \tag{7.23}$$

gdzie A_i , T_9 , U_9 , W_9 i funkcja $g(z, s)$ podane są w [97]. Jawne wyrażenia na funkcje $F_j^{(i)}(s)$ i $\omega_i(s)$, słuszne dla masy niezmienniczej $s \lesssim 0.25$ podane są w pracy [98]⁴. Współczynniki Wilsona $C_1^{(0)}$, $C_2^{(0)}$ i $C_8^{(1)}$ można znaleźć np. w równaniu (E.9) w pracy [66]. Wzór (7.20) rozwija się tylko do rzędu $\alpha_s(\mu_b)$. W członach interferencyjnych należy zastąpić $\omega_7(s)$ i $\omega_9(s)$ przez $\omega_{79}(s)$ [97]. Uwzględnienie we współczynnikach \tilde{C}_7^{eff} , \tilde{C}_9^{eff} i $\tilde{C}_{10}^{\text{eff}}$ poprawek $\mathcal{O}(\alpha_s)$ do elementów macierzowych najważniejszych operatorów powoduje znaczne zmniejszenie zależności ostatecznych wyników od skali renormalizacji μ_b [98]. Analogiczne poprawki $\mathcal{O}(\alpha_s)$ do elementów macierzowych operatorów $\mathcal{O}_{S,P}^l$ nie są jeszcze policzone. Zatem wkłady operatorów skalarnych do szerokości inkluzywnego rozpadu $\bar{B}_s^0 \rightarrow X_s l^+ l^-$ obarczone są większą niż wkłady pozostałych operatorów niepewnością związaną z wyborem skali μ_b .

Aby wyeliminować ze wzoru (7.20) czynnik m_b^5 , będący źródłem dużej niepewności, nie wprowadzając jednocześnie dużych niepewności związanych z wartością masy kwarku c , można zastosować chwyt zaproponowany po raz pierwszy w pracy [66] polegający na podzieleniu szerokości rozpadu $\bar{B}_s^0 \rightarrow X_s l^+ l^-$ przez szerokość rozpadu $\bar{B}^0 \rightarrow X_c e \nu_e$. Wówczas

$$\begin{aligned}
 \frac{dBR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)}{ds} & = \frac{BR(\bar{B} \rightarrow X_c e \nu_e)}{C} \\
 & \times \frac{\frac{d}{ds} \Gamma(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)}{\frac{G_F^2 m_b^5}{192\pi^3} |V_{cb}|^2 \left(1 - \frac{2\alpha_s(m_b)}{3\pi} h(0) \right) \left(1 + \frac{\lambda_1}{2m_b^2} - \frac{9\lambda_2}{2m_b^2} \right)},
 \end{aligned} \tag{7.24}$$

gdzie funkcja $h(z)$ podana jest np. w równaniu (48) w pracy [97], zaś czynnik C zdefiniowany jako

$$C \equiv \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right|^2 \frac{\Gamma(\bar{B} \rightarrow X_c e \nu_e)}{\Gamma(\bar{B} \rightarrow X_u e \nu_e)} \tag{7.25}$$

został obliczony perturbacyjnie w [66]: $C = 0.575 \times (1 \pm 0.01_{\text{pert}} \pm 0.02_{\lambda_1} \pm 0.02_{\Delta}) = 0.575 \times (1 \pm 0.03)$. W analizie przedstawionej poniżej użyjemy jednak bardziej konserwatywnego oszacowania, $C = 0.575 \times (1 \pm 0.06)$. Zależność od obarczonego dużym błędem parametru nieperturbacyjnego λ_1 kasuje się w przybliżeniu między licznikiem i mianownikiem wyrażenia (7.24). W ten sposób zależność od $z = m_c^2/m_b^2$ staje się zaniedbywalna

⁴ Wyniki numeryczne ważne w całym zakresie s zostały opublikowane [99, 100] dopiero po wykonaniu powyższej analizy. Otrzymane zostały one przez bardzo czasochłone numeryczne całkowanie skomplikowanych wyrażeń i nie mają postaci wzorów analitycznych. Dlatego też nie można ich bezpośrednio tu wykorzystać.

dla m_c^2/m_b^2 zmieniającego się w zakresie od 0.27 do 0.31. Niepewność różniczkowej szerokości rozpadu spowodowana normalizacją jest wówczas zdominowana przez niepewność czynnika C (7.25), która jest rzędu $\sim \pm 6\%$. Dominującym źródłem niepewności pozostaje zależność od μ_b , która dla $s < 0.25$ została oszacowana (zmieniając μ_b między 2.5 GeV i 10 GeV) na około $\pm 7\%$ [98]. Podobnej wielkości jest nieznaną obecnie niepewność związana z poprawkami elektromagnetycznymi do biegnięcia operatorów \mathcal{O}_9 i \mathcal{O}_{10} oraz ich mieszania się z innymi operatorami. Jej wielkość można oszacować zmieniając α_{em} we wzorze (7.20) między $1/128$ a $1/133$, co sugeruje dodatkową niepewność rzędu $\sim \pm 8\%$ przewidywania na szerokości rozpadu. Ponadto, uwzględnić trzeba jeszcze niepewność związaną z masą topu, $m_t^{\overline{\text{MS}}}(m_t) = (166 \pm 5)$ GeV, która jest rzędu $\pm(6 - 7)\%$.

Różniczkową częstość (7.24) można scałkować po różnych zakresach s . Najbardziej wiarygodne przewidywania teoretyczne otrzymuje się dla $0.05 < s < 0.25$ [97], gdyż w tym zakresie efekty nieperturbacyjne związane z rezonansami $\bar{c}c$ są małe i rachunek NNLO w Modelu Standardowym jest niemal kompletny ⁵. Z (7.12) otrzymuje się wtedy

$$BR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)_{0.05 < s < 0.25} = (1.46 \pm 0.11 \pm 0.10) \times 10^{-6}. \quad (7.26)$$

W obliczeniach przyjęto $m_t^{\overline{\text{MS}}}(m_t) = 166$ GeV, $m_b = 4.8$ GeV, $\alpha_{\text{em}} = 1/128$, $|V_{ts}V_{tb}^*/V_{cb}| = 0.976$ oraz $BR(\bar{B} \rightarrow X_c e \nu_e) = 0.102$. Pierwsza niepewność pochodzi z zależności od μ_b , druga z $\Delta m_t^{\overline{\text{MS}}}(m_t) = 5$ GeV. Do tego należy jeszcze dodać 6% niepewności czynnika C oraz $\sim 8\%$ niepewności pochodzących z poprawek elektromagnetycznych. Dodanie wszystkich tych niepewności w kwadratach prowadzi do niepewności wyniku końcowego na poziomie $\pm 14\%$ ⁶.

Scałkowanie różniczkowej szerokości rozpadu (7.20) po pełnym zakresie zmienności s , $s_{\text{min}} < s < s_{\text{max}}$ gdzie $s_{\text{min}} = 4m_t^2/m_b^2$, $s_{\text{max}} = (1 - m_s/m_b)^2$, prowadzi do wyniku na tzw. nierezonansową szerokość rozpadu. Wielkość ta może być porównywana z danymi eksperymentalnymi, o ile od tych ostatnich odejmiemy wkłady rezonansów $\bar{c}c$. Ponieważ rachunek NNLO jest kompletny tylko w zakresie $s < 0.25$, zgodnie ze sposobem zaproponowanym w pracy [96], dla $s > 0.25$ na \tilde{C}_7^{eff} , \tilde{C}_9^{eff} i $\tilde{C}_{10}^{\text{eff}}$ użyte zostały jedynie wzory NLO (podane w pracy [97]), z $\mu_b = 2.5$ GeV (dla $s < 0.25$ wzory NLO z $\mu_b = 2.5$ GeV dają wynik bardzo zbliżony do pełnego rachunku NNLO z $\mu_b = 5$ GeV). Otrzymujemy w ten sposób następujące przewidywania Modelu Standardowego dla stosunków rozgałęzień rozpadów inkluzywnych:

$$BR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)_{\text{nonres}} = (4.39_{-0.36}^{+0.24} \pm 0.24) \times 10^{-6}, \quad (7.27)$$

$$BR(\bar{B} \rightarrow X_s e^+ e^-)_{\text{nonres}} = (7.26_{-0.58}^{+0.25} \pm 0.28) \times 10^{-6}. \quad (7.28)$$

⁵ Formalnie został on skompletowany dopiero po opublikowaniu pracy [90] w pracach [101, 102]. Jednakże wpływ na końcowy wynik obliczonych w tych pracach dwupętlowych poprawek do elementu macierzowego operatora \mathcal{O}_9 oraz mieszania na poziomie trzypętlowym przez ewolucję QCD operatorów \mathcal{O}_{1-6} z \mathcal{O}_7 i \mathcal{O}_9 jest nie większy niż 2%.

⁶ Kompletnie obliczenie poprawek elektromagnetycznych (częściowo zrobione w pracy [66]) podjęte przez M. Misiaka i współpracowników zredukuje tę niepewność do 12%.

Znaczenie błędów jest w powyższych wzorach takie samo jak w (7.26). Uwzględniając pozostałe niepewności szacujemy niepewności powyższych wyników na ${}_{-14}^{+13}\%$ ($\pm 12\%$ po obliczeniu poprawki elektromagnetycznej) dla $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)_{\text{nonres}}$ oraz na ${}_{-13.5}^{+11}\%$ (${}_{-11}^{+9}\%$) dla $BR(\bar{B} \rightarrow X_s e^+ e^-)_{\text{nonres}}$. Przewidywania (7.27) i (7.28) są zgodne z wynikiem z BELLE [103, 104] i ostatnim wynikiem z BABAR, które razem dla stosunku rozgałęzienia uśrednionego po $l = \mu, e$ dają $BR(\bar{B} \rightarrow X_s l^+ l^-)_{\text{nonres}} = (6.1 \pm 1.4_{-1.1}^{+1.4}) \times 10^{-6}$ dla masy niezmienniczej pary leptonów $\sqrt{q^2} > 0.2 \text{ GeV}$ [5].

Interesujące mogło by być także zmierzenie stosunku rozgałęzień scałkowanego po zakresie s leżącym powyżej rezonansów $\bar{c}c$ [90, 100]. W Modelu Standardowym dla takiego zakresu s otrzymujemy następujące przewidywania:

$$BR(\bar{B} \rightarrow X_s l^+ l^-)_{0.65 < s < s_{\text{max}}} = (2.32_{-0.20}^{+0.17} \pm 0.14) \times 10^{-7}, \quad (7.29)$$

gdzie $l = e$ lub μ . Pierwsza niepewność jest związana z zależnością od μ_b i została oszacowana przy użyciu wyników z [96]. W tym zakresie s dodatkowym źródłem niepewności są również nieperturbacyjne poprawki rzędu $1/m_b^2$ obliczone w pracach [94, 95]. Dla $s > 0.8$ nie mogą one być oszacowane dokładnie, co znajduje odbicie w tym, że wyrażenie stojące po prawej stronie wzoru (7.20) staje się ujemne dla $s \rightarrow 1$. W celu oszacowania niepewności z tym związanej, obliczyliśmy $BR(\bar{B} \rightarrow X_s l^+ l^-)$ pomijając te poprawki i interpretując 15% różnicę między tak otrzymanym wynikiem, a wynikiem (7.29) jako niepewność związaną z poprawkami rzędu $1/m_b^2$ dla tego zakresu s . Dodanie wszystkich powyższych niepewności w kwadratach prowadzi do niepewności wyniku (7.29) rzędu $\pm 20\%$ ⁷.

Ograniczenie (7.19) na współczynniki $\tilde{C}_{S,P}^l$ pozwala oszacować możliwy wpływ wielkość wkładu operatorów skalarnych $\mathcal{O}_{S,P}^\mu$ na częstość zachodzenia rozpadu inkluzywnego, $\bar{B}_d^0 \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ (analogiczne oszacowanie można przeprowadzić w wypadku $\bar{B}_d^0 \rightarrow X_s e^+ e^-$ oraz $B \rightarrow X_s \tau^+ \tau^-$). Ze wzoru (7.20) na wkład operatorów skalarnych do różniczkowej szerokości rozpadu otrzymuje się

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \Delta BR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-) &\approx \frac{BR(\bar{B} \rightarrow X_c e \nu_e)}{\left(1 - \frac{2\alpha_s(m_b)}{3\pi} h(0)\right)} \frac{1}{C} \left| \frac{V_{ts}^* V_{tb}}{V_{cb}} \right|^2 \left(\frac{\alpha_{\text{em}}}{2\pi} \right)^2 \\ &\times (1-s)^2 \left\{ \frac{3}{2} s \left| \tilde{C}_S^\mu(\mu_b) \right|^2 + \frac{3}{2} s \left| \tilde{C}_P^\mu(\mu_b) \right|^2 + 6 \frac{m_\mu}{m_b} \tilde{C}_P^\mu(\mu_b) C_{10}^{\text{eff}}(s, \mu_b) \right\}. \end{aligned} \quad (7.30)$$

W powyższym wzorze użyto normalizacji do rozpadu $\bar{B}^0 \rightarrow X_c e \nu_e$ oraz dla uproszczenia pominięto czynniki opisujące poprawki nieperturbacyjne w mianowniku wyrażenia

⁷Niepewność związana z omawianymi tu nieperturbacyjnymi poprawkami rzędu $\Lambda_{\text{QCD}}^2/m_b^2, \Lambda_{\text{QCD}}^3/m_b^3$ i wyższymi została lepiej oszacowana w pracy [100]. Pokazano tam, że dla $s_{\text{min}} = 0.6$ niepewność związana z tymi wkładami jest rzędu 8%. Jednakże porównanie rachunku teoretycznego z wynikiem doświadczalnym pozostaje wciąż obciążone niepewnością rzędu 15% związaną z przetłumaczeniem cięcia nakładanego w rachunku teoretycznym na zmienną s na doświadczalne cięcie kinematyczne. Tak więc podane powyżej oszacowanie niepewności [90] pozostaje nadal w mocy.

(7.24). Zgodnie z uwagami poczynionymi pod wzorem (7.20), wkład operatorów $\mathcal{O}_{S,P}^l$ do inkluzywnej szerokości rozpadu $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)$ zależy od skali renormalizacji μ_b . Ponieważ, wzorując się na [66], używamy tu wartości $m_b^{1S} = 4.69$ GeV, co prowadzi do biegnącej masy kwarku b wynoszącej $m_b^{\overline{\text{MS}}}(m_b^{\overline{\text{MS}}}) \approx 4.2$ GeV, będziemy dalej jako wolne parametry traktować współczynniki $\tilde{C}_{S,P}^\mu$ przy skali $\mu_b = 4.2$ GeV. Niepewność związana z wyborem skali, $\mu_b \rightarrow \mu'_b$ w (7.30), jest wówczas dana przez czynnik $[m_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu'_b)/m_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_b)]^2$ i szacujemy ją na ${}_{-25}^{+22}\%$. Podstawienie wielkości liczbowych do (7.30) prowadzi do

$$\frac{d}{ds} \Delta BR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-) \approx 4.7 \times 10^{-7} \times (1-s)^2 \left\{ s \left| \tilde{C}_S^\mu(\mu_b) \right|^2 + s \left| \tilde{C}_P^\mu(\mu_b) \right|^2 + 4 \frac{m_\mu}{m_b} \tilde{C}_P^\mu(\mu_b) C_{10}^{(1)}(s, \mu_b) \right\}. \quad (7.31)$$

W wyniku scałkowania po pełnym przedziale zmienności masy niezmienniczej, $0 < s < 1$ i uwzględnienia ograniczenia (7.19) otrzymuje się oszacowanie maksymalnego możliwego wkładu pochodzącego od operatorów skalarnych do nierezonansowej częstości rozpadu inkluzywnego

$$\Delta BR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)_{\text{nonres}} \lesssim 1.7 \times f \times \left(1 \pm 0.5 \times \sqrt{r/f} \right) \times 10^{-7}, \quad (7.32)$$

gdzie

$$f \equiv \left(\frac{238 \text{ MeV}}{\hat{F}_{B_s}} \right)^2, \quad 0.78 < f < 1.32 \quad (7.33)$$

zaś czynnik

$$0 \leq r \leq 2 \quad (7.34)$$

zależy od względnej wielkości współczynników $|\tilde{C}_P^\mu|$ i $|\tilde{C}_S^\mu|$: $r = 0$ dla $|\tilde{C}_P^\mu| = 0$, $r = 2$ dla $|\tilde{C}_S^\mu| = 0$. Dla $|\tilde{C}_P^\mu| = |\tilde{C}_S^\mu|$, tak jak w MSSM, $r = 1$. Jak widać z (7.32), możliwe są dwa znaki członu interferencyjnego $C_P^\mu C_{10}^{(1)}$ zależące od znaku \tilde{C}_P^μ (interferencja jest konstruktywna dla $\tilde{C}_P^\mu < 0$). W oszacowaniu (7.32) użyta została przybliżona wartość współczynnika $\tilde{C}_{10}^{\text{eff}}$ w Modelu Standardowym, $\tilde{C}_{10}^{\text{eff}}(s, \mu_b) \approx C_{10}^{(1)} \approx -4.2$. Ponadto w członie interferencyjnym użyto $m_b = m_b^{\text{pole}} = 4.8$ GeV. Z (7.32) wynika, że maksymalny efekt operatorów skalarnych, rzędu 3.7×10^{-7} , uzyskuje się dla $f = 1.32$ i $r = 2$. Dla $f = r = 1$ otrzymuje się 2.55×10^{-7} . Porównanie tego z przewidywaniem Modelu Standardowego (7.27) prowadzi do wniosku, że maksymalny wkład operatorów skalarnych dozwolony przez wynik (4.53) eksperymentu CDF, jest na poziomie 8%, czyli znacznie mniejszym, niż niepewności przewidywania Modelu Standardowego. W podobny sposób dla różniczkowej częstości rozpadu scałkowanej w zakresie $0.05 < s < 0.25$ otrzymuje się

$$\Delta BR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)_{0.05 < s < 0.25} \lesssim 0.43 \times f \times \left(1 \pm 0.88 \times \sqrt{r/f} \right) \times 10^{-7}. \quad (7.35)$$

Oznacza to, że podobnie jak dla nierezonansowej częstości rozpadu, tak i tu maksymalne efekty operatorów skalarnych są mniejsze od niepewności w szacowaniu wkładu Modelu Standardowego. Dla $f = 1.32$, $r = 2$ wkład ten osiąga 8% , zaś dla $f = r = 1$ 5.5%. W obszarze s powyżej rezonansów $\bar{c}c$ scałkowana częstość rozpadu wynosi

$$\Delta BR(B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)_{0.65 < s < 1} \lesssim 0.22 \times f \times \left(1 \pm 0.16 \times \sqrt{r/f}\right) \times 10^{-7}, \quad (7.36)$$

co oznacza, że w tym zakresie s maksymalne wkłady operatorów skalarnych zwiększają częstość rozpadu o maksymalnie $\sim 15\%$ dla $f = 1.32$, $r = 2$ oraz 11% dla $f = r = 1$. Tak więc i tu są one mniejsze niż niepewność związana z szacowaniem wkładu Modelu Standardowego. Dodatkowo, eksperymentalne badanie tego obszaru jest trudne, ponieważ $BR(\bar{B} \rightarrow X_s l^+ l^-)$ jest tam o rząd wielkości mniejszy niż dla $0.05 < s < 0.25$ i pomiar wymagałby bardzo dużej statystyki.

Wobec dużych niepewności, jakimi obarczone są przewidywania Modelu Standardowego dla pojedynczego stosunku rozpadu $\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$, (maskujących ewentualne przyczynki do tej wielkości pochodzące od operatorów skalarnych) autorzy pracy [86] zaproponowali, by badać wielkość

$$R = \frac{BR(\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)_{q^2 > 4m_\mu^2}}{BR(\bar{B} \rightarrow X_s e^+ e^-)_{q^2 > 4m_\mu^2}} \quad (7.37)$$

(z takim samym cięciem kinematycznym dla obu rozpadów) która, jak oszacowali, może być w Modelu Standardowym obliczona znacznie dokładniej: niepewności przewidywania szybkości rozpadów na $\mu^+ \mu^-$ i na $e^+ e^-$ skracają się w stosunku (7.37). Co więcej, wielkość ta może być w przyszłości również lepiej wyznaczona doświadczalnie, gdyż różne błędy systematyczne zazwyczaj skracają się w stosunkach takich jak (7.37), ale wymaga to przeprowadzenia odpowiedniej analizy danych. Z aktualnie dostępnych wyników [103] autorzy pracy [86] znaleźli jedynie dość słabe oszacowanie $R = 1.20 \pm 0.52$, które na razie nakłada na współczynniki \tilde{C}_S^μ i \tilde{C}_P^μ znacznie słabsze ograniczenie niż (7.19).

Ekskluzywne rozpady $\bar{B} \rightarrow Kl^+ l^-$ i $\bar{B} \rightarrow K^* l^+ l^-$ zostały zmierzone wcześniej, niż inkluzywne [105, 75]. Dla prostoty ograniczymy się tu tylko do rozpadu $\bar{B} \rightarrow Kl^+ l^-$. Aktualne wyniki eksperymentalne dla tego procesu $\bar{B} \rightarrow Kl^+ l^-$ to $BR(\bar{B} \rightarrow Kl^+ l^-) = (4.8_{-0.9}^{+1.0} \pm 0.3 \pm 0.1) \times 10^{-7}$ (po uśrednieniu po $l = \mu, e$) oraz $BR(\bar{B} \rightarrow K\mu^+ \mu^-) = (4.8_{-1.3}^{+1.5} \pm 0.3 \pm 0.1) \times 10^{-7}$, (wynik BELLE) oraz $BR(\bar{B} \rightarrow Kl^+ l^-) = (6.9_{-1.3}^{+1.5} \pm 0.6) \times 10^{-7}$ (po uśrednieniu po $l = \mu, e$) i $BR(\bar{B} \rightarrow K\mu^+ \mu^-) = (4.8_{-2.0}^{+2.5} \pm 0.4) \times 10^{-7}$ (wyniki BaBar) [5]. Główna niepewność w teoretycznym rachunku $BR(\bar{B} \rightarrow Kl^+ l^-)$ związana jest z wyznaczaniem nieperturbacyjnie elementów macierzowych operatorów pomiędzy hadronowymi stanami początkowym i końcowym. Różne techniki wykorzystywane do tego celu prowadzą do przewidywań Modelu Standardowego dla tego stosunku rozgałęzienia zmieniających się pomiędzy 3×10^{-7} a 6.9×10^{-7} . Przytoczone wyżej nowe dane eksperymentalne pozostają w dobrej zgodności z opartym na przybliżeniu NNLO teoretycznym rachunkiem Alego i in. z pracy [96],

który daje $BR(\bar{B} \rightarrow Kl^+l^-)_{\text{nonres}} = (3.5 \pm 1.2) \times 10^{-7}$. Trzeba tu jednak podkreślić, że znaczne zmniejszenie przewidywanej częstości tego rozpadu w porównaniu z poprzednim rachunkiem Alego (opartym na przybliżeniu NLO) [106], jest efektem sztucznego obniżenia wartości formfaktora $T_1(q^2)$. Zmiana ta była umotywowana tym, że otrzymywana przy użyciu tzw. reguł sum QCD na stożku świetlnym, wartość $T_1(q^2 = 0)$ daje, w porównaniu z danymi doświadczalnymi, zbyt duży stosunek rozgałęzienia rozpadu $\bar{B} \rightarrow K^*\gamma$ co sugeruje, że metoda ta systematycznie przeszacowuje wartość $T_1(q^2)$.

Wkład operatorów $\mathcal{O}_{S,P}^l$ generowanych przez zmieniające zapach neutralne prądy skalarnie do $BR(\bar{B} \rightarrow Kl^+l^-)_{\text{nonres}}$ był wcześniej analizowany w pracy [89] w roku 2001. W tym czasie istniało tylko eksperymentalne górne ograniczenie $BR(\bar{B}^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-) < 5.2 \times 10^{-6}$. Autorzy pracy [89] mogli więc tylko stwierdzić, że ograniczenie na $|\tilde{C}_S^\mu|^2 + |\tilde{C}_P^\mu|^2$ nakładane przez ówczesne ograniczenie $BR(\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) < 2.6 \times 10^{-6}$ było silniejsze niż to, które można było otrzymać z ograniczenia na $BR(\bar{B}^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-)$. Aktualną sytuację analizujemy poniżej.

Wkłady operatorów skalarnych do nierezonansowej szerokości rozpadu zapisać można jako [89]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dq^2} \Delta Br(\bar{B} \rightarrow Kl^+l^-)_{\text{nonres}} &= \frac{\tau_B}{\pi} \left(\frac{G_F \alpha_{\text{em}}}{16\pi^2} \right)^2 \frac{|V_{ts}^{\text{eff}*} V_{tb}^{\text{eff}}|^2}{M_B^3} \lambda^{1/2}(q^2, M_B^2, M_K^2) \beta_l(q^2) \\ &\times \left\{ q^2 \beta_l^2(q^2) |\delta F_S|^2 + q^2 |\delta F_P|^2 + 2q^2 \text{Re}(F_P^* \delta F_P) \right. \\ &\quad \left. + 2m_l (M_B^2 - M_K^2 + q^2) \text{Re}(F_A^* \delta F_P) \right\} \end{aligned} \quad (7.38)$$

gdzie q^2 to masa niezmiennicza pary leptonów, $\beta_l(q^2) = \sqrt{1 - 4m_l^2/q^2}$ oraz

$$\begin{aligned} \delta F_{S,P} &= \frac{1}{2} \frac{\tilde{C}_{S,P}^l(\mu_b)}{m_b^{\overline{\text{MS}}}(\mu_b)} (M_B^2 - M_K^2) f_0(q^2) \\ F_A &= C_{10}^{\text{eff}} f_+(q^2) \\ F_P &= m_l C_{10}^{\text{eff}} \left\{ \frac{M_B^2 - M_K^2}{q^2} [f_+(q^2) - f_0(q^2)] - f_+(q^2) \right\}. \end{aligned} \quad (7.39)$$

Występujący tu współczynnik C_{10}^{eff} różni się od $\tilde{C}_{10}^{\text{eff}}$ zdefiniowanego wzorem (7.23) tym, że położono w nim $\omega_9(s) = 0$ (efekty opisywane w inkluzywnym rozpadzie czynnikiem $\omega_9(s)$ uwzględniane są teraz w formfaktorach $f_0(s)$ i $f_+(s)$). Warto też zauważyć, że C_{10}^{eff} , a zatem także i cały przyczynik (7.38) jest niezależny od skali renormalizacji μ_b . Idąc za pracą [106], jako centralnych wartości formfaktorów $f_0(q^2)$, $f_+(q^2)$ (oraz $f_T(q^2)$, który występuje niżej, we wzorze (7.44)) użyliśmy najniższych wartości otrzymywanych metodą reguł sum na stożku świetlnym. Sprowadza się to do użycia wzoru (3.7) z pracy [106], z parametrami podanymi w tabeli w tejże pracy. Jednocześnie przypisaliśmy tak otrzymanym wartościom formfaktorów niepewność rzędu 15%. Tak więc, formfak-

tory wprowadzają do przewidywania dla $\frac{d}{dq^2}\Delta BR(\bar{B} \rightarrow Kl^+l^-)$ największą niepewność, rzędu 30% ⁸.

Scałkowanie różniczkowej szerokości rozpadu (7.38) po q^2 w zakresie $4m_\mu^2 < q^2 < (M_B - M_K)^2$ przy założeniu, że wkłady „nowej fizyki” do współczynników Wilsona operatorów innych niż skalarnie są zanedbywalne prowadzi do

$$\Delta BR(\bar{B} \rightarrow K\mu^+\mu^-)_{\text{nonres}} \approx 6.36 \times 10^{-8} \times \left\{ a \left(|\tilde{C}_S^\mu|^2 + |\tilde{C}_P^\mu|^2 \right) - b \tilde{C}_P^\mu \right\} \quad (7.40)$$

gdzie dla $\mu_b = 4.2 \text{ GeV}$ $a = 0.30 \pm 0.10$ i $b = 0.19 \pm 0.06$. Niepewności czynników a i b , spowodowane są niepewnościami formfaktorów $f_0(q^2)$ i $f_+(q^2)$. Z tego też powodu niepewności te są ściśle skorelowane z niepewnościami $BR(\bar{B} \rightarrow Kl^+l^-)$ przewidywanego w Modelu Standardowym. Dla wartości centralnych a i b oraz maksymalnych dozwolonych przez (7.19) wartości $|\tilde{C}_S^\mu|$ i $|\tilde{C}_P^\mu|$ otrzymuje się

$$\Delta BR(\bar{B} \rightarrow K\mu^+\mu^-)_{\text{nonres}} \lesssim 0.8 \times f \times \left(1 \pm 0.45\sqrt{r/f} \right) \times 10^{-7}. \quad (7.41)$$

Tak więc, maksymalny przyczynek operatorów skalarnych do nierezonansowej szybkości rozpadu $BR(\bar{B} \rightarrow Kl^+l^-)$ może być (dla $\tilde{C}_P^\mu < 0$ $\tilde{C}_S^\mu = 0$ i najmniejszej wartości \hat{F}_{B_s} , tj. dla znaku +, $r = 2$ i $f = 1.32$) tak duży, jak 1.7×10^{-7} , tj. mniej więcej tej samej wielkości, co błąd doświadczalny, i 1.5 raza większy niż oszacowana [106, 89, 96] niepewność przewidywań Modelu Standardowego (w MSSM, gdzie $r = 1$, wkład ten może być maksymalnie rzędu 1.5×10^{-7} . Jak jednak pokażemy w rozdziale 8.3, korelacja tego przyczynku z wkładem operatorów skalarnych do mieszania B_s^0 - \bar{B}_s^0 powoduje, że przyczynek ten nie może być większy niż 1×10^{-7} , tj. trochę mniejszy niż niepewność przewidywania Modelu Standardowego.). Analogiczne oszacowanie wkładu operatorów skalarnych można również przeprowadzić dla $\Delta BR(\bar{B} \rightarrow Ke^+e^-)_{\text{nonres}}$, gdzie są one bardzo małe. Z przytoczonych liczb widać, że związane głównie z formfaktorami $f_i(q^2)$ niepewności przewidywania szybkości tych rozpadów mogą znacznie utrudniać wykrycie wciąż potencjalnie dużych wkładów operatorów skalarnych do szybkości zachodzenia rozpadu $\bar{B} \rightarrow K\mu^+\mu^-$.

Podobnie jak w przypadku rozpadu inkluzywnego, utrudniające wykrycie ewentualnego wkładu operatorów skalarnych niepewności przewidywania Modelu Standardowego skracają się w dużym stopniu w stosunku

$$R_K = \frac{BR(\bar{B} \rightarrow K\mu^+\mu^-)_{q^2 > 4m_\mu^2}}{BR(\bar{B} \rightarrow Ke^+e^-)_{q^2 > 4m_\mu^2}} \quad (7.42)$$

(ponownie z takim samym cięciem kinematycznym dla obu rozpadów), tak, że przewidywanie Modelu Standardowego dla tej wielkości wynosi $R_K = 1 \pm 0.0001$ [86]. Ponieważ

⁸ Nie dyskutujemy tu pytania, jak duży błąd wprowadza używanie przy skali μ_b efektywnego hamiltonianu z nielokalnymi współczynnikami Wilsona $\tilde{C}_9^{\text{eff}}(\mu_b, q^2)$, $\tilde{C}_7^{\text{eff}}(\mu_b, q^2)$ dla procesów ekskluzywnych.

wkład operatorów skalarnych do $BR(\bar{B} \rightarrow Ke^+e^-)$ jest zanedbywalny, zgodnie z naszym oszacowaniem (7.40) mogą one potencjalnie zmieniać wartość R_K nawet o $\sim 50\%$ ($\sim 30\%$ w MSSM) i być tym samym łatwo wykrywalne w przyszłości. Tak jak w przypadku rozpadów inkluzywnych wymaga to jednak odpowiedniej analizy danych doświadczalnych (wykorzystującej skracanie się w stosunku R_K systematycznych błędów eksperymentalnych). Obecne dane dają [86] $R_K = 0.81 \pm 0.24$ (lub $0.42 < R_K < 1.2$ na poziomie ufności 90%), co według autorów pracy [86] nakłada na współczynniki $\tilde{C}_{S,P}^\mu$ ograniczenie mniej więcej tak samo silne jak (7.19).

Interesującą z eksperymentalnego punktu widzenia wielkością może być, mierzona w rozpadzie $BR(\bar{B} \rightarrow Kl^+l^-)$, scałkowana po q^2 asymetria leptonowa „przód-tył”, która w Modelu Standardowym jest równa zero [23]. Jej wartość dana jest wzorem

$$A_{\text{FB}} = \frac{\tau_B}{BR(\bar{B} \rightarrow K\mu^+\mu^-)} \left(\frac{G_F \alpha_{\text{em}}}{16\pi^2} \right)^2 \frac{|V_{ts}^* V_{tb}|^2}{\pi M_B^3} \times \int dq^2 m_l \lambda(q^2, M_B^2, M_K^2) \beta_l^2(q^2) \text{Re}(F_V^* \delta F_S), \quad (7.43)$$

gdzie

$$F_V = C_9^{\text{eff}}(\mu_b) f_+(q^2) + 2m_b C_7^{\text{eff}}(\mu_b) \frac{f_T(q^2)}{M_B + M_K}. \quad (7.44)$$

C_9^{eff} i C_7^{eff} ze wzoru (7.44) otrzymuje się kładąc równe zero \tilde{C}_9^{eff} i \tilde{C}_7^{eff} z (7.23)⁹ $\omega_9(s)$ i $\omega_7(s)$. Scałkowanie po całym możliwym zakresie q^2 , przyjęcie $\mu_b = 4.2$ GeV i podstawienie wartości liczbowych prowadzi do następującego wzoru na asymetrię w kanale dimionowym:

$$A_{\text{FB}} \approx \frac{1}{BR(\bar{B} \rightarrow K\mu^+\mu^-)} \times (4.9 \pm 1.6) \times \tilde{C}_S^\mu \times 10^{-9} \lesssim \pm \left[\frac{4.8 \times 10^{-7}}{BR(\bar{B} \rightarrow K\mu^+\mu^-)} \right] \times (1.5 \pm 0.5) \times \sqrt{r' f} \%, \quad (7.45)$$

gdzie $0 < r' < 2$ ($r' = 0$ dla $\tilde{C}_S^\mu = 0$ oraz $r' = 2$ dla $\tilde{C}_P^\mu = 0$; dla $|\tilde{C}_S^\mu| = |\tilde{C}_P^\mu|$ $r' = 1$ jak w MSSM). Niepewność wyniku (7.45), zdominowana przez 30% niepewność formfaktorów $f_+(q^2)$ i $f_T(q^2)$, jest silnie skorelowana z niepewnością przewidywania całkowitej szybkości rozpadu. Maksymalna asymetria dozwolona przez ograniczenie (7.19) jest rzędu kilku procent, jest więc możliwe zaobserwowanie jej w eksperymentach w przyszłości.

Podsumowując: wynik eksperymentalny $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) < 0.95 \times 10^{-6}$ nakłada istotne ograniczenie na współczynniki Wilsona $\tilde{C}_{S,P}^\mu$. Powoduje to, że potencjalny wkład operatorów skalarnych zarówno do inkluzywnej szybkości rozpadu $\bar{B} \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ jak też i do szybkości rozpadu $\bar{B} \rightarrow K \mu^+ \mu^-$ jest zawsze tego samego rzędu lub mniejszy niż

⁹dla $q^2/m_b^2 > 0.25$ należy również przyjąć, że $F_i^{(7,9)} = 0$.

niepewność przewidywania Modelu Standardowego dla tych wielkości. Potencjalnie interesującymi obserwabłami są natomiast stosunki (7.37) i (7.42). Ich pełne wykorzystanie do dalszego ograniczenia (lub wykrycia) wkładów operatorów skalarnych w przejściach o $\Delta B = 1$ wymaga jednak (możliwego w najbliższej przyszłości) dokładniejszego eksperymentalnego pomiaru tych wielkości.

7.4 Przejście $B \rightarrow X_s \gamma$

Generowane przez pętle chargin i stopów zmieniające zapach kwarków prądy skalarne oraz poprawki pętlowe do skalarnych prądów naładowanych (tj. sprzężeń H^+) mają też pewien wpływ na przewidywania MSSM dla $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$. Opiszemy tu krótko ten wpływ, nie analizując go numerycznie¹⁰. Można go podzielić na cztery niezależne czynniki. Po pierwsze, zgodnie z przepisem dyskutowanym w podrozdziale 5.4 oraz na końcu podrozdziałów 6.3 oraz 6.5, modyfikacji ulegają sprzężenia chargin dające bezpośredni wkład do współczynników C_7 i C_8 lagranżjanu (6.1) [107] (w scenariuszach supersymetrycznych z lekkimi charginami i stopami, wkład ten jest znany z dokładnością do dwu pętli, tj. znane są też współczynniki $C_{7,8}^{(1)}$ i $C_{7,8}^{(2)}$ [28]). Znaczenie tych poprawek dla przewidywań MSSM dla rozpadu $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ zostało po raz pierwszy zauważone w pracy [28], gdzie podany też został pewien przepis na ich uwzględnienie. Porównamy teraz ten przepis z tym, co dla wkładu H^+ i G^+ do C_7 i C_8 wynika z naszego pełnego rachunku. Zauważmy w tym celu, że dla dużego $\tan \beta$, jednopętlowy przyczynek $G^+(H^+)$ do $C_{7,8}^{(0)}$ jest proporcjonalny do iloczynu wierzchołków oddziaływań $\bar{t}_L G^+ b_R$ ($\bar{t}_L H^+ b_R$) oraz hermitowskiego sprzężenia wierzchołków $\bar{t}_R G^+ s_L$ ($\bar{t}_R H^+ s_L$). Bez poprawek ϵ^{GL} , ϵ^{GR} , ϵ^{HL} , ϵ^{HR} otrzymuje się [107, 28]

$$C_{7,8}^{(G^+)} = -F_{7,8}^{(2)}(x_t), \quad C_{7,8}^{(H^+)} = +F_{7,8}^{(2)}(y_t), \quad (7.46)$$

gdzie $x_t = \bar{m}_t^2/M_W^2$, $y_t = \bar{m}_t^2/M_{H^+}^2$. Dodanie wkładu G^+ do wkładu pętli z bozonem W^+ sprowadza się do zmiany $C_{7,8}(x_t) = -F_{7,8}^{(2)}(x_t)$ na $C_{7,8}(x_t) = F_{7,8}^{(1)}(x_t)$. Jawne postaci funkcji $F_{7,8}^{(i)}$, $i = 1, 2$, podane są np. w pracy [28].

Rozpatrzmy najpierw wkład G^+ . Jak uzasadnialiśmy w rozdziale 6.3, w granicy symetrii $SU(2) \times U(1)$, $\epsilon^{GL} = \epsilon^{GR} = 0$ i sprzężenia G^+ mają tę samą postać, co w Modelu Standardowym, pod warunkiem, że są wyrażone przez elementy „mierzonej” macierzy CKM V_{eff} . Jak pokazały obliczenia numeryczne, wielkości ϵ^{GL} i ϵ^{GR} otrzymane w pełnym rachunku są małe i w zasadzie (przynajmniej dla cząstek supersymetrycznych cięższych niż ~ 500 GeV) zaniedbywalne. Formalnie można je uwzględnić pisząc wkład G^+ w postaci

$$C_{7,8}^{(G^+)} = -(1 + \epsilon_{ts}^{GL*})(1 + \epsilon_{tb}^{GR})F_{7,8}^{(2)}(x_t) \quad (7.47)$$

¹⁰ Ponieważ $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ jest znany doświadczalnie, jedynym efektem omawianych tu poprawek do rachunku tej wielkości w MSSM może być przesunięcie obszaru parametrów tego modelu prowadzących do przewidywań dla $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ zgodnych z pomiarem.

i odejmując od tego człon $-F_{7,8}^{(2)}(x_t)$, który, jak wspomnieliśmy wyżej, jest włączony w $C_{7,8}^{(W^+)} = +F_{7,8}^{(1)}(x_t)$. Zatem poprawki te modyfikują $C_{7,8}$ o czynnik $\delta^{G^+} C_{7,8}^{(0)} \approx -(\epsilon_{tb}^{GR} + \epsilon_{ts}^{GL*})F_{7,8}^{(2)}(x_t)$. Aby porównać to z przepisem podanym w pracy [28], musimy najpierw powiązać wyrażenia V_{JI}^{eff} i $(1 + \epsilon_{ts}^{GL*})$ oraz $(1 + \epsilon_{tb}^{GR})$ z czynnikiem V_{JI} oraz $V \frac{1 + \epsilon'_I(J) \tan \beta}{1 + \tilde{\epsilon}_I \tan \beta}$ (ϵ_I z pracy [28] odpowiada $\tilde{\epsilon}_I$ danemu wzorem (6.5), a $\epsilon'_I(J)$ jest dane wzorem (15) pracy [28]) występującymi we wzorze (17) pracy [28]. Porównanie tego ostatniego wzoru z (5.53) pokazuje, że wzór (17) pracy [28] nie jest poprawny dla wszystkich możliwych par wskaźników (JI) . Np. w granicy $SU(2) \times U(1)$ zgodność sprzężeń $\bar{u}_R G^+ d_L$ wymaga zinterpretowania występującej w nim we wzorze (17) z pracy [28] macierzy V_{JI} jako V_{JI}^{eff} i jednocześnie zaniedbania ϵ^{GL} w (5.53). Jednakże zgodność sprzężeń $\bar{u}_L G^+ d_R$ wymaga, by występującą w nim we wzorze (17) pracy [28] macierz V interpretować jako macierz CKM V z MSSM, gdyż znikanie ϵ^{HR} w granicy $SU(2) \times U(1)$ jest zgodne z przypisaniem

$$\frac{V_{JI} (1 + \epsilon'_I(J) \tan \beta)}{V_{JI}^{\text{eff}} (1 + \tilde{\epsilon}_I \tan \beta)} \rightarrow 1 + \epsilon_{JI}^{GR} \quad (7.48)$$

(w tej granicy $\epsilon'_I(J) \rightarrow \tilde{\epsilon}_I$, zaś jak wynika z (6.24), $V_{JI}/V_{JI}^{\text{eff}} \rightarrow (1 + \tilde{\epsilon}_I)/(1 + \tilde{\epsilon}_I)$). Okazuje się jednak, że wzór (17) z pracy [28] jest poprawny akurat dla tych wartości wskaźników JI , które są istotne dla przejścia $b \rightarrow s\gamma$: w sprzężeniu $\bar{t}_L G^+ b_R V_{33}/V_{33}^{\text{eff}} \approx 1$, co pozwala utożsamić V_{32} z wzorem (17) pracy [28] z V_{32}^{eff} . Tak więc, używając reguły (7.48), w (7.47) dla $J = I = 3$ w drugą stronę, widzimy, że

$$\delta^{(G^+)} C \approx -\epsilon_{tb}^{GR} F_{7,8}^{(2)}(x_t) \rightarrow \left(1 - \frac{1 + \epsilon'_b(t) \tan \beta}{1 + \epsilon_b \tan \beta}\right) F_{7,8}^{(2)}(x_t) = \frac{(\epsilon_b - \epsilon'_b(t)) \tan \beta}{1 + \tilde{\epsilon}_b \tan \beta} F_{7,8}^{(2)}(x_t) \quad (7.49)$$

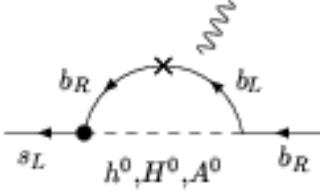
(wykorzystaliśmy tu to, że czynnik $\tilde{\epsilon}_I$ w mianowniku wzoru (17) pracy [28] pochodzi z wyrażenia m_{d_I} przez \bar{m}_{d_I} , a zatem, poza przybliżeniem symetrii $SU(2) \times U(1)$ powinien zostać zastąpiony przez ϵ_{d_I} ze wzoru (5.33)) co odpowiada wzorowi (18) pracy [28]. Jak jednak mówiliśmy w rozdziale 5, ϵ^{GL} i ϵ^{GR} są bardzo małe i wobec tego można je pominąć. Tak więc wzór (7.49) powinien również dawać zanedbywalne poprawki, co oznacza, że ϵ_b i $\epsilon'_b(t)$ powinny się bardzo dokładnie kasować. Dokonując jednak niekontrolowanych przybliżeń (np. upraszczając, tak jak w pracy [28], sprzężenie G^+ do skwarków w rachunku $\epsilon'_I(J)$), łatwo jest owo kasowanie naruszyć i otrzymać błędny wynik.

W przypadku wkładu bozonu H^+ , otrzymujemy ściśle

$$C_{7,8}^{(H^+)} = (1 - \epsilon_{ts}^{HL})(1 - \epsilon_{tb}^{HR})F_{7,8}^{(2)}(y_t). \quad (7.50)$$

Podobnie jak w przypadku sprzężeń G^+ , wzory na poprawki do sprzężeń H^+ podane w pracy [28], nie mogą być poprawne dla wszystkich JI , gdyż zgodność z naszymi wzorami wymaga zinterpretowania występującej tam w sprzężeniach $\bar{u}_R H^+ d_L$ macierzy V_{JI} jako V_{JI}^{eff} , a zgodność sprzężeń $\bar{u}_L H^+ d_R$ uzyskuje się przez zidentyfikowanie

$$\frac{V_{JI}}{V_{JI}^{\text{eff}}} \frac{1}{1 + \tilde{\epsilon}_I \tan \beta} \quad (7.51)$$



Rysunek 7.5: Dodatkowy diagram dający wkład $\propto \tan^3 \beta$ do przejść $b \rightarrow s\gamma$ i/lub $b \rightarrow sg$. Kropka oznacza zmieniające zapach efektywne sprzężenie (5.38).

z $1 - \epsilon_{JI}^{HR}$. Ponownie też, niezgodność ta nie ma wpływu na sprzężenia istotne dla przejścia $b \rightarrow s\gamma$, gdyż $V_{33} = V_{33}^{\text{eff}}$, co pozwala utożsamić V_{32} we wzorze (17) w pracy [28] z V_{32}^{eff} . Mamy wtedy $1 - \epsilon_{ts}^{HL} = 1 - \epsilon'_t(s) \tan \beta$ oraz $1 - \epsilon_{tb}^{HR} = \frac{1}{1 + \epsilon_b \tan \beta}$. Po wstawieniu do (7.50) daje to:

$$\begin{aligned} \delta C_{7,8}^{(H^+)} &= [\epsilon_{ts}^{HL} \epsilon_{tb}^{HR} - \epsilon_{ts}^{HL} - \epsilon_{tb}^{HR}] F_{7,8}^{(2)}(y_t) \\ &= -\frac{(\epsilon'_b + \epsilon'_t(s) \tan \beta)}{1 + \epsilon_b \tan \beta} F_{7,8}^{(2)}(y_t), \end{aligned} \quad (7.52)$$

w zgodzie ze wzorem (19) pracy [28]. Z drugiej jednak strony, jak pokazaliśmy w rozdziale 6, przybliżenie ϵ^{HL} przez $\epsilon'_t(s) \tan \beta$ dane wzorem (6.41) jest złe i wymaga uzupełnienia czynnikiem Δ z (6.38) oraz, na ogół istotniejszymi poprawkami $\delta_a \epsilon' + \delta_b \epsilon'$ zgodnie ze wzorem (6.42).

Trzecim czynnikiem modyfikującym przewidywanie MSSM dla $BR(B \rightarrow X_s \gamma)$ są zmieniające zapach sprzężenia $[X_{LR}]^{JI}$ i $[X_{RL}]^{JI}$ neutralnych bozonów H^0 i A^0 . Jak po raz pierwszy zauważono w pracy [82], ich występowanie prowadzi, poprzez diagram z Rys.7.5, do dodatkowego wkładu rzędu $\tan^3 \beta$ do współczynników Wilsona $C_{7,8}$:

$$\begin{aligned} \delta^{H^0} C_{7(8)}^{(0)} &= \frac{1}{18} \frac{M_W^2}{g_2^2} \sum_{S=A^0, H^0, h^0} [X_{LR}^S]^{23} [X^S]^{33} \frac{\bar{m}_b^2}{M_S^2} \\ &\approx -\frac{1}{36} \frac{\epsilon_Y y_t^2 \tan^3 \beta}{(1 + \epsilon_0 \tan \beta)(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)^2} \frac{\bar{m}_b^2}{M_A^2}. \end{aligned} \quad (7.53)$$

Wkład ten nie jest jednak bardzo znaczący numerycznie.

Ostatnim czynnikiem, który mógłby wpłynąć na przewidywania MSSM dla $BR(B \rightarrow X_s \gamma)$ jest ewentualny wpływ dużych wartości współczynników Wilsona C_L^q i C_R^q na ewolucję QCD współczynników C_7 i C_8 [86]. Współczynniki C_S^q i C_P^q powstają w MSSM z dużym $\tan \beta$ w taki sam sposób, jak współczynniki C_S^l i C_P^l , tj. z diagramów z Rys.7.1, w których lepton zastąpiony jest przez kwark q (największe są one oczywiście dla $q = b$). Jednakże, jak łatwo zauważyć, ponieważ poprawki QCD zachowują chiralność, wpływ na ewolucję C_7 i C_8 może mieć tylko C_R^q . W MSSM jednak $C_R^q \propto C_S^q + C_P^q \approx 0$ gdyż

$C_S^q \approx -C_P^q$ (odbiciem tego jest fakt, że $C_S^l \approx -C_P^l$). Tak więc, w MSSM skalarne prądy zmieniające zapach prawie nie modyfikują współczynników C_7 i C_8 . Niezerowy współczynnik C_L^q wpływa natomiast na ewolucję C_9 . Jak jednak sprawdzono w pracy [86], nawet dla maksymalnych dopuszczonych przez pomiar $\bar{B}_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ wartości współczynników Wilsona $C_{S,P}^l$, czyli maksymalnych sprzężeń $[X_{LR}]^{sb}$, wpływ ten modyfikuje $C_9(\mu_b)$ o $\sim 1\%$ i dlatego mogliśmy go zaniedbać.

Trzy pierwsze omówione tu modyfikacje rachunku $BR(B \rightarrow X_s \gamma)$ w MSSM zostały zaimplementowane w kodzie fortranowskim i są uwzględnione na przedstawianych w pracy rysunkach.

Rozdział 8

Mieszanie neutralnych mezonów

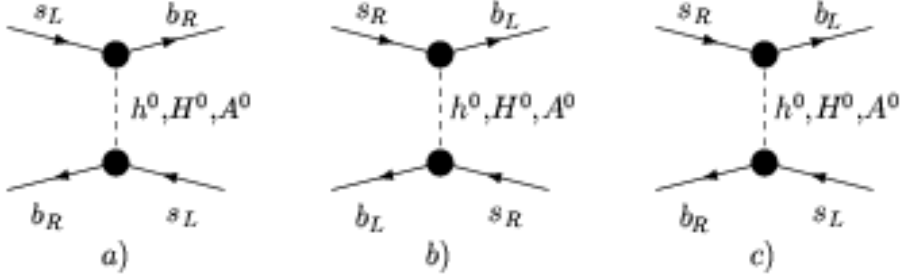
W rozdziale 7 omówiony został potencjalny wpływ skalarnych prądów zmieniających zapach na procesy o $|\Delta B| = 1$. Okazało się, że w MSSM z dużym stosunkiem średnich próżniowych dwu pól Higgsa, tj. z $\tan \beta \gg 1$, prądy te mogą, nawet dla ciężkich cząstek supersymetrycznych, dramatycznie zmieniać przewidywanie dla stosunków rozgałęzień rozpadów $\bar{B}_s^0 \rightarrow l^+l^-$. Wpływ tych prądów skalarnych na przewidywanie szybkości innych przejść $b \rightarrow s$, takich jak $B_s^0 \rightarrow X_s l^+l^-$, $B_d \rightarrow Kl^+l^-$ okazał się również niezaniechany. Dokładniejszy pomiar stosunków (7.37) i (7.42) może stać się niedługo interesującym źródłem informacji o wielkości efektów prądów skalarnych w przejściach o $|\Delta B| = 1$.

W scenariuszu supersymetrii, w którym macierz CKM pozostaje dominującym źródłem łamania zapachu i symetrii CP, efekty prądów skalarnych w przejściach $b \rightarrow d$ są podobnego rzędu wielkości jak w przejściach $b \rightarrow s$, ale aby je oszacować dokładnie, należy znać element V_{td}^{eff} macierzy CKM. Element ten, jak to omawialiśmy w rozdziale 3, wyznaczany jest z procesów pętlowych, których amplitudy mogą być również modyfikowane przez skalarnie prądy neutralne zmieniające zapach.

W tym rozdziale rozpatrzemy wpływ prądów skalarnych na mieszanie neutralnych mezonów i antymezonów. Jak pokażemy, w MSSM amplitudy mieszania mogą być modyfikowane przez tzw. diagramy „dwupingwinowe”. W przypadku MSSM z minimalnym łamaniem zapachu, wpływ tych diagramów jest istotny jedynie dla mieszania $B_s^0 - \bar{B}_s^0$. Jego konsekwencje dla wyznaczania elementu V_{td}^{eff} oraz charakterystyczna dla tego scenariusza korelacja różnicy mas ΔM_s neutralnych mezonów B_s^0 i \bar{B}_s^0 z $BR(\bar{B}_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ zostaną omówione w podrozdziałach 8.3 i 8.4.

8.1 Wkład prądów skalarnych do $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta F=2}$

Zmieniające zapach efektywne sprzężenia dolnych kwarków do neutralnych bozonów Higgsa postaci (5.38) mogą wpływać na mieszanie neutralnych mezonów (zbudowanych z kwarków dolnych) poprzez diagramy pokazane na Rys.8.1. Diagramy te dają przyczynek



Rysunek 8.1: Diagramy „dwupingwinowe” dające wkład do amplitudy mieszania neutralnych mezonów i antymezonów. Kropki oznaczają zmieniające zapach efektywne sprzężenia $[X_{RL}]^{JI}$, $[X_{LR}]^{JI}$.

do współczynników C_2^{LR} , C_1^{SLL} oraz C_1^{SRR} operatorów Q_2^{LR} , Q_1^{SLL} , Q_1^{SRR} (3.32) występujących w ogólnym hamiltonianie ¹ $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta F=2} = \sum_i C_i Q_i$ opisującym procesy o $\Delta F = 2$:

$$\begin{aligned}
 (C_1^{\text{SLL}})^{JI} &\propto \sum_{S=H,A} \frac{1}{M_S^2} [X_{RL}^S]^{JI} [X_{RL}^S]^{JI} \propto \tan^4 \beta, \\
 (C_1^{\text{SRR}})^{JI} &\propto \sum_{S=H,A} \frac{1}{M_S^2} [X_{LR}^S]^{JI} [X_{LR}^S]^{JI} \propto \tan^4 \beta, \\
 (C_2^{\text{LR}})^{JI} &\propto \sum_{S=H,A} \frac{1}{M_S^2} [X_{RL}^S]^{JI} [X_{LR}^S]^{JI} \propto \tan^4 \beta.
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

(Jak pokazaliśmy w rozdziale 6, zmieniające zapach sprzężenia h^0 i G^0 są zaniedbywalne).

Jak wynika ze wzorów (6.25)-(6.28) oraz (6.19), w MSSM dla $\tan \beta \gg 1$, zachodzą związki

$$\frac{[X_{RL}^H]^{JI} [X_{RL}^H]^{JI}}{[X_{RL}^A]^{JI} [X_{RL}^A]^{JI}} = \frac{(-c_\alpha)^2}{(-is_\beta)^2} \approx -1, \tag{8.2}$$

i analogicznie dla $R \leftrightarrow L$. Związki te pozostają prawdziwe także w MSSM z nieminimalnym łamaniem zapachu [8, 12]. Wskutek tego wiodący, $\sim \tan^4 \beta$, wkład diagramów 8.1a i 8.1b do współczynników C_1^{SLL} i C_1^{SRR} jest bardzo mały, gdyż (patrz rozdział 4) $M_H^2 \approx M_A^2$ i przyczynki od wymiany H^0 i A^0 skracają się wzajemnie w (8.1). Z drugiej strony, w przypadku współczynnika C_2^{LR}

$$\frac{[X_{RL}^H]^{JI} [X_{LR}^H]^{JI}}{[X_{RL}^A]^{JI} [X_{LR}^A]^{JI}} = \frac{(-c_\alpha)^2}{(-is_\beta)(ic_\beta)} \approx +1, \tag{8.3}$$

¹ Przy założeniu o minimalnym łamaniu zapachu hamiltonian ten można zapisać w postaci (3.31).

ale, jak wynika ze wzorów (6.22)-(6.23),

$$\left[X_{RL}^H\right]^{JI} \left[X_{LR}^H\right]^{JI} \approx \left[X_{RL}^A\right]^{JI} \left[X_{LR}^A\right]^{JI} \propto \bar{m}_{d_j} \bar{m}_{d_l}, \quad (8.4)$$

czyli współczynnik C_2^{LR} jest z konieczności tłumiony przez co najmniej jedną masę lekkiego kwarku s lub d . Można by zatem spodziewać się, iż wkład jego będzie zawsze mały². Jednakże proste oszacowanie pokazuje, że dla odpowiednio dużej wartości parametru mieszania stopów, A_t wkład diagramów dwupingwinowych do C_2^{LR} w przejściu $b\bar{s} \leftrightarrow s\bar{b}$ może być znaczący: wykorzystując wzory (6.22) i (6.23) na sprzężenia $[X_{LR}]^{sb}$ i $[X_{RL}]^{sb}$ (zaniedbując w ich mianownikach czynniki resumacyjne) łatwo znaleźć, że współczynnik C_2^{LR} w hamiltonianie (3.31) jest rzędu

$$C_2^{\text{LR}} \approx -4.64 \times \left(\frac{200 \text{ GeV}}{M_A}\right)^2 \left(\frac{\tan \beta}{50}\right)^4 (16\pi^2 \epsilon_Y)^2, \quad (8.5)$$

gdzie przyjęliśmy $m_b(\mu_0) = 2.7 \text{ GeV}$, $m_s(\mu_0) = 60 \text{ MeV}$ przy skali $\mu_0 = m_t$, $M_H = M_A$ i $\sin \alpha = 0$. Widać stąd, że dla $\tan \beta \sim 50$ i niezbyt dużej masy M_A , jeśli tylko zdefiniowany wzorem (6.8) czynnik $(16\pi^2 \epsilon_Y)$ przyjmuje wartość $\mathcal{O}(1)$ (co zachodzi dla dostatecznie dużych wartości parametru A_t), współczynnik C_2^{LR} jest porównywalny ze współczynnikiem Wilsona C^{VLL} w Modelu Standardowym: $C_{\text{SM}}^{\text{VLL}} = 4S_0(\bar{m}_t) \approx 9.5$. Stosunek $C_2^{\text{LR}}/C^{\text{VLL}}$ jest dodatkowo jeszcze zwiększany przez efekty grupy renormalizacji QCD [23] (patrz Dodatek A): $C^{\text{SLR}}(4.6 \text{ GeV}) = 2.23 C^{\text{SLR}}(m_t)$ podczas, gdy $C^{\text{VLL}}(4.6 \text{ GeV}) = 0.84 C^{\text{VLL}}(m_t)$. Dla przejść $b\bar{d} \leftrightarrow d\bar{b}$ i $d\bar{s} \leftrightarrow s\bar{d}$ podobne wkłady dwupingwinowe do C_2^{LR} są zaniedbywalne, gdyż są tłumione przez $m_d/m_s \approx 0.06$ i $m_d/m_b \approx 0.001$ ³. Powyższe proste oszacowanie pokazuje, że w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu zmieniające zapach neutralne prądy skalarne mogą modyfikować amplitudę mieszania mezonów B_s^0 i \bar{B}_s^0 , ale nie wpływają znacząco na mieszanie mezonów B_d^0 - \bar{B}_d^0 i neutralnych kaonów.

8.2 Różnica mas neutralnych mezonów B_s^0 - \bar{B}_s^0 w MSSM

Przedstawimy teraz wyniki kompletnego rachunku amplitudy mieszania neutralnych mezonów w MSSM z dużym $\tan \beta$. Jak pokazaliśmy powyżej [9] (patrz także [10, 11, 13]), dla mieszania B_s^0 - \bar{B}_s^0 znaczący może wtedy być przyczynek diagramów dwupingwinowych (będących formalnie wyższego rzędu). Dają one następujący wkład do współczynników Wilsona operatorów C_2^{LR} , C_1^{SLL} i C_1^{SRR} :

$$\delta^{2\text{PG}} C_2^{\text{LR}} = \frac{16\pi^2}{G_F^2 M_W^2} \frac{i}{\left(V_{\text{eff}}^{tb*} V_{\text{eff}}^{ts}\right)^2} \sum_{S=h^0, H^0, A^0} \frac{i}{-M_S^2} (-i)^2 \left[X_{RL}^S\right]^{bs} \left[X_{LR}^S\right]^{bs}. \quad (8.6)$$

²Tak też przyjęli autorzy pracy [79].

³Argument ten nie stosuje się oczywiście do scenariuszy supersymetrii, w których źródłem łamania zapachu są także macierze mas skwarków.

Wzory dla wkładów $\delta^{2\text{PG}}C_1^{\text{SLL}}$ i $\delta^{2\text{PG}}C_1^{\text{SRR}}$ otrzymuje się zastępując $X_{RL}^S X_{LR}^S$ przez $X_{RL}^S X_{RL}^S$ i $X_{LR}^S X_{LR}^S$. W tych przypadkach po prawej stronie równania (8.6) musi pojawić się dodatkowo czynnik $1/2$. Wkłady neutralnego bozonu Goldstona G^0 można zaniedbać, gdyż X_{LR}^G i X_{RL}^G znikają w granicy niezłamanej symetrii $SU(2) \times U(1)$ (wzory (6.22) i (6.23); jak sprawdziliśmy, w pełnym rachunku sprzężenia te pozostają zaniedbywalne). Wygodnie będzie tu posłużyć się „zredukowanymi” sprzężeniami $[\bar{X}_{RL}^S]^{JI}$:

$$[X_{RL}^S]^{bs} \equiv G_F^{3/2} 2^{7/4} V_{\text{eff}}^{tb*} V_{\text{eff}}^{ts} [\bar{X}_{RL}^S]^{bs} \quad (8.7)$$

i tak samo dla $[\bar{X}_{LR}^S]^{bs}$.

W przybliżeniu stosowanym w rozdziale 6, przy użyciu (6.25) i (6.26), wzory na $[\bar{X}_{RL}^S]$ i $[\bar{X}_{LR}^S]$ dla $J = b, I = s$ przyjmują postać

$$[\bar{X}_{RL}^S]^{bs} = \frac{\bar{m}_b \bar{m}_t^2 \epsilon_Y \tan \beta}{(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)(1 + \epsilon_0 \tan \beta)} (x_u^S - x_d^S \tan \beta) \quad (8.8)$$

oraz

$$[\bar{X}_{LR}^S]^{bs} = \frac{\bar{m}_s \bar{m}_t^2 \epsilon_Y \tan \beta}{(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)(1 + \epsilon_0 \tan \beta)} (x_u^{S*} - x_d^{S*} \tan \beta), \quad (8.9)$$

gdzie x_u^S i x_d^S są dane wzorem (6.20). W powyższych wzorach zostały użyte przybliżenia $1/\cos \beta \approx \tan \beta$, $y_t^2 \approx 2\sqrt{2}G_F \bar{m}_t^2$ ważne dla $\tan \beta \gg 1$. Wkłady diagramów dwupingwinowych do współczynników Wilsona przyjmują w tej notacji postać

$$\delta^{2\text{PG}}C_2^{\text{LR}} = -\frac{G_F (16\pi^2)^2}{\sqrt{2} M_W^2 \pi^2} \sum_{S=h^0, H^0, A^0} \frac{1}{M_S^2} [\bar{X}_{RL}^S]^{bs} [\bar{X}_{LR}^S]^{bs}, \quad (8.10)$$

oraz

$$\delta^{2\text{PG}}C_1^{\text{SLL}} = -\frac{1}{2} \frac{G_F (16\pi^2)^2}{\sqrt{2} M_W^2 \pi^2} \sum_{S^0=h^0, H^0, A^0} \frac{1}{M_{S^0}^2} [\bar{X}_{RL}^S]^{bs} [\bar{X}_{RL}^S]^{bs}. \quad (8.11)$$

$\delta^{2\text{PG}}C_1^{\text{SRR}}$ otrzymuje się z $\delta^{2\text{PG}}C_1^{\text{SLL}}$ zamieniając L z R .

Jak pokazała analiza numeryczna przeprowadzona w rozdziale 6, aby otrzymać wiarygodne wyniki ilościowe, do znalezienia sprzężeń $[\bar{X}_{RL(RL)}^S]^{bs}$ należy stosować pełny rachunek opisany w rozdziale 5 lub używać ulepszonego przybliżenia opisanego w podrozdziale 6.4 z $\tilde{\epsilon}_b$ i $\epsilon_Y^{(bs)}$ wyznaczanymi według wzorów (6.45). Niemniej proste wzory otrzymywane w wyniku wstawienia do (8.10) i (8.11) wyrażeń (8.8) i (8.9) poprawnie opisują jakościowe zachowanie wkładów diagramów dwupingwinowych. W szczególności, dominujące, $\propto \mathcal{O}(\tan^4 \beta)$ wkłady do C_2^{LR} , C_1^{SLL} i C_1^{LRR} , pochodzące wyłącznie z diagramów dwupingwinowych, mają w tym przybliżeniu postać

$$\delta^{2\text{PG}}C_2^{\text{LR}} \approx -\frac{G_F \bar{m}_b \bar{m}_s \bar{m}_t^4}{\sqrt{2} \pi^2 M_W^2} \frac{\tan^4 \beta \epsilon_Y^2 (16\pi^2)^2}{(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)^2 (1 + \epsilon_0 \tan \beta)^2} \mathcal{F}^+, \quad (8.12)$$

$$\delta^{2\text{PG}} C_1^{\text{SLL}} \approx -\frac{G_F \bar{m}_b^2 \bar{m}_t^4}{2\sqrt{2}\pi^2 M_W^2} \frac{\tan^4 \beta \epsilon_Y^2 (16\pi^2)^2}{(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)^2 (1 + \epsilon_0 \tan \beta)^2} \mathcal{F}^-, \quad (8.13)$$

$$\delta^{2\text{PG}} C_1^{\text{SRR}} = \frac{\bar{m}_s^2}{\bar{m}_b^2} \delta^{2\text{PG}} C_1^{\text{SLL}}, \quad (8.14)$$

gdzie czynniki \mathcal{F}^\pm zdefiniowane są jako

$$\mathcal{F}^\pm \equiv \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{M_{H^0}^2} + \frac{\cos^2(\alpha - \beta)}{M_{h^0}^2} \pm \frac{1}{M_{A^0}^2} \approx \frac{1}{M_{H^0}^2} \pm \frac{1}{M_{A^0}^2}. \quad (8.15)$$

Właśnie czynnik \mathcal{F}^- powoduje silne tłumienie wkładów diagramów dwupingwinowych do C_1^{SLL} i C_1^{SRR} .

Charakterystyczną cechą wkładu diagramów dwupingwinowych do C_2^{LR} w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu jest (8.12) to, że ma on zawsze ujemny znak. W MSSM z łamaniem zapachu pochodzącym także z macierzy mas skwarków, wkład ten może być również dodatni [108] lub urojony.

Oprócz diagramów dwupingwinowych, w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu, dodatkowy przyczynek do współczynników Wilsona C_2^{LR} , C_1^{SLL} i C_1^{SRR} hamiltonianu efektywnego (3.31) dają także diagramy pudełkowe z charginami i skwarkami górnymi oraz diagramy pudełkowe z naładowanym bozonem Higgosa i kwarkiem t . Jak omawialiśmy to w podrozdziałach 4.3.1 i 4.3.2, oba rodzaje wkładów są dla $\tan \beta \gg 1$ co najwyżej rzędu $\tan^2 \beta$. W porównaniu z analizą przeprowadzoną w rozdziale 4, nowym elementem są, opisane w podrozdziałach 5.5 i 6.4.2 poprawki ϵ_{JI}^{HL} i ϵ_{JI}^{HR} do sprzężeń naładowanego bozonu Higgosa oraz omawiane w podrozdziałach 5.6 i 6.5 modyfikacje sprzężeń chargin (wynikające z dokonania obrotów pól kwarkowych po wycalkowaniu ciężkich cząstek). Oba rodzaje diagramów wraz ze wspomnianymi poprawkami do sprzężeń, są uwzględnione w naszym pełnym rachunku, którego wyniki prezentujemy niżej. Jak jednak sprawdziliśmy w pracy [11], mimo uwzględnienia wspomnianych poprawek do sprzężeń, ich wkład pozostaje znacznie mniejszy niż wkład diagramów dwupingwinowych.

Jak omawialiśmy to w rozdziale 3, w przypadku modeli „nowej fizyki” typu MFV, wszystkie dodatkowe wkłady do amplitud mieszania neutralnych mezonów B_s^0 - \bar{B}_s^0 , B_d^0 - \bar{B}_d^0 i K^0 - \bar{K}^0 można zebrać w czynniki $F^a = S_0(x_t)[1 + f^a]$, gdzie $a = s, d, \epsilon_K$. Czynniki te można wyrazić przez współczynniki Wilsona $C_i(\mu_0)$ operatorów w hamiltonianie efektywnym (3.31). Ogólny wzór podany jest w Dodatku A.

W przypadku MSSM z dużym $\tan \beta$, minimalnym łamaniem zapachu oraz spektrum cząstek supersymetrycznych $\gtrsim 500$ GeV, dominujący wkład do amplitud mieszania mogą dać tylko diagramy dwupingwinowe. Wkłady diagramów pudełkowych z naładowanym bozonem Higgosa i kwarkiem t oraz charginami i stopami można zaniedbać. W pracy [11] pokazaliśmy, że wkład tych pierwszych jest zawsze ujemny i wnosi do $1 + f^s$ przyczynek maksymalnie rzędu -0.1 dla $\mu > 0$ i ~ -0.2 dla $\mu < 0$ ⁴. Poza sytuacją, w której wartość parametru mieszania stopów, A_t , jest bardzo mała (gdy wkład diagramów

⁴ Wkład diagramów pudełkowych z naładowanym bozonem Higgosa do czynnika f_d jest zaniedbywalny, $-0.02 < \delta^{H^+} f_d < 0$, zaś wkład diagramów dwupingwinowych może być zarówno dodatni jak i ujemny

dwupingwinowych jest bardzo mały), wkłady diagramów pudełkowych wspomnianych powyżej są znacznie mniejsze niż wkłady diagramów dwupingwinowych. Ponieważ, jak pokazywaliśmy, diagramy dwupingwinowe mogą być numerycznie istotne tylko dla mieszania mezonów $B_s^0-\bar{B}_s^0$, w takim scenariuszu mamy

$$\begin{aligned} F^d &\approx F^\varepsilon \approx S_0(x_t) \\ F^s &\approx S_0 + \bar{P}_2^{\text{LR}} \delta^{2\text{PG}} C_2^{\text{LR}}(\mu_t), \end{aligned} \quad (8.16)$$

gdzie $\delta^{2\text{PG}} C_2^{\text{LR}}$ jest dane wzorem (8.12), zaś związany z ewolucją QCD i elementem macierzowym operatora $\mathcal{O}_2^{\text{LR}}$ czynnik $\bar{P}_2^{\text{LR}} \approx 2.56$ podany jest w Dodatku A.

Wyrażając bezpośrednio przyczynę diagramów dwupingwinowych do ΔM_s przez $\delta^{2\text{PG}} C_2^{\text{LR}}(\mu_0)$ otrzymujemy

$$(\Delta M_s)^{\text{DP}} = \frac{G_F^2 M_W^2}{24\pi^2} M_{B_s} F_{B_s}^2 |V_{ts}^{\text{eff}}|^2 P_2^{\text{LR}} C_2^{\text{LR}}, \quad (8.17)$$

co po wykorzystaniu wzoru (8.12) i położeniu $\mathcal{F}^+ \sim \frac{2}{M_A^2}$ daje

$$\begin{aligned} (\Delta M_s)^{\text{DP}} &= -12.0/ps \times \left[\frac{\tan \beta}{50} \right]^4 \left[\frac{P_2^{\text{LR}}}{2.50} \right] \left[\frac{F_{B_s}}{230 \text{ MeV}} \right]^2 \left[\frac{|V_{ts}|}{0.040} \right]^2 \\ &\times \left[\frac{\bar{m}_b(\mu_t)}{3.0 \text{ GeV}} \right] \left[\frac{\bar{m}_s(\mu_t)}{0.06 \text{ GeV}} \right] \left[\frac{\bar{m}_t^4(\mu_t)}{M_W^2 M_A^2} \right] \frac{\epsilon_Y^2 (16\pi^2)^2}{(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)^2 (1 + \epsilon_0 \tan \beta)^2}. \end{aligned} \quad (8.18)$$

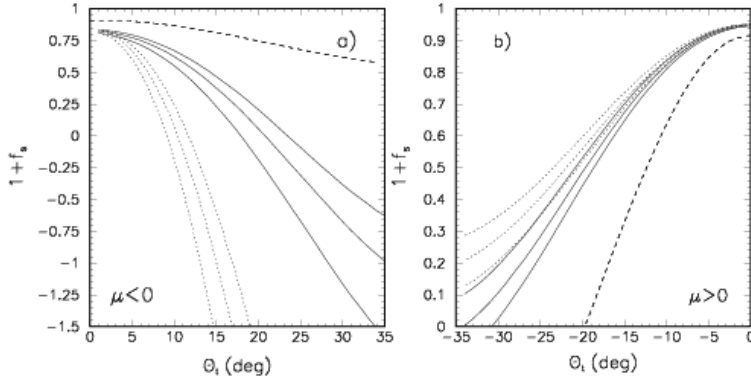
Widać, że w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu i $\tan \beta \gg 1$ dominującym efektem jest *zmniejszenie*⁵ ΔM_s . Efekt ten jest bardzo interesujący, gdyż ΔM_s jest eksperymentalnie ograniczone właśnie od dołu: $\Delta M_s^{\text{exp}} < 14.4/ps$. Jak pokazywaliśmy w rozdziale 3, wynik ten nakłada ograniczenie (3.60) na $1 + f_s \equiv F^s/S_0$:

$$0.484 < |1 + f_s| \equiv \Delta M_s^{\text{exp}} / \Delta M_s^{\text{SM}}. \quad (8.19)$$

Rysunki 8.2 i 8.3 pokazują zależność czynnika $1 + f_s$ od różnych parametrów MSSM ze spektrum cząstek supersymetrycznych $\gtrsim 500$ GeV. Rysunek 8.2 pokazuje zależność wielkości $1 + f_s$ od mieszania lewo i prawochiralnych skwarków górnych ($\theta_t \propto -A_t$) dla wartości $\tan \beta = 50$ i masy naładowanego bozonu Higgosa $M_{H^+} = 200$ GeV. Z rysunku tego widać, że zależność ta jest silna. Znak kąta θ_t jest zawsze taki, aby znak iloczynu μA_t (na obu rysunkach, 8.2 i 8.3) był dodatni, aby mogło ewentualnie zachodzić kasowanie się wkładu pochodzącego od naładowanego bozonu Higgosa i od chargin do amplitudy rozpadu $\bar{B} \rightarrow X_g \gamma$.

(tłumienie przez czynnik $\bar{m}_b \bar{m}_d$ sprawia, że dla mieszania $B_d^0-\bar{B}_d^0 |\delta^{2\text{PG}} C_2^{\text{LR}}| \approx |\delta^{2\text{PG}} C_1^{\text{SLL}}|$), a jego wartość przy szczególnym doborze parametrów może osiągać $|\delta^{2\text{PG}} f_d| \sim 0.2$.

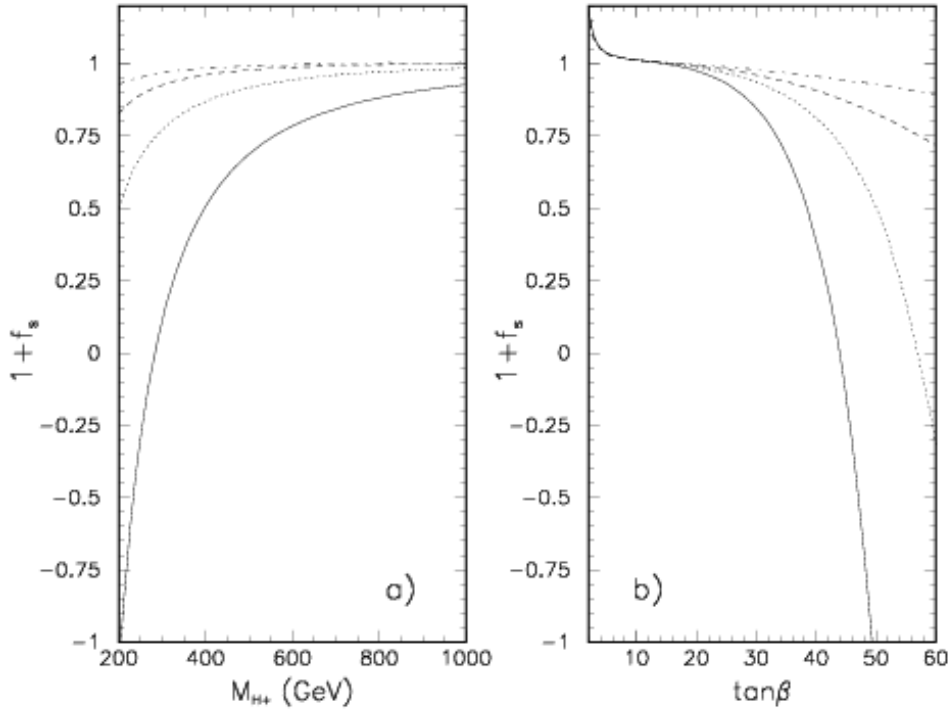
⁵ Należy jednak pamiętać, że różnica mas ΔM_s jest z definicji dodatnia, zatem dostatecznie duży ujemny wkład (8.18) będzie powodował zwiększenie $\Delta M_s = |(\Delta M_s)^{\text{SM}} - (\Delta M_s)^{\text{DP}}|$.



Rysunek 8.2: $(1 + f_s)$ w MSSM dla $\tan \beta = 50$, $M_{H^+} = 200$, $m_{\tilde{g}} = 3M_2$, $M_{\tilde{b}_R} = 800$ GeV i masy lżejszego chargina równej 600 GeV jako funkcja kąta mieszania stopów θ_t . Na rysunku a) $\mu < 0$ i $M_{\tilde{t}_1} = 600$ GeV, $M_{\tilde{t}_2} = 750$ GeV. Na rysunku b) $\mu > 0$ i $M_{\tilde{t}_1} = 500$ GeV, $M_{\tilde{t}_2} = 850$ GeV. Linie ciągłe pokazują wynik kompletnego rachunku sprzężeń $[X_{LR}^S]$ z rozdziału 5, linie kropkowane odpowiadają przybliżeniu z rozdziału 6, a linie przerywane zwykłemu rachunkowi perturbacyjnemu z rozdziału 4 (bez sumowania wyrazów wzmacnianych przez $\tan \beta$). Kolejne linie każdego rodzaju (licząc od lewej do prawej) odpowiadają wartościom $M_2/|\mu| = 3/4, 1$ i $5/4$. Wynik bez resumacji nie zależy w widoczny sposób od $M_2/|\mu|$.

Zgodnie z dyskusją z rozdziału 6, resumacja dużych, wzmacnianych przez $\tan \beta$ członów, prowadzi dla $\mu < 0$ ($\mu > 0$) do znacznego zwiększenia (zmniejszenia) wielkości $|1 + f_s|$ — na skutek występowania w mianownikach wyrażeń (8.8) i (8.9), opisujących efektywne zmieniające zapach sprzężenia $[\bar{X}_{RL}^S]$ i $[\bar{X}_{LR}^S]$, czynników $(1 + \tilde{\epsilon}_3 \tan \beta)(1 + \epsilon_0 \tan \beta)$. Krzywe dla różnych wartości stosunku $M_2/|\mu|$ ilustrują wkład cięższego chargino. Dla pokazanych na rysunku wartości $M_2/|\mu|$ lżejsze chargino jest zawsze prawie czystym higgsinem i z dokładnością do kilku GeV $m_{C_1} \approx |\mu|$ (w przypadku zwykłego rachunku perturbacyjnego, czyli bez sumowania wyrazów wzmacnianych przez $\tan \beta$, linie odpowiadające różnym wartościom $M_2/|\mu|$, są nierozróżnialne). Z rysunku 8.2 widać, że dla scenariuszy z dodatnim μ (faworyzowanych przez modele typu minimalnej supergravitacji), a więc wówczas, gdy resumacja tłumi efekty diagramów dwupingwinowych, przybliżenie z rozdziału 6 działa dobrze dla małych kątów, $\theta_t < 20^\circ$, dla większych kątów natomiast powoduje zbyt silne zmniejszenie wartości $1 + f_s$ (a tym samym amplitudy mieszania $B_s^0 - \bar{B}_s^0$). Dla $\mu < 0$ przybliżenie to prowadzi do znacznego przeszacowania efektów diagramów dwupingwinowych nawet dla tak małych kątów jak $\theta_t \sim 5^\circ$, nie powinno więc być używane przy $\mu < 0$.

Na rysunkach 8.3 a i b pokazana jest także zależność $1 + f_s$, czyli stosunku ΔM_s w MSSM i Modelu Standardowym, jako funkcja masy H^+ i $\tan \beta$ dla dwu różnych zestawów mas stopów i dwu znaków μ . Dla ustalonego mieszania stopów (czyli dla ustalonej



Rysunek 8.3: $(1 + f_s)$ w MSSM dla masy lżejszego chargina równej 750 GeV, $|r| \equiv M_2/|\mu| = 1$, $m_{\tilde{g}} = 3M_2$ and $M_{\tilde{b}_R} = 800$ GeV jako funkcja M_{H^+} dla $\tan\beta = 50$ (rysunek a) i jako funkcja $\tan\beta$ dla $M_{H^+} = 200$ GeV (rysunek b). Linie ciągłe i kreskowane (kropkowane i kreskowane-kropkowane) odpowiadają wartościom $M_{\tilde{t}_1} = 500$ GeV, $M_{\tilde{t}_2} = 850$ GeV (600 i 750 GeV). Linie ciągłe i kropkowane odpowiadają $\mu < 0$, zaś linie kreskowane i kreskowane-kropkowane — $\mu > 0$. Kąt mieszania stopów $\theta_t = +(-)10^\circ$ dla $\mu < 0$ ($\mu > 0$).

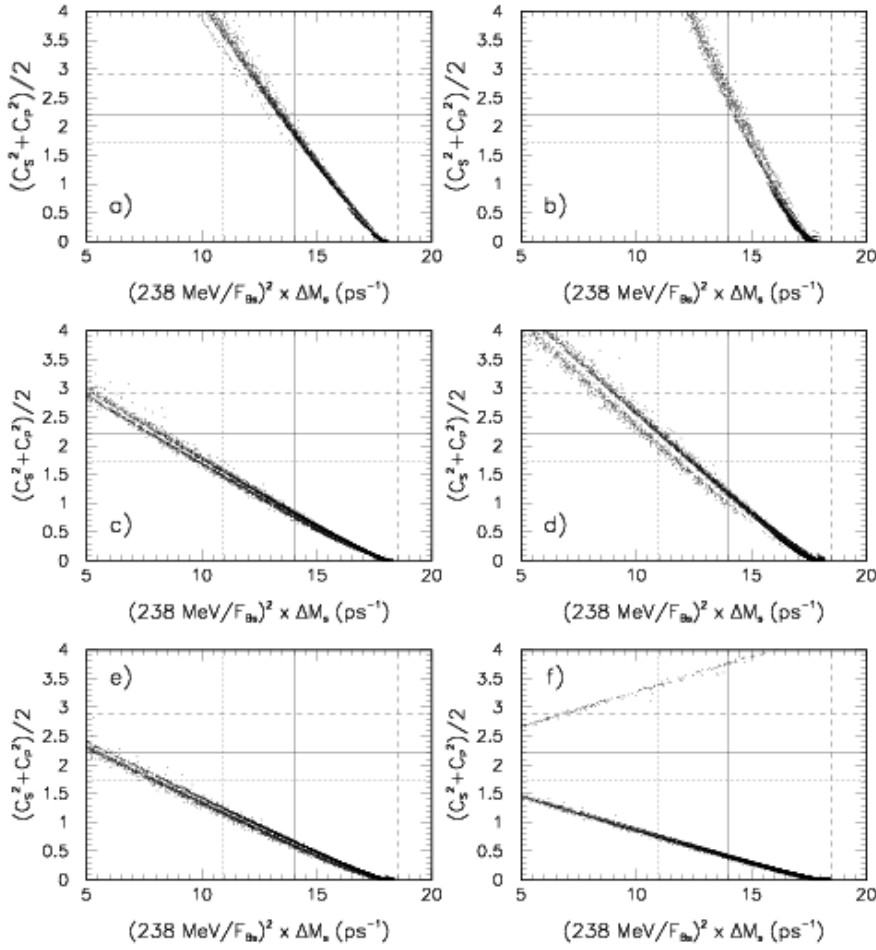
wartości kąta θ_t) duże efekty otrzymuje się w przypadku znacznego rozszczepienia mas stopów, gdyż wówczas parametr $|A_t|$ musi być duży. Należy też podkreślić, że wkłady diagramów dwupingwinowych nie znikają, gdy skala mas cząstek supersymetrycznych zwiększa się (tzn. gdy wszystkie parametry masowe skalują się jednorodnie), pod warunkiem, że skala masowa sektora Higgsa się nie zmienia. Znaczne zmniejszenie wartości $1 + f_s$ poniżej jedynki (czyli poniżej wartości Modelu Standardowego) jest więc możliwe także dla ciężkich cząstek supersymetrycznych, o ile $\tan \beta$ jest odpowiednio duży i sektor Higgsa nie jest zbyt ciężki. Widoczne na Rys.8.3b dodatnie wkłady do $1 + f_s$ dla $\tan \beta \sim 1$ zostały już omówione w rozdziale 4.

Linie odpowiadające $M_{\tilde{t}_1} = 500$ GeV, $M_{\tilde{t}_2} = 850$ na Rys.8.3 można porównać z odpowiednimi liniami na Rys.13 z pracy [9]. Można wówczas odczytać, że dla $\mu = -750$ GeV ($\mu = 750$ GeV) resumacja dużych, wzmacnianych przez $\tan \beta$ członów powoduje zwiększenie (zmniejszenie) f_s mniej więcej o czynnik 1.5 (2.4).

Rysunki 8.2 i 8.3 pokazują wyraźnie, że w MSSM z $\tan \beta \gtrsim 50$, $M_{H^+} \sim M_{A^0} \gtrsim M_Z$ i znacznym mieszanii stopów, ($A_t \sim M_{SUSY}$), jeśli nie uwzględnić żadnych innych ograniczeń, diagramy dwupingwinowe mogą znacznie zmniejszyć czynnik $1 + f_s$ (czyli przewidywanie dla ΔM_s) i prowadzić do naruszenia ograniczenia (3.60). Wkłady tych diagramów mogą nawet zmieniać znak całej amplitudy mieszania mezonów $B_s^0 - \bar{B}_s^0$.

8.3 Korelacje

Jak pokazaliśmy wyżej, skalarne prądy zmieniające zapach mogą dawać bardzo duże ujemne wkłady do amplitud mieszania neutralnych mezonów $B_s^0 - \bar{B}_s^0$. Eliminuje to część przestrzeni parametrów MSSM, dla której pogwałcone zostaje ograniczenie (3.60). Nie-wykluczone przez warunek (3.60) pozostają tylko takie parametry MSSM, dla których ujemny wkład diagramów dwupingwinowych do C_2^{LR} jest albo niezbyt duży, albo, ponieważ $\Delta M_s \propto \sqrt{|1 + f_s|}$, na tyle duży, że wkład współczynnika C_2^{LR} odwraca znak całej amplitudy mieszania $B_s^0 - \bar{B}_s^0$. Ponieważ źródłem dużych efektów w mieszanii neutralnych mezonów jest to samo efektywne zmieniające zapach sprzężenie, które dla $\tan \beta \gg 1$ dominuje w amplitudzie rozpadów $B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$, interesujące jest skonfrontowanie otrzymanych wyników z płynącym z aktualnych pomiarów (4.53) ograniczeniem (7.19) na współczynniki \tilde{C}_S^μ i \tilde{C}_P^μ . Aby więc sprawdzić, czy warunek (7.19), wynikający z górnej doświadczalnej granicy (4.53) na $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$, ogranicza możliwe wkłady diagramów dwupingwinowych do amplitudy mieszania $B_s^0 - \bar{B}_s^0$, czy też odwrotnie: warunek (3.60) nakłada na współczynniki \tilde{C}^S , \tilde{C}^P silniejsze ograniczenie niż wynik (4.53), przedstawiliśmy na Rys.8.4 kombinację współczynników Wilsona $(1/2) (|\tilde{C}_S^{\mu(1)}(\mu_b)|^2 + |\tilde{C}_P^{\mu(1)}(\mu_b)|^2) \approx |\tilde{C}_S^{\mu(1)}(\mu_b)|^2 \approx |\tilde{C}_P^{\mu(1)}(\mu_b)|^2$ dla $\mu_b = 4.2$ GeV w funkcji różnicy mas ΔM_s dla kilku kombinacji parametrów ($M_A, \tan \beta$). Skan wykonany po przestrzeni parametrów supersymetrycznych obejmował cząstki o masach $M_{SUSY} \gtrsim 500$ GeV. Wykluczone zostały wszystkie punkty, dla których przewidywania na szerokość rozpadu $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$



Rysunek 8.4: $(1/2) (|\tilde{C}_S^{\mu(1)}|^2 + |\tilde{C}_P^{\mu(1)}|^2)$ w funkcji ΔM_s w MSSM typu MFV dla mas cząstek supersymetrycznych większych niż 500 GeV. Rysunki *a* – *f* odpowiadają wartościom $(M_A, \tan \beta)$ (M_A wyrażona w GeV-ach) odpowiednio (200,40), (200,50), (300,40), (300,50), (400,50), (500,50). Punkty po lewej stronie i powyżej linii ciągłych są dla wartości $\hat{F}_{B_s} = 238$ MeV wykluczone przez $\Delta M_s > 14.4/\text{ps}$ i $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) < 0.95 \times 10^{-6}$. Analogiczne ograniczenia dla $\hat{F}_{B_s} = 207$ MeV i 269 MeV (czyli odpowiadające wartości centralnej \hat{F}_{B_s} przesuniętej o odpowiednio -1σ i $+1\sigma$) są oznaczone odpowiednio liniami kreskowanymi i kropkowanymi.

nie były zgodne z ograniczeniami doświadczalnymi. W skanie tym użyliśmy wartości $|V_{ts}| = 0.04$ i $\hat{F}_{B_s} = 238$ MeV. Ograniczenia dla innych wartości tych parametrów można łatwo znaleźć poprzez proste przeskalowanie. Poziome linie na rysunkach 8.4a-8.4f to górne ograniczenie (7.19) na $(1/2) (|\tilde{C}_S^\mu|^2 + |\tilde{C}_P^\mu|^2)$ dla $\mu_b = 4.2$ GeV i $\hat{F}_{B_s} = 238$ MeV (linie ciągłe), $\hat{F}_{B_s} = 207$ MeV (linie przerywane) i $\hat{F}_{B_s} = 269$ MeV (linie kropkowane). Linie pionowe pokazują ograniczenie nakładane przez doświadczalny wynik $\Delta M_s > 14.4/\text{ps}$ (wykluczone są punkty leżące po lewej stronie tych linii). Punkty po lewej stronie linii pionowych i powyżej linii ciągłych (przerywanych, kropkowanych) są dla wartości $\hat{F}_{B_s} = 238$ MeV ($\hat{F}_{B_s} = 207$ MeV, $\hat{F}_{B_s} = 269$ MeV) wykluczone przez $\Delta M_s > 14/\text{ps}$ i $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) < 0.95 \times 10^{-6}$.

Z Rys.8.4a-f widać wyraźnie, że dla $M_A > 200$ GeV i $\hat{F}_{B_s} \gtrsim 238$ MeV dolne ograniczenie $\Delta M_s > 14.4/\text{ps}$ staje się silniejsze niż ograniczenie (4.53) płynące z pomiaru $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$. Dla $M_A \lesssim 200$ GeV współgranie ograniczeń (3.60) i (7.19) zależy od wartości parametru \hat{F}_{B_s} . Zatem w MSSM typu MFV (lub też ogólniej — w innym modelu, w którym operatory $\mathcal{O}_{S,P}$ powstają na skutek istnienia zmieniających zapach sprzężeń podobnych do $[X_{LR}]^{qb}$) możliwe efekty operatorów skalarnych $\mathcal{O}_{S,P}$ w omawianych w rozdziale 7 rozpadów mezonów B są na ogół dodatkowo ograniczane przez mieszanie B_s^0 - \bar{B}_s^0 . Z drugiej strony, rysunki 8.4a-f pokazują, że bardzo silne zmieniające zapach sprzężenia do H^0 i A^0 , które poprzez diagramy dwupingwinowe, mogą odwracać znak amplitudy mieszania B_s^0 - \bar{B}_s^0 (tzn. dawać $1 + f_s < 0$), prowadząc do ΔM_s zgodnego z ograniczeniem 14.4/ps, są zawsze wykluczone przez warunek (7.19).

Z Rys.8.4 widać, że najniższe możliwe wartości \hat{F}_{B_s} , które w analizie z podrozdziału 7.3 (wzory (7.33), (7.36), (7.39), (7.43)) maksymalizowały dopuszczalny przez ograniczenie (7.19), wkład operatorów skalarnych do rozpadów $B \rightarrow X_s l^+ l^-$ i $B \rightarrow K l^+ l^-$ są przez mieszanie mezonów B_s^0 - \bar{B}_s^0 dozwolone tylko dla małych wartości $|\tilde{C}_S^\mu|^2 + |\tilde{C}_P^\mu|^2$. Jak pokazaliśmy wyżej, dla $M_{A^0} \gtrsim 200$ GeV i $\hat{F}_{B_s} = 238$ MeV, $\Delta M_s > 14.4/\text{ps}$ jest silniejszym ograniczeniem niż (4.53), co oznacza, że możliwe wciąż w MSSM efekty operatorów skalarnych \mathcal{O}_S i \mathcal{O}_P w rozpadach $B \rightarrow X_s l^+ l^-$ i $B \rightarrow K l^+ l^-$ muszą być w rzeczywistości jeszcze mniejsze, niż oszacowane w podrozdziale 7.3. Przykładowo, dla $M_{A^0} = 300$ GeV i $\tan \beta = 40$, maksymalny efekt operatorów skalarnych w inkluzywnym rozpadzie \bar{B} jest ograniczony przez ⁶

$$\Delta BR(B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)_{\text{nonres}} \lesssim 2.2 \times 10^{-7}, \quad (8.20)$$

co oznacza, że wkład operatorów skalarnych musi być mniejszy niż 5%. Podobnie, maksymalny ich efekt w rozpadzie $B \rightarrow K l^+ l^-$ jest również w MSSM silniej ograniczony:

$$\Delta BR(B \rightarrow K \mu^+ \mu^-)_{\text{nonres}} \lesssim 1 \times 10^{-7}. \quad (8.21)$$

Ponieważ w modelu MSSM typu MFV dla $\tan \beta \gtrsim 30$ efektywne zmieniające zapach sprzężenia $[X_{RL}]^{sb}$ dają duży, dominujący wkład zarówno do stosunku rozgałęzień

⁶Przyjeliśmy $f = 12/14.4$, co, jak widać z Rys.8.4d, maksymalizuje dopuszczalne przez ograniczenie $\Delta M_s > 14.4/\text{ps}$ wartości $|\tilde{C}_S^\mu|^2 + |\tilde{C}_P^\mu|^2$; oraz $r = 1$.

$BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$, jak i do $\Delta M_s / (\Delta M_s)^{\text{SM}}$, obydwie te wielkości muszą być w zakresie takich $\tan \beta$ ze sobą skorelowane [10, 11]. W ogólności, dla $\tan \beta \gtrsim 30$ zachodzi następujący przybliżony związek między wkładem diagramów dwupingwinowych $(\Delta M_s)^{\text{DP}}$ do ΔM_s a szerokością rozpadu $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$:

$$BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) \approx 10^{-6} \left(\frac{\tan \beta}{50} \right)^2 \left(\frac{200 \text{ GeV}}{M_A} \right)^2 \left| \frac{(\Delta M_s)^{\text{DP}}}{12 \text{ ps}^{-1}} \right| \quad (8.22)$$

gdzie $(\Delta M_s)^{\text{DP}}$ jest dane wzorem (8.18). Zatem dla ustalonego wkładu diagramów „dwupingwinowych” $(\Delta M_s)^{\text{DP}}$ stosunek rozgałęzień $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ jest mniejszy dla mniejszych wartości $\tan \beta$ i/lub większych wartości M_A .

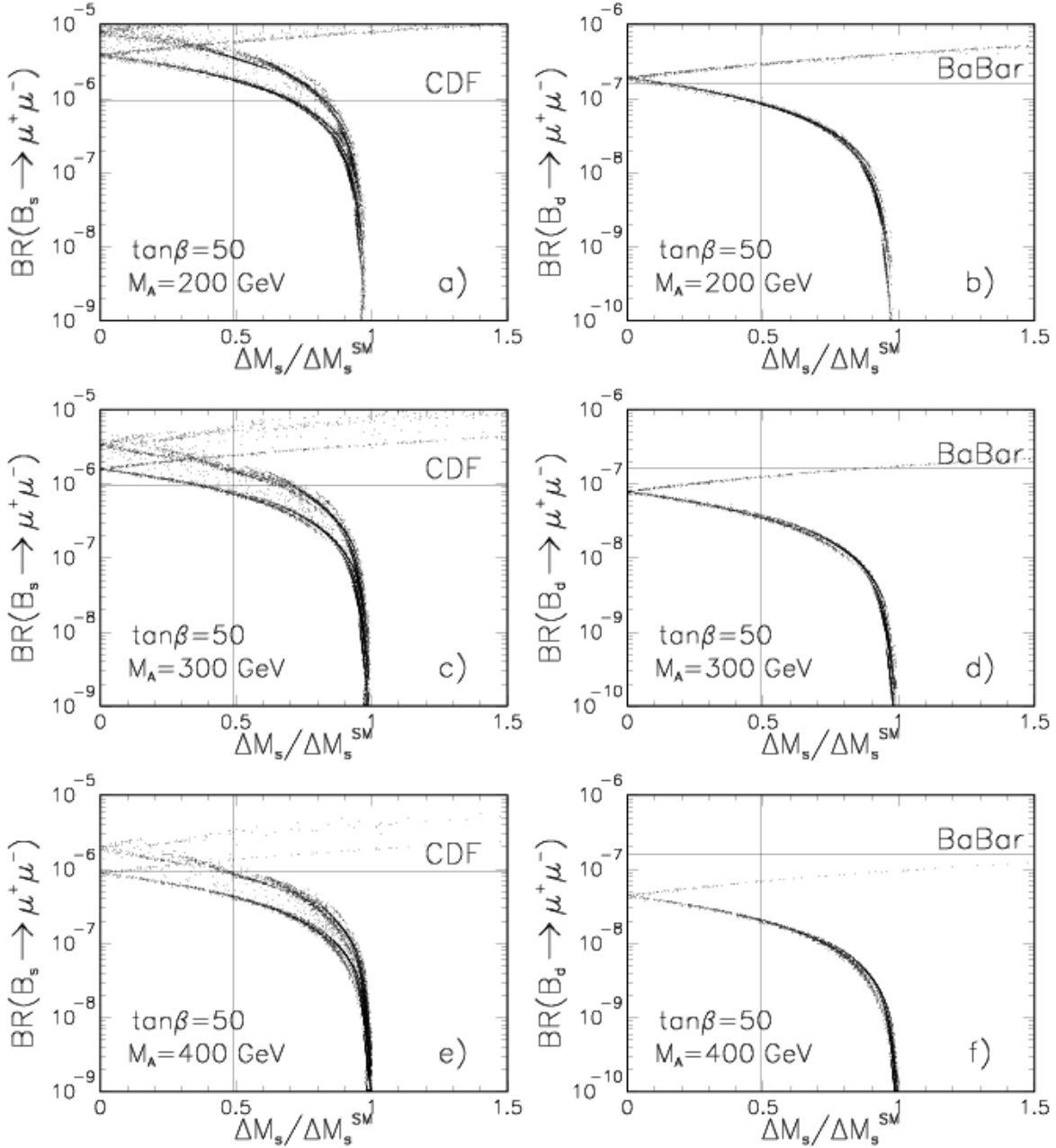
Korelacja ta jest pokazana na Rys.8.5 (Rys.8.6) *a*, *c* i *e*, gdzie przedstawiliśmy $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ w funkcji $\Delta M_s / (\Delta M_s)^{\text{SM}}$ dla $\tan \beta = 50$ ($\tan \beta = 40$) i odpowiednio $M_A = 200 \text{ GeV}$, $M_A = 300 \text{ GeV}$ i $M_A = 400 \text{ GeV}$. Wyniki prezentowane na rysunkach 8.5 i 8.6 zostały otrzymane poprzez skan po przestrzeni parametrów MSSM przy założeniu że cząstki supersymetryczne są ciężkie, tzn. $M_{\text{spart}} > 500 \text{ GeV}$. Punkty nie spełniające ograniczeń eksperymentalnych płynących z $BR(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ zostały usunięte.

Dwie gałęzie punktów widoczne wyraźnie na Rys.8.5 (Rys.8.6) *a*, *c* i *e* odpowiadają dwóm zakresom wartości $1 + f_s$: gałąź dolna odpowiada $1 + f_s > 0$, zaś gałąź górna $1 + f_s < 0$. Ta ostatnia zawiera punkty, dla których $\mu < 0$ czyli takie, dla których naruszające zapach sprzężenia (5.39) są wzmacniane przez występujące w mianowniku (5.39) zsumowane, wzmacniane przez $\tan \beta$ poprawki. Punkty te, jak widać, są wykluczone przez wynik eksperymentu CDF, oznaczony na rysunkach linią poziomą.

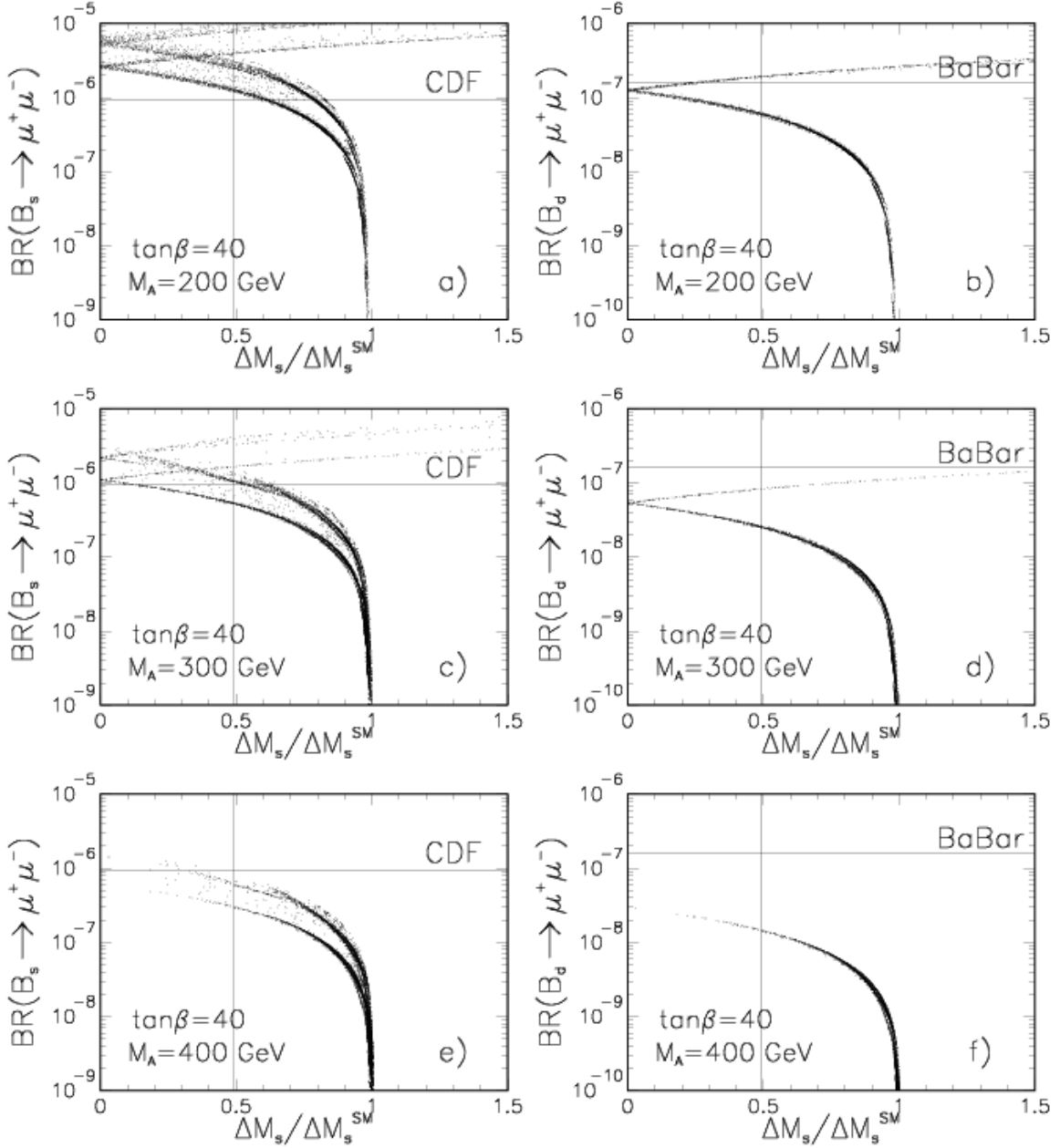
Należy tu podkreślić, że w MSSM korelacja z Rys.8.5-Rys.8.6 wynika tylko z istnienia efektywnych sprzężeń naruszających zapach, a nie zależy istotnie od szczegółowych wartości parametrów modelu. Dlatego też jej złamani przez wyniki doświadczalne byłoby sygnałem nieminimalnego łamania zapachu w supersymetrii (lub tego, że problem hierarchii rozwiązywany jest przez mechanizm inny niż supersymetria).

Innym sygnałem nieminimalnego łamania zapachu w MSSM może być pomiar $B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$. Korelację stosunku rozgałęzień tego rozpadu z przewidywaniem dla ΔM_s w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu pokazują Rys.8.5 i Rys.8.6 *b*, *d* i *f*. Wykonane zostały one analogicznie, jak Rys.8.5 i Rys.8.6 *a*, *c* i *e*, z tym, że dla każdego zestawu parametrów MSSM dokonano również przeskanowania w granicach $\pm 1\sigma$ po parametrach λ , A , $\bar{\rho}$ i $\bar{\eta}$ macierzy CKM zachowując jedynie te, dla których spełnione były ograniczenia omówione w rozdziale 3 (jakościowy efekt tej procedury opisujemy krótko w podrozdziale 8.4). Pozwoliło to uwzględnić (niewielki) wpływ „nowej fizyki” na wyznaczenie wartości elementu $|V_{td}|$ (koniecznej do podania przewidywania dla $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$).

Jak widać z Rys.8.5 i Rys.8.6 *b*, *d* i *f*, już sam wynik $\Delta M_s > 14.4/\text{ps}$ nakłada w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu ograniczenie $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) \lesssim 10^{-7}$, niższe niż aktualny limit (4.54) z bezpośredniego poszukiwania tego rozpadu przez kolaborację BaBar. Jeszcze silniejsze ograniczenie uzyskuje się porównując rysunki *b*, *d* i *f* z *a*, *c* i *e*: w MSSM typu MFV $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) \sim 10^{-7}$ jest możliwe tylko dla $M_A \sim 200$



Rysunek 8.5: Korelacja $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ z $\Delta M_s / (\Delta M_s)^{SM}$ (rysunki a, c i e) i $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ z $\Delta M_s / (\Delta M_s)^{SM}$ (rysunki b, d i f) w MSSM typu MFV dla $\tan\beta = 50$ i $M_A = 200$ GeV (rysunki a, b), $M_A = 300$ GeV (rysunki c, d) i $M_A = 400$ GeV (rysunki e, f).



Rysunek 8.6: Korelacja $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ z $\Delta M_s / (\Delta M_s)^{SM}$ (rysunki a, c i e) i $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ z $\Delta M_s / (\Delta M_s)^{SM}$ (rysunki b, d i f) w MSSM typu MFV dla $\tan\beta = 40$ i $M_A = 200$ GeV (rysunki a, b), $M_A = 300$ GeV (rysunki c, d) i $M_A = 400$ GeV (rysunki e, f).

GeV i $\tan \beta \sim 50$ dla najniższej możliwej wartości $\Delta M_s / \Delta M_s^{\text{SM}}$ (Rys.8.5 b). Takie wartości $\Delta M_s / \Delta M_s^{\text{SM}}$ są jednak wykluczone przez wynik doświadczalny otrzymany przez kolaborację CDF (Rys.8.5 a). Łącząc wszystkie dane doświadczalne można odczytać, że nakładają one w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu ograniczenie

$$BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) \lesssim 4 \times 10^{-8}. \quad (8.23)$$

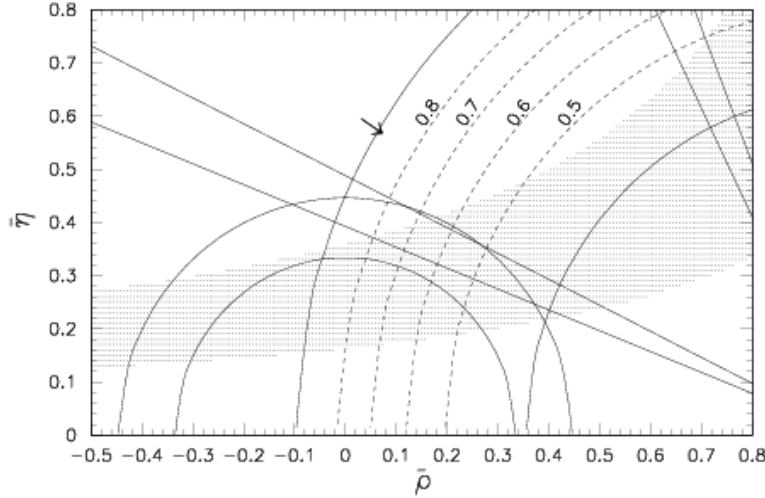
Wzajemna przybliżona proporcjonalność $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ i $BR(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ występuje jednak tylko w takich wersjach MSSM, w których macierz CKM jest jedynym źródłem naruszenia zapachu, czyli w scenariuszu MFV SUSY. Złamanie tej korelacji może być zrealizowane w modelach supersymetrycznych z nieminimalnym naruszeniem zapachu — na przykład wtedy, gdy wstawki masowe (4.21) zachowujące chiralność łączące trzecią generację z pierwszą oraz trzecią z drugą różnią się od siebie. Jak zostało to sprawdzone w pracach [13, 19], w takim wypadku przewidywana szerokość rozpadu $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ może przewyższać ograniczenie $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) < 1.6 \times 10^{-7}$ [75] zachowując jednocześnie wszystkie ograniczenia [60] na wielkość wstawki (13). Zmierzanie więc $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ na poziomie wyższym niż $\sim 4 \times 10^{-8}$ mogłoby więc, niezależnie od pomiaru ΔM_s , być sygnałem nieminimalnego łamania zapachu w supersymetrii. Tak więc, korelacja między $BR(B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ i ΔM_s może również okazać się pomocna w rozróżnieniu między minimalnym i nieminimalnym naruszeniem zapachu.

8.4 $|V_{td}^{\text{eff}}|$ w MSSM z $\tan \beta \gg 1$

Na zakończenie tego rozdziału omówimy krótko wpływ diagramów dwupingwinowych na wyznaczenie elementu $|V_{td}^{\text{eff}}|$ macierzy CKM. Jak opisywaliśmy to w rozdziale 3, element ten wyznacza się w oparciu o kombinację doświadczalnych danych dla $R_b \propto |V_{ub}^{\text{eff}}/V_{cb}^{\text{eff}}|$, $\sin 2\beta = a_{\psi K_s}$, ε_K i ΔM_d lub ΔM_d i ΔM_s . W rozpatrywanym przez nas scenariuszu MSSM typu MFV z $\tan \beta \gg 1$ i $M_{\text{susy}} \gtrsim 500$ GeV $1 + f_\varepsilon \approx 1 + f_d \approx 1$ diagramy dwupingwinowe, dające istotny wkład tylko do $1 + f_s$, nie wpływałyby na wyznaczenie $|V_{td}^{\text{eff}}|$, gdyby wielkość $F_{B_d}^2 \hat{B}_{B_d}$ była znana dostatecznie dokładnie. Ponieważ element $|V_{ts}^{\text{eff}}|$ jest z dobrą dokładnością ustalony przez unitarność macierzy CKM, związek

$$\Delta M_s = \frac{G_F^2 M_W^2}{6\pi^2} M_{B_s} \eta_B \hat{B}_{B_s} F_{B_s}^2 |V_{ts}^{\text{eff}}|^2 S_0(x_t) (1 + f_s) \quad (8.24)$$

stanowiłyby wówczas ograniczenia na parametry MSSM (tym lepsze, im dokładniej znany byłby czynnik $F_{B_s}^2 \hat{B}_{B_s}$). Ponieważ jednak z osobna każdy z czynników $F_{B_d}^2 \hat{B}_{B_d}$ i $F_{B_s}^2 \hat{B}_{B_s}$ jest znany ze znacznie mniejszą dokładnością niż ich stosunek ξ , dany wzorem (3.46), wyznaczenie R_t z $\Delta M_s / \Delta M_d$ stanowi istotne (szczególnie właśnie w MSSM z $\tan \beta \gg 1$, gdy $1 + f_s < 1$) dodatkowe ograniczenie na $|V_{td}^{\text{eff}}|$. Widać to z Rys.8.7, na którym liniami przerywanymi oznaczonymi 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, pokazano ograniczenie na $\sqrt{(1 + \bar{\varrho})^2 + \bar{\eta}^2} \propto |V_{td}^{\text{eff}}|$, wynikające z aktualnego wyniku $\Delta M_s / \Delta M_d < 28.6$. Im



Rysunek 8.7: Zakresy wartości $\bar{\rho}$, $\bar{\eta}$ wyznaczone z procesów drzewowych oraz z mieszania neutralnych mezonów $K^0-\bar{K}^0$, $B_d^0-\bar{B}_d^0$ i $B_s^0-\bar{B}_s^0$. Liniami przerywanymi, oznaczonymi 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, pokazano ograniczenie na $\sqrt{(1 + \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2} \propto |V_{td}^{\text{eff}}|$, wynikające z aktualnego wyniku $\Delta M_s/\Delta M_d < 28.6$.

mniej wartości $1 + f_s$, tym mniejsza jest dozwolona w 1σ górna granica na $|V_{td}^{\text{eff}}|$. I tak, o ile w Modelu Standardowym, metoda skanowania wszystkich błędów i niepewności w granicach 1σ daje

$$0.0065 < |V_{td}^{\text{eff}}| \lesssim 0.0091, \quad (8.25)$$

o tyle w MSSM dla $1 + f_s = 0.5$ (0.7)

$$|V_{td}^{\text{eff}}| < 0.0077(0.0088), \quad (8.26)$$

i ograniczenie to w przybliżeniu skaluje się jak $\sqrt{\frac{14.4/\text{ps}}{\Delta M_s}}$. Ponieważ $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) \propto |V_{td}^{\text{eff}}|^2$, efekt ten zmniejsza maksymalny $BR(B_d^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ o $\sim 30\%$ ($\sim 5\%$) dla $1 + f_s = 0.5(0.7)$ (w sposób opisany w podrozdziale 8.3) uwzględniamy na rysunkach 8.5 i 8.6 b, d i f.

Rozdział 9

Zakończenie

W pracy rozpatrzony został model supersymetryczny ze stosunkiem próżniowych wartości oczekiwanych dubletów pól Higgsa znacznie większym od jedynki — $\tan \beta \gg 1$. Przeanalizowany został scenariusz, w którym macierz Cabibbo-Kobayashi-Maskawy pozostaje jedynym (lub silnie dominującym) źródłem łamania zapachu i naruszenia symetrii CP, tzn. model z minimalnym łamaniem zapachu. Ponieważ w modelach takiego typu „nowa fizyka” wpływać może na wyznaczanie wartości elementów macierzy CKM, w rozdziale 3 przypomnieliśmy standardową konstrukcję trójkąta unitarności oraz w sposób niezależny od modelu przeanalizowaliśmy ograniczenia nakładane przez unitarność macierzy CKM na przyczynki od „nowej fizyki”.

W rozdziale 4, stosując konwencjonalny jednopętlowy rachunek zaburzeń pokazaliśmy, że poprawki promieniste związane z wymianą cząstek supersymetrycznych (chargin i stopów) prowadzą w takim scenariuszu do powstania mających postać prądów skalarnych zmieniających zapach sprzężeń kwarków dolnych do neutralnych bozonów Higgsa H^0 i A^0 . Sprzężenia te są proporcjonalne do $\tan^2 \beta$ i mogą, dla dużego mieszania skwarków top, być bardzo silne.

Ponieważ wzmocnione przez $\tan \beta$ poprawki do takich sprzężeń pojawiają się we wszystkich rzędach rachunku zaburzeń, a nie tylko w jednej pętli, otrzymanie wiarygodnego oszacowania efektów zmieniających zapach prądów skalarnych wymaga zsumowania dużych wkładów do nich ze wszystkich rzędów rachunku zaburzeń. W pracy zaproponowany został odpowiedni formalizm, umożliwiający takie wysumowanie. Został on przedstawiony w rozdziale 5. W rozdziale 6 (a także częściowo w rozdziałach 7 i 8) wyniki otrzymane w ramach tego formalizmu zostały porównane z powszechnie stosowanym w literaturze podejściem. Pokazaliśmy, że to ostatecznie często daje wyniki znacznie odbiegające od naszego bardziej kompletnego rachunku. Ubocznym produktem przeprowadzanej analizy było także pokazanie, jak w teorii z $\tan \beta \gg 1$ należy uwzględnić wiodące, $\propto \tan \beta$ poprawki do sprzężeń naładowanego bozonu Higgsa H^+ .

Istotną częścią pracy było zastosowanie rozwiniętego formalizmu do obliczenia amplitud procesów rzadkich, zachodzących z udziałem kwarku(ów) b , w których efekty

zmieniających zapach prądów skalarnych okazały się najsilniejsze. W rozdziale 7 przeanalizowano ich wpływ na procesy o $\Delta B = 1$. Okazało się, że najbardziej spektakularnie ich efekty mogą przejawiać się w rozpadach $B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$: w MSSM z wartością $\tan\beta \sim 50$ (interesującą np. z punktu widzenia unifikacji stałych Yukawy kwarków b i t) $BR(B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$ może różnić się od przewidywań Modelu Standardowego o czynnik rzędu 10^{3-4} . Niezaobserwowanie tych rozpadów do tej pory nakłada na przestrzeń parametrów MSSM silne ograniczenia. Wciąż jednak rozpady te są potencjalnie interesujące z punktu widzenia poszukiwania „nowej fizyki” typu supersymetrycznego. Innymi ciekawymi procesami, w których efekty skalarnych prądów mogą ewentualnie być zaobserwowane, są rozpady $B \rightarrow X_s\mu^+\mu^-$ i $B \rightarrow K\mu^+\mu^-$: wprawdzie niepewności, jakimi obarczone są oparte o Model Standardowy teoretyczne oszacowania szybkości zachodzenia tych rozpadów są dość duże, jednak kasują się one w odpowiednich stosunkach szybkości rozpadów na $\mu^+\mu^-$ i e^+e^- . Dokładniejsze dane doświadczalne mogą więc w niedalekiej przyszłości pozwolić wykryć efekty prądów skalarnych w tych rozpadach (lub uściślić istniejące ograniczenia).

W rozdziale 8 obliczone efektywne zmieniające zapach sprzężenia kwarków dolnych do neutralnych bozonów Higgsa zostały wykorzystane do znalezienia przewidywań mieszania neutralnych mezonów $B_s^0-\bar{B}_s^0$. Tam również ich efekty okazały się bardzo znaczące. Wchodzą one do amplitudy mieszania poprzez diagramy dwupingwinowe — które choć formalnie są dwupętłowe, to dzięki wzmocnieniu przez $\tan^4\beta$ dominują w amplitudzie mieszania neutralnych mezonów $B_s^0-\bar{B}_s^0$ w MSSM z $\tan\beta \gg 1$. W modelu supersymetrycznym z minimalnym łamaniem zapachu wkład tych diagramów do amplitud mieszania mezonów $B_s^0-\bar{B}_s^0$ ma zawsze przeciwny znak niż wkład standardowy (bozonów W^\pm i kwarku t) i prowadzi do zmniejszenia przewidywanej różnicy mas ΔM_s . Jak pokazaliśmy, istniejące ograniczenie $\Delta M_s > 14.4/\text{ps}$ nakłada więc dodatkowe ograniczenie na przestrzeń parametrów MSSM. W rozdziale 8 zaprezentowana również została korelacja wielkości zdominowanych przez te same efektywne zmieniające zapach sprzężenia: stosunków rozgałęzień $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ (oraz $B_d^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$) z różnicą mas neutralnych mezonów $B_s^0-\bar{B}_s^0$. Korelacja ta jest charakterystyczna dla MSSM z minimalnym łamaniem zapachu i może być naruszona w przypadku nieminimalnego łamania. Zaobserwowanie takiego łamania było by więc bardzo interesujące jako test hipotezy minimalnego łamania zapachu w niskoenergetycznej supersymetrii.

Dodatek A

Czynniki F^s , F^d i F^ε

Jak pisaliśmy w podrozdziale 3.2, definiowane wzorami (3.49)-(3.51) czynniki F^s , F^d i F^ε można bezpośrednio wyrazić przez współczynniki Wilsona $C_i(\mu_0)$ hamiltonianu (3.31), czynniki η_{ij} związane z ewolucją QCD od skali μ_0 do skali μ_1 (równej 4.2 GeV w przypadku mezonów B i 2 GeV w przypadku kaonów) oraz przez obliczane na sieciach nieperturbacyjne czynniki B_i parametryzujące elementy macierzowe operatorów O_i z (3.31) między stanami neutralnych mezonów. Wzór ten ma ogólną postać ¹

$$\begin{aligned}
 F = & \left[S_0(x_t) + \frac{1}{4} C_{\text{new}}^{\text{VLL}}(\mu_t) \right] \\
 & + \frac{1}{4} C_1^{\text{VRR}}(\mu_t) + \bar{P}_1^{\text{LR}} C_1^{\text{LR}}(\mu_t) + \bar{P}_2^{\text{LR}} C_2^{\text{LR}}(\mu_t) \\
 & + \bar{P}_1^{\text{SLL}} \left[C_1^{\text{SLL}}(\mu_t) + C_1^{\text{SRR}}(\mu_t) \right] + \bar{P}_2^{\text{SLL}} \left[C_2^{\text{SLL}}(\mu_t) + C_2^{\text{SRR}}(\mu_t) \right]. \quad (\text{A.1})
 \end{aligned}$$

Ponieważ we wzorach (3.52) i (3.53) wyfaktoryzowane zostały czynniki $\hat{B}_{B_{d,s}}$ (B_K) oraz η_B (η_2) parametryzujące odpowiednio element macierzowy dominującego w Modelu Standardowym operatora \mathcal{O}^{VLL} i jego ewolucję QCD, czynniki \bar{P}_i^a występujące we wzorze (A.1) są zdefiniowane następująco:

$$\bar{P}_i^a = \begin{cases} P_i^a / (4\eta_B \hat{B}_{B_{d,s}}) & (\Delta M_{d,s}) \\ P_i^a / (4\eta_2 \hat{B}_K) & (\varepsilon), \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Opisujące elementy macierzowe i ewolucję QCD operatorów innych niż \mathcal{O}^{VLL} czynniki P_i^a są dane wzorami

$$P_1^{\text{LR}} = -\frac{1}{2} [\eta_{11}(\mu_b)]_{\text{LR}} \left[B_1^{\text{LR}}(\mu_b) \right]_{\text{eff}} + \frac{3}{4} [\eta_{21}(\mu_b)]_{\text{LR}} \left[B_2^{\text{LR}}(\mu_b) \right]_{\text{eff}}, \quad (\text{A.3})$$

$$P_2^{\text{LR}} = -\frac{1}{2} [\eta_{12}(\mu_b)]_{\text{LR}} \left[B_1^{\text{LR}}(\mu_b) \right]_{\text{eff}} + \frac{3}{4} [\eta_{22}(\mu_b)]_{\text{LR}} \left[B_2^{\text{LR}}(\mu_b) \right]_{\text{eff}}, \quad (\text{A.4})$$

¹Dla prostoty pomijamy tu obliczone w pracy [28] poprawki QCD do wkładu Modelu Standardowego

$$P_1^{\text{SLL}} = -\frac{5}{8} [\eta_{11}(\mu_b)]_{\text{SLL}} [B_1^{\text{SLL}}(\mu_b)]_{\text{eff}} - \frac{3}{2} [\eta_{21}(\mu_b)]_{\text{SLL}} [B_2^{\text{SLL}}(\mu_b)]_{\text{eff}}, \quad (\text{A.5})$$

$$P_2^{\text{SLL}} = -\frac{5}{8} [\eta_{12}(\mu_b)]_{\text{SLL}} [B_1^{\text{SLL}}(\mu_b)]_{\text{eff}} - \frac{3}{2} [\eta_{22}(\mu_b)]_{\text{SLL}} [B_2^{\text{SLL}}(\mu_b)]_{\text{eff}}. \quad (\text{A.6})$$

Ponieważ chiralność w QCD jest zachowana, mamy $P_i^{\text{SRR}} = P_i^{\text{SLL}}$ ($i = 1, 2$). Efektywne parametry $[B_i^a(\mu_b)]_{\text{eff}}$ zdefiniowane są jak poniżej

$$\begin{aligned} [B_i^a(\mu_b)]_{\text{eff}} &\equiv \left(\frac{M_{B_q}}{m_b(\mu_b) + m_q(\mu_b)} \right)^2 B_i^a(\mu_b) \\ &= 1.44 \left[\frac{4.4 \text{ GeV}}{m_b(\mu_b) + m_q(\mu_b)} \right]^2 \left[\frac{M_{B_q}}{5.28 \text{ GeV}} \right]^2 B_i^a(\mu_b), \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

gdzie $B_i^a(\mu_b)$ są związane z hadronowymi elementami macierzowymi $\langle \bar{B}_q^0 | Q_i(\mu_b) | B_q^0 \rangle$. Czynniki QCD $[\eta_{ij}(\mu_b)]_a$ podane są w [23] i zebrane w tabeli (A.1). Dla F^ε czynniki QCD $[\eta_{ij}(\mu_b)]_a$ są zastąpione przez $[\eta_{ij}(\mu_L)]_a$, gdzie $\mu_L = 2 \text{ GeV}$, a odpowiednie parametry efektywne $[B_i^a(\mu_L)]_{\text{eff}}$ są zdefiniowane jako

$$[B_i^a(\mu_L)]_{\text{eff}} \equiv \left(\frac{m_K}{m_s(\mu_L) + m_d(\mu_L)} \right)^2 B_i^a(\mu_L) = 18.75 \left[\frac{115 \text{ MeV}}{m_s(\mu_L) + m_d(\mu_L)} \right]^2 B_i^a(\mu_L). \quad (\text{A.8})$$

Parametry B_i^a dla mieszania K^0 - \bar{K}^0 są znane z rachunków na sieciach [109, 110]. Dla wartości odpowiadającej μ_t w tabeli (A.1), w schemacie NDR znaleźć można [23]

$$\left. \begin{aligned} P_1^{\text{LR}} &= -36.1, & P_2^{\text{LR}} &= 59.3, \\ P_1^{\text{SLL}} &= -18.1, & P_2^{\text{SLL}} &= -32.2, \end{aligned} \right\} \quad \text{dla} \quad \mu = 2 \text{ GeV}. \quad (\text{A.9})$$

Duże wartości tych współczynników spowodowane są dużymi efektami QCD (tj. czynnikami η_{ij}) dla operatorów LR i SLL (SRR) oraz tzw. chiralnym wzmocnieniem elementów macierzowych (wzór (A.8)). Powoduje to, że nawet małe wkłady „nowej fizyki” do współczynników $C_i^{\text{LR}}(\mu_t)$ i $C_i^{\text{SLL}}(\mu_t)$ mogą być z fenomenologicznego punktu widzenia istotne [109, 111].

W przypadku mieszania $B_{s,d}^0$ - $\bar{B}_{s,d}^0$ nie ma wzmocnienia chiralnego elementów macierzowych operatorów LR i SLL, a czynniki QCD η_{ij} są mniejsze niż dla mieszania mezonów K^0 - \bar{K}^0 . Współczynniki P_i^{LR} i P_i^{SLL} są więc mniejsze, ale wciąż istotne. Nieperturbacyjne parametry B_i^a zostały obliczone w pracy [26]. Zapisując wyniki w używanej przez nas bazie operatorów, mamy

$$B^{VLL} = 0.87, \quad B_1^{\text{LR}} = 1.75, \quad B_2^{\text{LR}} = 1.16, \quad B_1^{\text{SLL}} = 0.80, \quad B_2^{\text{SLL}} = 0.71 \quad (\text{A.10})$$

dla $\mu_b = 4.6 \text{ GeV}$. Daje to

$$P_1^{\text{LR}} = -2.03, \quad P_2^{\text{LR}} = 2.56, \quad P_1^{\text{SLL}} = -1.06, \quad P_2^{\text{SLL}} = -2.05. \quad (\text{A.11})$$

μ_{NP}	$\mu_b = 4.2 \text{ GeV}$			$\mu_L = 2 \text{ GeV}$		
	μ_t	500 GeV	1 TeV	μ_t	500 GeV	1 TeV
$[\eta]_{\text{VLL}}$	0.838	0.809	0.793	0.787	0.759	0.744
$[\eta_{11}]_{\text{LR}}$	0.919	0.907	0.902	0.906	0.900	0.898
$[\eta_{12}]_{\text{LR}}$	-0.043	-0.054	-0.060	-0.089	-0.107	-0.118
$[\eta_{21}]_{\text{LR}}$	-0.919	-1.190	-1.360	-1.548	-1.923	-2.159
$[\eta_{22}]_{\text{LR}}$	2.303	2.701	2.951	3.227	3.785	4.136
$[\eta_{11}]_{\text{SLL}}$	1.676	1.846	1.949	2.063	2.272	2.398
$[\eta_{12}]_{\text{SLL}}$	2.049	2.470	2.715	2.970	3.441	3.717
$[\eta_{21}]_{\text{SLL}}$	-0.007	-0.008	-0.009	-0.009	-0.011	-0.012
$[\eta_{22}]_{\text{SLL}}$	0.540	0.480	0.449	0.414	0.366	0.341

Tablica A.1: Wartości liczbowe dla czynników η dla $B_{s,d}^0-\bar{B}_{s,d}^0$ i $K^0-\bar{K}^0$ dla $\alpha_s^{(5)}(M_Z) = 0.118$ i różnych wartości skal μ_{NP} przy których efekty „nowej fizyki” są odcałkowane.

Korzystając z (A.2), i przyjmując $\hat{B}_{B_s} = 1.3$, otrzymujemy

$$4\bar{P}_1^{LR} = -2.84, \quad 4\bar{P}_2^{LR} = 3.58, \quad 4\bar{P}_1^{SLL} = -1.48, \quad 4\bar{P}_2^{SLL} = -2.86. \quad (\text{A.12})$$

Wartości liczbowe czynników NLO QCD η_{ij} i η_{ij} dla różnych skal, przy których generowane są nowe operatory (skala oznaczana przez μ_{NP}), zebrane są w tabeli (A.1). Pierwsze trzy jej kolumny odpowiadają ewolucji do skali $\mu = 4.2 \text{ GeV}$, odpowiedniej dla obliczenia amplitudy mieszania $B_d^0-\bar{B}_d^0$ i $B_s^0-\bar{B}_s^0$. Ostatnie trzy kolumny odpowiadają ewolucji do skali $\mu \sim 2 \text{ GeV}$, odpowiedniej dla amplitudy $K^0-\bar{K}^0$.

Dodatek B

Wkłady diagramów pudełkowych

Poniżej przedstawione są wkłady diagramów pudełkowych do procesów o $\Delta F = 2$. Ze współczynnikami Wilsona C_i hamiltonianu (3.31) są one związane poprzez

$$B_i = G_F^2 M_W^2 (V^{tb*} V^{ts})^2 C_i(M_{SUSY}) \quad (\text{B.1})$$

Wkłady diagramów z wymianą naładowanego bozonu Higgsa i kwarku top

(z uwzględnieniem diagramów z $H^\pm W^\mp$ i $G^\pm W^\mp$). W celu uproszczenia notacji przyjmujemy oznaczenia [11] $a_R^{JI1} \equiv [P_{LR}^H]^{JI}$, $a_R^{JI2} \equiv [P_{LR}^G]^{JI}$ i podobnie dla wyrazów RL . ($[P^H]$, $[P^G]$ są zdefiniowane przez (5.44)). Jeżeli argumenty funkcji D_0 i D_2 nie są wypisane jawnie, oznacza to, że są nimi masy ($m_{H_k}^2, m_{H_l}^2, m_{u_M}^2, m_{u_N}^2$), np: $D_2 \equiv D_2(m_{H_k}^2, m_{H_l}^2, m_{u_M}^2, m_{u_N}^2)$ itd.

$$\begin{aligned} (B^{VLL})_{hg} &= \frac{e^2}{2s_W^2} \sum_{M,N=1}^3 a_L^{MI1} a_L^{NJ1*} V^{MJ*} V^{NI} m_{u_M} m_{u_N} D_0(M_W^2, m_{H_1}^2, m_{u_M}^2, m_{u_N}^2) \\ &\quad - \frac{1}{8} \sum_{M,N=1}^3 a_L^{MI1} a_L^{NI1} a_L^{MJ1*} a_L^{NJ1*} D_2(m_{H_1}^2, m_{H_1}^2, m_{u_M}^2, m_{u_N}^2) \\ &\quad - \frac{1}{4} \sum_{M,N=1}^3 a_L^{MI1} a_L^{NI2} a_L^{MJ2*} a_L^{NJ1*} D_2(M_W^2, m_{H_1}^2, m_{u_M}^2, m_{u_N}^2) \\ (B^{VRR})_{hg} &= -\frac{1}{8} \sum_{k,l=1}^2 \sum_{M,N=1}^3 a_R^{MIk} a_R^{NIl} a_R^{NJk*} a_R^{MJl*} D_2 \\ (B_1^{SLL})_{hg} &= -\frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^2 \sum_{M,N=1}^3 m_{u_M} m_{u_N} a_L^{MIk} a_L^{NIl} a_R^{MJl*} a_R^{NJk*} D_0 \\ (B_2^{SLL})_{hg} &= 0 \end{aligned}$$

DODATEK B. WKŁADY DIAGRAMÓW PUDEŁKOWYCH

$$\begin{aligned}
(B_1^{SRR})_{hg} &= -\frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^2 \sum_{M,N=1}^3 m_{u_M} m_{u_N} a_R^{MIk} a_R^{NIl} a_L^{MJl^*} a_L^{NJk^*} D_0 \\
(B_2^{SRR})_{hg} &= 0 \\
(B_1^{LR})_{hg} &= -\frac{1}{4} \sum_{k,l=1}^2 \sum_{M,N=1}^3 a_L^{MIk} a_R^{NIl} a_L^{MJl^*} a_R^{NJk^*} D_2 \\
(B_2^{LR})_{hg} &= \frac{e^2}{2s_W^2} \sum_{k=1}^2 \sum_{M,N=1}^3 a_R^{MIk} a_R^{NJk^*} V^{MJ^*} V^{NI} D_2(M_W^2, m_{H_k^+}^2, m_{u_M}^2, m_{u_N}^2) \\
&\quad - \sum_{k,l=1}^2 \sum_{M,N=1}^3 m_{u_M} m_{u_N} a_L^{MIk} a_R^{NIl} a_R^{MJl^*} a_L^{NJk^*} D_0
\end{aligned} \tag{B.2}$$

Wkłady diagramów z wymianą chargin i skwarków górnych

Argumentami funkcji D_0 , D_2 są teraz masy $(m_{C_m}^2, m_{C_n}^2, m_{U_k}^2, m_{U_l}^2)$. Wierzchołki V_{\dots} występujące w poniższych wyrażeniach podane są w pracy [16].

$$\begin{aligned}
(B^{VLL})_C &= -\frac{1}{8} \sum_{k,l=1}^6 \sum_{m,n=1}^2 V_{dUC}^{LIkm} V_{dUC}^{LIln} V_{dUC}^{LJkn^*} V_{dUC}^{LJlm^*} D_2 \\
(B^{VRR})_C &= -\frac{1}{8} \sum_{k,l=1}^6 \sum_{m,n=1}^2 V_{dUC}^{RIkm} V_{dUC}^{RIln} V_{dUC}^{RJkn^*} V_{dUC}^{RJlm^*} D_2 \\
(B_1^{SLL})_C &= \frac{1}{4} \sum_{k,l=1}^6 \sum_{m,n=1}^2 V_{dUC}^{LIkm} V_{dUC}^{LIln} V_{dUC}^{RJkn^*} V_{dUC}^{RJlm^*} m_{C_m} m_{C_n} D_0 \\
(B_2^{SLL})_C &= -\frac{1}{16} \sum_{k,l=1}^6 \sum_{m,n=1}^2 V_{dUC}^{LIkm} V_{dUC}^{LIln} V_{dUC}^{RJkn^*} V_{dUC}^{RJlm^*} m_{C_m} m_{C_n} D_0 \\
(B_1^{SRR})_C &= \frac{1}{4} \sum_{k,l=1}^6 \sum_{m,n=1}^2 V_{dUC}^{RIkm} V_{dUC}^{RIln} V_{dUC}^{LJkn^*} V_{dUC}^{LJlm^*} m_{C_m} m_{C_n} D_0 \\
(B_2^{SRR})_C &= \frac{1}{16} \sum_{k,l=1}^6 \sum_{m,n=1}^2 V_{dUC}^{RIkm} V_{dUC}^{RIln} V_{dUC}^{LJkn^*} V_{dUC}^{LJlm^*} m_{C_m} m_{C_n} D_0 \\
(B_1^{LR})_C &= \frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^6 \sum_{m,n=1}^2 V_{dUC}^{LIkm} V_{dUC}^{RIln} V_{dUC}^{LJkn^*} V_{dUC}^{RJlm^*} m_{C_m} m_{C_n} D_0 \\
(B_2^{LR})_C &= \frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^6 \sum_{m,n=1}^2 V_{dUC}^{LIkm} V_{dUC}^{RIln} V_{dUC}^{LJlm^*} V_{dUC}^{RJkn^*} D_2
\end{aligned} \tag{B.3}$$

Dodatek C

Efektywne wierzchołki zmieniające zapach

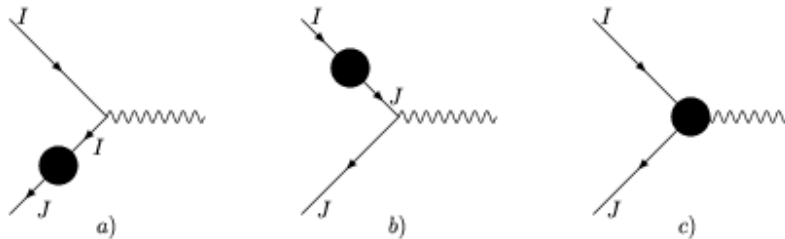
W tym dodatku naszkicujemy wyprowadzenie wzorów na wkład energii własnych kwarków na liniach zewnętrznych do pełnych formfaktorów.

C.1 Efektywne wierzchołki $\widehat{F}_{L,R}^V$

Przyczynki energii własnych do efektywnych zmieniających zapach wierzchołków kwark dolny-kwark dolny-bozon Z^0 uwzględnia się obliczając wyrażenie odpowiadające sumie diagramów z Rys.C.1a) i b):

$$i\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{ie}{2s_W c_W} \bar{d}_J \left[(-i\Sigma^{JI}(-\not{p}_J)) \frac{i}{-\not{p}_J - m_I} \gamma^\mu (c_L P_L + c_R P_R) + \gamma^\mu (c_L P_L + c_R P_R) \frac{i}{\not{p}_I - m_J} (-i\Sigma^{JI}(\not{p}_I)) \right] d_I Z_\mu^0, \quad (\text{C.1})$$

gdzie $c_L = 1 - \frac{2}{3}s_W^2$ i $c_R = -\frac{2}{3}s_W^2$ (sprzężenie drzewowe kwarków dolnych do bozonu Z^0 ma postać $\frac{ie}{2s_W c_W} \gamma^\mu (c_L P_L + c_R P_R)$ — patrz wzór (2.17)).



Rysunek C.1: Diagramy dające wkład do pełnych formfaktorów $\widehat{F}_{L,R}^V$.

Macierzową energię własną Σ^{JI} można rozłożyć na cztery funkcje skalarne:

$$\Sigma^{JI}(\not{p}) = -i \left(\Sigma_{VL}(p^2) \not{p} P_L + \Sigma_{VR}(p^2) \not{p} P_R + \Sigma_{SL}(p^2) P_L + \Sigma_{SR}(p^2) P_R \right)^{JI} \quad (C.2)$$

Po wstawieniu (C.2) do (C.1), i zastosowaniu przybliżenia $\Sigma^{JI}(p^2) = \Sigma^{JI}(0)$, skracają się wszystkie funkcje $\Sigma_{SL,SR}$ i otrzymujemy

$$i\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{ie}{2s_W c_W} \left(\frac{1}{m_I^2 - m_J^2} \right) \bar{d}_J \left[(m_J \Sigma_{VL}^{JI} P_L + m_J \Sigma_{VR}^{JI} P_R) (\not{p}_J - m_I) \gamma^\mu (c_L P_L + c_R P_R) \right. \\ \left. + \gamma^\mu (c_L P_L + c_R P_R) (\not{p}_I + m_J) (m_I \Sigma_{VL}^{JI} P_R + m_I \Sigma_{VR}^{JI} P_L) \right] d_I Z_\mu^0.$$

Na powłoce masy, tj. dla $\not{p}_J d_J = m_J d_J$, daje to

$$i\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{ie}{2s_W c_W} \left(\frac{1}{m_I^2 - m_J^2} \right) Z_\mu^0 \bar{d}_J \quad (C.3) \\ \times \left[\left(-m_J^2 \Sigma_{VL}^{JI} P_R - m_J^2 \Sigma_{VR}^{JI} P_L - m_J m_I \Sigma_{VL}^{JI} P_L - m_J m_I \Sigma_{VR}^{JI} P_R \right) \gamma^\mu (c_L P_L + c_R P_R) \right. \\ \left. + \gamma^\mu (c_L P_L + c_R P_R) \left(m_I^2 \Sigma_{VL}^{JI} P_L + m_I^2 \Sigma_{VR}^{JI} P_R + m_J m_I \Sigma_{VL}^{JI} P_R + m_J m_I \Sigma_{VR}^{JI} P_L \right) \right] d_I.$$

Po wykorzystaniu tożsamości $(\Sigma_{VL}^{JI} P_L + \Sigma_{VR}^{JI} P_R) \gamma^\mu = \gamma^\mu (\Sigma_{VL}^{JI} P_R + \Sigma_{VR}^{JI} P_L)$ czynniki przy wektorowych energiach własnych zbijają się w czynnik skracający $1/(m_I^2 - m_J^2)$ w (C.3). Ostatecznie, zsumowany wkład diagramów C.1 a) i b) do neutralnych prądów wektorowych nie zależy więc od skalarnych części energii własnych i ma postać

$$\frac{ie}{2s_W c_W} \bar{d}_J \left[\Sigma_{VL}^{JI} c_L \gamma^\mu P_L + \Sigma_{VR}^{JI} c_R \gamma^\mu P_R \right] d_I. \quad (C.4)$$

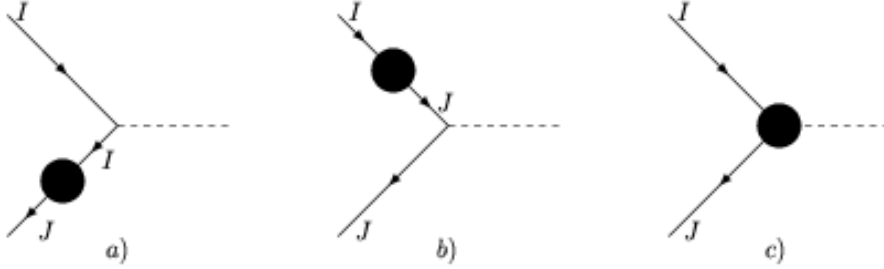
Po dodaniu wkładu poprawki wierzchołkowej (diagram Rys.C.1c), pełne formaktory (2.33), (4.28), (4.29) itd. dane są więc wzorem

$$\widehat{F}_{L,R}^V = F_{L,R}^V + \frac{e}{2s_W c_W} c_{L,R} \Sigma_{L,R}^V(0), \quad (C.5)$$

gdzie $F_{L,R}^V$ oznaczają nieredukowalne poprawki wierzchołkowe.

C.2 Efektywne wierzchołki $\widehat{F}_{L,R}^S$

Drzewowe sprzężenie neutralnego bozonu Higgsa do kwarków dolnych nie prowadzi do zmiany zapachu i w MSSM ma postać $-i \frac{m_d}{v_d} Z_R^{1j}$, gdzie $j = 1, 2$ dla H^0, h^0 . Uwzględnienie wkładów energii własnych w efektywnych zmieniających zapach sprzężeniach kwarków dolnych do neutralnych skalarów i pseudoskalarów przebiega analogicznie, jak w przypadku sprzężeń z bozonem Z^0 omówionych powyżej. Zsumowany wkład diagramów z Rys.C.2a) i b), opisujący przyczynki energii własnych do tych sprzężeń, ma postać



Rysunek C.2: Diagramy dające wkład do pełnych formfaktorów $\widehat{F}_{L,R}^{S,P}$.

$$i\mathcal{L}_{\text{eff}} = (-i) \left(\frac{Z_R^{1j}}{v_d} \right) \bar{d}_J \left[\left(-i\Sigma_J^{JI}(-\not{p}_J) \right) \frac{i}{-\not{p}_J - m_I} m_I \right. \\ \left. + m_J \frac{i}{\not{p}_I - m_J} \left(-i\Sigma_I^{JI}(\not{p}_I) \right) \right] d_I H_j^0. \quad (\text{C.6})$$

Po prostych przekształceniach otrzymuje się

$$i\mathcal{L}_{\text{eff}} = -i \left(\frac{Z_R^{1j}}{v_d} \right) \left(\frac{1}{m_I^2 - m_J^2} \right) \bar{d}_J \left[m_I \Sigma_I^{JI}(-\not{p}_J)(\not{p}_J - m_I) \right. \\ \left. + m_J(\not{p}_I - m_J) \Sigma_I^{JI}(\not{p}_I) \right] d_I H_j^0. \quad (\text{C.7})$$

Po rozpisaniu energii własnej jak we wzorze (C.2) całe wyrażenie na wkład energii własnej rozdziela się na część skalarną i wektorową. Łatwo sprawdzić, że w przybliżeniu $\Sigma(p^2) \approx \Sigma(0)$ wektorowe części energii własnych się skrócą, a współczynniki przy skalarnych energiach własnych skrócą czynnik $1/(m_I^2 - m_J^2)$. Ostatecznie otrzymuje się więc, iż wkład diagramów a) i b) z rysunku Rys.C.2 wyraża się wzorem

$$i \left(\frac{Z_R^{1j}}{v_d} \right) \bar{d}_J \left(\Sigma_{SL}^{JI} P_L + \Sigma_{SR}^{JI} P_R \right) d_I H_j^0. \quad (\text{C.8})$$

Pełne formafaktory skalarne (po dodaniu poprawki wierzchołkowej $F_{L,R}^S$ z diagramu Rys.C.2 c)) dla skalarów H_j^0 (gdzie $k = 1, 2$) mają więc postać

$$\widehat{F}_{L,R}^S = F_{L,R}^S - \frac{Z_R^{1j}}{v_d} \Sigma_{L,R}^S(0) \quad (\text{C.9})$$

C.3 Efektywne wierzchołki $\widehat{F}_{L,R}^P$

Drzewowe sprzężenie pseudoskalarne bozonu Higgsa do kwarków dolnych w MSSM ma postać $-\frac{m_d}{v_d} Z_H^{1j} \gamma^5$. Wkład diagramów z energiami własnymi, Rys.C.2 a), b), do efektywnego sprzężenia kwarków dolnych do pseudoskalarne bozonu Higgsa H_{j+2}^0 , $j = 1, 2$

dla A^0 i G^0 , ma więc postać

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{Z_H^{1j}}{v_d} \right) \bar{d}_J \left[\left(-i \Sigma_J^{JI}(-\not{p}_J) \right) \frac{i}{-\not{p}_J - m_I} m_I \gamma^5 \right. \\
 & \quad \left. + m_J \gamma^5 \frac{i}{\not{p}_I - m_J} \left(-i \Sigma_I^{JI}(\not{p}_I) \right) \right] d_I A_{j+2}^0. \tag{C.10}
 \end{aligned}$$

Postępując tak, jak w poprzednich dwu przypadkach znajdujemy ostatecznie

$$\left(\frac{Z_H^{1j}}{v_d} \right) \bar{d}_J \gamma^5 \left(\Sigma_{SL}^{JI} P_L + \Sigma_{SR}^{JI} P_R \right) d_I H_{j+2}^0. \tag{C.11}$$

Pełne formafaktory pseudoskalarne (po dodaniu poprawki wierzchołkowej $F_{L,R}^P$ z diagramu Rys.C.2 c)) dla skalarów H_{j+2}^0 (gdzie $k = 1, 2$) przyjmują postać

$$\hat{F}_L^P = F_L^P + \frac{Z_H^{1j}}{v_d} \Sigma_L^P(0), \quad \hat{F}_R^P = F_R^P - \frac{Z_H^{1j}}{v_d} \Sigma_R^S(0). \tag{C.12}$$

Dodatek D

Wkłady diagramów z charginami i stopami do wektorowych FCNC

Wierzchołki stojące w poniższych wyrażeniach podane są w pracy [16]. Wkład od diagramu *a*) z Rys.4.8 do formfaktorów $F_{L,R}^V$ zdefiniowanych w (2.32) wynosi:

$$F_L^V = \frac{-e}{4s_W c_W} V_{UUZ^0}^{lm} V_{L,dUc}^{Inm} V_{L,dUc}^{Jnl*} \left[-\frac{1}{2} + B_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2) + M_{U_m}^2 C_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2, M_{U_m}^2) \right] \quad (\text{D.1})$$

$$F_R^V = \frac{-e}{4s_W c_W} V_{UUZ^0}^{lm} V_{R,dUc}^{Inm} V_{R,dUc}^{Jnl*} \left[-\frac{1}{2} + B_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2) + M_{U_m}^2 C_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2, M_{U_m}^2) \right] \quad (\text{D.2})$$

Wkład od diagramu *b*) z Rys.4.8:

$$F_L^V = \frac{-e}{2s_W c_W} V_{L,ccZ^0}^{ml} V_{L,dUc}^{Imn} V_{L,dUc}^{Jln*} \left[\frac{1}{2} + B_0(m_{C_l}^2, M_{U_n}^2) + m_{C_m}^2 C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \right] \\ + \frac{e}{s_W c_W} V_{R,ccZ^0}^{ml} V_{L,dUc}^{Jln*} V_{L,dUc}^{Imn} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \quad (\text{D.3})$$

$$F_R^V = \frac{-e}{2s_W c_W} V_{R,ccZ^0}^{ml} V_{R,dUc}^{Imn} V_{R,dUc}^{Jln*} \left[\frac{1}{2} + B_0(m_{C_l}^2, M_{U_n}^2) + m_{C_m}^2 C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \right] \\ + \frac{e}{s_W c_W} V_{L,ccZ^0}^{ml} V_{R,dUc}^{Jln*} V_{R,dUc}^{Imn} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \quad (\text{D.4})$$

Pełne formfaktory $\hat{F}_{L,R}^V$, zdefiniowane wzorem (2.32), wymagają uwzględnienia jeszcze wkładów od energii własnych (Rys.4.8 *c*), jak zostało to omówione w Dodatku C.

$$\Sigma_L^V = \frac{1}{2} V_{L,dUc}^{Jnl*} V_{L,dUc}^{Jnl*} \left[B_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2) + (m_{C_n}^2 - M_{U_l}^2) B'_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2) \right] \quad (\text{D.5})$$

$$\Sigma_R^V = \frac{1}{2} V_{R,dDn}^{Jnl*} V_{R,dDn}^{Jnl*} \left[B_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2) + (m_{C_n}^2 - M_{U_l}^2) B'_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2) \right] \quad (\text{D.6})$$

Dodatek E

Wkłady diagramów z charginami i stopami do skalarnych FCNC

W tym dodatku zebrane są wzory na poszczególne przyczynki do pełnych jednopętlowych formfaktorów (4.49) zmieniających zapach sprzężeń neutralnych bozonów Higgsa do kwarków dolnych w MSSM z minimalnym łamaniem zapachu Wierchołki V_{\dots} występujące w poniższych wyrażeniach podane są w pracy [16].

Jednocząstkowo nieredukowalne wkłady do formfaktorów sprzężeń A^0 i G^0

$$F_L^{ccU} = \frac{-e}{2s_W\sqrt{2}} V_{ccH_0^{k+2}}^{lmk*} V_{L,dUc}^{Inm} V_{R,dUc}^{Jnl*} \left[B_0(m_{C_l}^2, M_{U_n}^2) + m_{C_m}^2 C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \right] + \frac{e}{2s_W\sqrt{2}} V_{ccH_0^{k+2}}^{lmk} V_{R,dUc}^{Jnl*} V_{L,dUc}^{Inm} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \quad (\text{E.1})$$

$$F_R^{ccU} = \frac{+e}{2s_W\sqrt{2}} V_{ccH_0^{k+2}}^{lmk} V_{R,dUc}^{Inm} V_{L,dUc}^{Jnl*} \left[B_0(m_{C_l}^2, M_{U_n}^2) + m_{C_m}^2 C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \right] - \frac{e}{2s_W\sqrt{2}} V_{ccH_0^{k+2}}^{lmk*} V_{L,dUc}^{Jnl*} V_{R,dUc}^{Inm} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \quad (\text{E.2})$$

$$F_L^{UUc} = -m_{C_n} V_{UUH_0^{k+2}}^{lmk} V_{L,dUc}^{Inm} V_{R,dUc}^{Jnl*} C_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2, M_{U_m}^2) \quad (\text{E.3})$$

$$F_R^{UUc} = -m_{C_n} V_{UUH_0^{k+2}}^{lmk} V_{R,dUc}^{Inm} V_{L,dUc}^{Jnl*} C_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2, M_{U_m}^2) \quad (\text{E.4})$$

DODATEK E. WKŁADY DIAGRAMÓW Z CHARGINAMI I STOPAMI DO
SKALARNYCH FCNC

Jednocząstkowo nieredukowalne wkłady do formfaktorów sprzężeń H^0 i h^0

$$F_L^{ccU} = \frac{e}{s_W \sqrt{2}} V_{ccH_0^k}^{lmk*} V_{L,dUc}^{Inm} V_{R,dUc}^{Jnl*} \left[B_0(m_{C_l}^2, M_{U_n}^2) + m_{C_m}^2 C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \right] \\ + \frac{e}{s_W \sqrt{2}} V_{ccH_0^k}^{lmk} V_{R,dUc}^{Jnl*} V_{L,dUc}^{Inm} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \quad (E.5)$$

$$F_R^{ccU} = \frac{e}{s_W \sqrt{2}} V_{ccH_0^k}^{lmk} V_{R,dUc}^{Inm} V_{L,dUc}^{Jnl*} \left[B_0(m_{C_l}^2, M_{U_n}^2) + m_{C_m}^2 C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \right] \\ - \frac{e}{s_W \sqrt{2}} V_{ccH_0^k}^{lmk*} V_{L,dUc}^{Jnl*} V_{R,dUc}^{Inm} m_{C_l} m_{C_m} C_0(M_{U_n}^2, m_{C_l}^2, m_{C_m}^2) \quad (E.6)$$

$$F_L^{UUc} = -m_{C_n} V_{UUH_0^k}^{lmk} V_{L,dUc}^{Inm} V_{R,dUc}^{Jnl*} C_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2, M_{U_m}^2) \quad (E.7)$$

$$F_R^{UUc} = -m_{C_n} V_{UUH_0^k}^{lmk} V_{R,dUc}^{Inm} V_{L,dUc}^{Jnl*} C_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2, M_{U_m}^2) \quad (E.8)$$

Skalarne części energii własnych

$$\Sigma_L^c = m_{C_n} V_{L,dUc}^{Inl} V_{R,dUc}^{Jnl*} B_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2) \quad (E.9)$$

$$\Sigma_R^c = m_{C_n} V_{R,dUc}^{Inl} V_{L,dUc}^{Jnl*} B_0(m_{C_n}^2, M_{U_l}^2) \quad (E.10)$$

Pełne formfaktory otrzymuje się wstawiając wzory (E.1)-(E.10) do wzorów (4.50) i (4.51).

Dodatek F

Funkcje pętlowe z zerowymi pędami zewnętrznymi

Zebrane poniżej dwu, trój i czteropunktowe funkcje pętlowe podane zostały w pracy [11]. Trójpunktowe i czteropunktowe funkcje pętlowe definiuje się jako

$$C_{2n}(m_1^2, m_2^2, m_3^2) = - \int \frac{d^4k}{\pi^2} \frac{i k^{2n}}{(k^2 - m_1^2)(k^2 - m_2^2)(k^2 - m_3^2)}, \quad (\text{F.1})$$

$$D_{2n}(m_1^2, m_2^2, m_3^2, m_4^2) = - \int \frac{d^4k}{\pi^2} \frac{i k^{2n}}{(k^2 - m_1^2)(k^2 - m_2^2)(k^2 - m_3^2)(k^2 - m_4^2)}. \quad (\text{F.2})$$

Jawne wyrażenia na C_0 , D_0 i D_2 mają postać:

$$C_0(x, y, z) = - \frac{y}{(x-y)(z-y)} \log \frac{y}{x} - \frac{z}{(x-z)(y-z)} \log \frac{z}{x}, \quad (\text{F.3})$$

$$D_0(x, y, z, t) = - \frac{y}{(y-x)(y-z)(y-t)} \log \frac{y}{x} - \frac{z}{(z-x)(z-y)(z-t)} \log \frac{z}{x} \\ - \frac{t}{(t-x)(t-y)(t-z)} \log \frac{t}{x}, \quad (\text{F.4})$$

$$D_2(x, y, z, t) = - \frac{y^2}{(y-x)(y-z)(y-t)} \log \frac{y}{x} - \frac{z^2}{(z-x)(z-y)(z-t)} \log \frac{z}{x} \\ - \frac{t^2}{(t-x)(t-y)(t-z)} \log \frac{t}{x}. \quad (\text{F.5})$$

Dwupunktowa funkcja pętlowa B_0 przy $s = 0$ ma postać ($\Delta = \frac{2}{4-d} - \log 4\pi\gamma_E + 1$):

$$B_0(0, x, y) = \Delta - \frac{x}{x-y} \log \frac{x}{\mu^2} - \frac{y}{y-x} \log \frac{y}{\mu^2}. \quad (\text{F.6})$$

Funkcja H_2 występująca m.in. we wzorach (6.8), (6.9) wiąże się z funkcją C_0 poprzez

$$H_2(x, y) = m^2 C_0(m^2, xm^2, ym^2) \equiv C_0(1, x, y). \quad (\text{F.7})$$

Bibliografia

- [1] M. Alam, i in. *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2885 (Kolaboracja CLEO).
- [2] B. Aubert, i in. (Kolaboracja BaBar) preprint SLAC-PUB-10086, (BABAR-PUB-03-17), hep-ex/0309025.
- [3] B. Aubert, i in. (Kolaboracja BaBar), wystąpienie na *31st International Conference on High Energy Physics* (ICHEP 2002), Amsterdam, Holandia (2002), preprint SLAC-PUB-9297, (BABAR-CONF-02-16), hep-ex/0207070.
- [4] K. Abe, i in. (Kolaboracja BELLE), wystąpienie na *31st International Conference on High Energy Physics* (ICHEP 2002), Amsterdam, Holandia (2002), preprint BELLE-CONF-0201, hep-ex/0207098.
- [5] M. Nakao (Kolaboracja BELLE) wystąpienie na konferencji *XXI Int. Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies*, Fermilab, USA (2003), http://conferences.fnal.gov/lp2003/program/S7/nakao_s07.pdf.
- [6] S. Bertolini, J. O. Eeg, M. Fabbrichesi *Phys. Rev.* **D63** (2001) 056009.
- [7] E. Gildener, S. Weinberg *Phys. Rev.* **D13** (1976) 3333.
- [8] P. Chankowski, Ł. Śławianowska *Phys. Rev.* **D63** (2001) 054012.
- [9] A. Buras, P. Chankowski, J. Rosiek, Ł. Śławianowska *Nucl. Phys.* **B619** (2001) 434.
- [10] A. Buras, P. Chankowski, J. Rosiek, Ł. Śławianowska *Phys. Lett.* **B546** (2002) 96.
- [11] A. Buras, P. Chankowski, J. Rosiek, Ł. Śławianowska *Nucl. Phys.* **B659** (2003) 3.
- [12] P. H. Chankowski, Ł. Śławianowska *Acta Phys. Polon.* **B32** (2001) 1895.
- [13] P. Chankowski, J. Rosiek *Acta. Phys. Pol.* **B33** (2002) 2329.
- [14] P. H. Chankowski, Ł. Śławianowska *Acta Phys. Polon.* **B34** (2003) 4419.
- [15] S. Pokorski *Gauge Field Theories*, Cambridge University Press (2000), wydanie drugie rozszerzone.

-
- [16] J. Rosiek *Phys. Rev.* **D41** (1990) 3464.
- [17] J. Polchinski *String theory*, t.I i II, Cambridge University Press (1998).
- [18] K. Hagiwara, i in. *Phys. Rev.* **D66** (2002) 010001 (Particle Data Group).
- [19] G. Isidori, A. Retico *JHEP* (2002) 063.
- [20] M. K. Gaillard, B. W. Lee *Phys. Rev.* **D10** (1974) 897.
- [21] A. Buras *Probing the Standard Model of Particle Interactions* (1998).
- [22] B. Grzadkowski, P. Krawczyk *Z. Phys.* **C18** (1983) 43.
- [23] A. Buras, S. Jäger, J. Urban *Nucl. Phys.* **B** (2001) 600.
- [24] M. Misiak *Efekty oddziaływań silnych w procesach elektroślabych zmieniających zapach*, praca doktorska, Instytut Fizyki Teoretycznej (1992).
- [25] *The CKM Matrix and The Unitarity Triangle*, CERN Yellow Report CERN-2003-002-corr, pod red. M. Battaglia, A. J. Burasa, P. Gambino i A. Stocchi, hep-ph/0304132.
- [26] D. Becirevic, V. Gimenez, G. Martinelli, M. Papinutto, J. Reyes *JHEP* **04** (2002) 025.
- [27] A. Ali, A. Y. Parkhomenko *Eur. Phys. J.* **C23** (2002) 89.
- [28] M. Ciuchini, G. Degrassi, P. Gambino, G.-F. Giudice *Nucl. Phys.* **B534** (1998) 3.
- [29] A. Brignole, F. Feruglio, F. Zwirner *Z. Phys* **C71** (1996) 679.
- [30] L. Wolfenstein *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1945.
- [31] B. Aubert, i in. *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 281802.
- [32] K. Abe, i in. *Phys. Rev.* **D66** (2002) 071102.
- [33] S. Herrlich, U. Nierste *Nucl. Phys.* **B419** (1994) 292.
- [34] J. Urban, F. Krauss, U. Jentschura, G. Soff *Nucl. Phys.* **B523** (1998) 40.
- [35] A. Buras, M. Jamin, P. Weisz *Nucl. Phys.* **B347** (1990) 491.
- [36] A. Stocchi *CKM and CP violation*, wykład na szkole *Particles physics and cosmology: the Interface*, Cargese (2003).
- [37] A. Ali, D. London *Eur. Phys. J.* **C9** (1999) 687.

BIBLIOGRAFIA

- [38] A. Ali, D. London *Phys. Rep.* **320** (1999) 79.
- [39] A. Ali, D. London *Eur. Phys. J.* **C18** (2001) 665.
- [40] M. Ciuchini, G. D'Agostini, E. Franco, V. Lubicz, G. Martinelli, F. Parodi, P. Roudeau, A. Stocchi *JHEP* **07** (2001) 013.
- [41] M. Ciuchini, E. Franco, G. Martinelli, M. Pierini, L. Silvestrini *Phys. Lett.* **B515** (2001) 33.
- [42] A. Buras, R. Buras *Phys. Lett.* **B501** (2001) 223.
- [43] A. Buras, R. Fleischer *Phys. Rev.* **D64** (2001) 115010.
- [44] L. Girardello, M. Grisaru *Nucl.Phys.* **B194** (1982) 65.
- [45] H. P. Nilles *Phys. Lett.* **B115** (1982) 193.
- [46] S. Weinberg *Teoria pól kwantowych, t.III Supersymetria*, PWN, Warszawa (2002).
- [47] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, E. Katz, A. E. Nelson *JHEP* **07** (2002) 034.
- [48] M. Schmaltz Wystąpienie plenarne na konferencji *31st International Conference on High Energy Physics* (ICHEP 2002), Amsterdam, Holandia (2002).
- [49] P. Chankowski, S. Pokorski W *Perspectives on supersymmetry*, pod red. G.Kane, World Scientific, Singapur (1997).
- [50] G. Altarelli, F. Caravaglios *Cambridge Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol.* **14** (2000) 398.
- [51] J. Wess, J. Bagger *Supersymmetry and supergravity*, University Princeton (1992).
- [52] H.-P. Nilles *Phys. Rept.* **110** (1984) 1.
- [53] S. Dimopoulos, H. Georgi *Nucl. Phys.* **B193** (1981) 150.
- [54] J. F. Gunion, H. E. Haber, G. L. Kane, S. Dawson (1989) *The Higgs Hunter's Guide*, preprint SCIPP-89/13.
- [55] Y. Okada, M. Yamaguchi, T. Yanagida *Prog. Theor. Phys.* **85** (1991) 1.
- [56] H. E. Haber, R. Hempfling *Phys. Rev. Lett.* **66** (1991) 1815.
- [57] R. Barbieri, M. Frigeni, F. Caravaglios *Phys. Lett.* **B258** (1991) 167.
- [58] P. H. Chankowski, S. Pokorski, J. Rosiek *Phys. Lett.* **B274** (1992) 191.

-
- [59] J. R. Ellis, G. Ridolfi, F. Zwirner *Phys. Lett.* **B257** (1991) 83.
- [60] F. Gabbiani, E. Gabrielli, A. Masiero, L. Silvestrini *Nucl. Phys.* **B477** (1996) 321.
- [61] M. Misiak, S. Pokorski, J. Rosiek W *Heavy Flavours II*, (Adv.Ser.Direct.High Energy Phys.), pod red. A. J. Burasa i M. Lindnera, World Scientific, Singapur (1998).
- [62] S. Pokorski, J. Rosiek, C. A. Savoy *Nucl. Phys.* **B570** (2000) 81.
- [63] G.-F. Giudice, R. Rattazzi *Phys. Rept.* **322** (1999) 419.
- [64] J. Hewett, S. Nandi, T. Rizzo *Phys. Rev.* **D39** (1989) 250.
- [65] A. J. Buras, M. Misiak, M. Münz, S. Pokorski *Nucl. Phys.* **B424** (1994) 374.
- [66] P. Gambino, M. Misiak *Nucl. Phys.* **B611** (2001) 338.
- [67] F. Borzumati, C. Greub, T. Hurth, D. Wyler *Phys. Rev.* **D62** (2000) 075005.
- [68] J. Kalinowski, W. Skiba *Nucl. Phys.* **B404** (1993) 3.
- [69] U. Nierste, H. Logan *Nucl Phys.* **B586** (2000) 39.
- [70] P. H. Chankowski, M. Krawczyk, J. Żochowski *Eur. Phys. J.* **C11** (1999) 661.
- [71] P. Chankowski, S. Pokorski *Nucl. Phys.* **B475** (1996) 3.
- [72] C. Jessop Preprint SLAC-PUB-9610.
- [73] M. Carena, D. Garcia, U. Nierste, C. Wagner *Phys. Lett.* **B499** (2001) 141.
- [74] G. Isidori, A. Retico *JHEP* (2001) 001.
- [75] B. Aubert, i in. (Kolaboracja BaBar), preprint SLAC-PUB-93-13, hep-ex/0207083.
- [76] M. Carena, M. Olechowski, S. Pokorski, C. E. M. Wagner *Nucl. Phys.* **B426** (1994) 269.
- [77] T. Appelquist, J. Carazzone *Phys. Rev.* **D11** (1975) 2856.
- [78] T. Blažek, S. Raby, S. Pokorski *Phys. Rev.* **D52** 4151.
- [79] K. Babu, C. Kolda *Phys. Rev. Lett.* (2000) 228.
- [80] K. Babu, C. Kolda *Phys. Lett.* **B451** (1999) 77.
- [81] J. Guasch, W. Hollik, S. Penaranda *Phys. Lett.* **B515** (2001) 367.

BIBLIOGRAFIA

- [82] G. D'Ambrosio, G.-F. Giudice, G. Isidori, A. Strumia *Nucl. Phys.* **B645** (2002) 155.
- [83] P. Chankowski, J. Ellis, M. Olechowski, S. Pokorski *Phys. Lett.* **B214** (1988) 393.
- [84] M. Misiak *Nucl. Phys.* **B393** (1993) 23.
- [85] A. J. Buras, M. Münz *Phys. Rev.* **D52** (1995) 186.
- [86] G. Hiller, F. Krüger (2003) preprint TUM-HEP-519/03, hep-ph/0310219.
- [87] G. Buchalla, A. J. Buras *Nucl. Phys.* **B400** (1993) 225.
- [88] Ł. Ślawianowska *Rozpad neutralnych mezonów B^0 na naładowane leptony w minimalnym modelu supersymetrycznym*, praca magisterska, Instytut Fizyki Teoretycznej (2000).
- [89] C. Bobeth, T. Ewerth, F. Krüger, J. Urban *Phys. Rev.* **D64** (2001) 074014.
- [90] P. H. Chankowski, Ł. Ślawianowska (2003) hep-ph/0308032, *Eur. Phys. Jour.* **C** w druku.
- [91] Z. Xiong, J. Yang *Nucl. Phys.* **B628** (2002) 193.
- [92] Y. Wang, D. Atwood *Phys. Rev.* **D68** (2003) 094016.
- [93] G. Buchalla, G. Isidori, S.-J. Rey *Nucl. Phys.* **B511** (1998) 594.
- [94] A. Ali, G. Hiller, L. Handoko, T. Morozumi *Phys. Rev.* **D55** (1997) 4105.
- [95] G. Buchalla, G. Isidori *Nucl. Phys.* **B525** (1998) 333.
- [96] A. Ali, E. Lunghi, C. Greub, G. Hiller *Phys. Rev.* **D** (2002) 034002.
- [97] C. Bobeth, M. Misiak, J. Urban *Nucl. Phys.* **B574** (2000) 291.
- [98] H. Asatrian, H. Asatrian, C. Greub, M. Walker *Phys. Lett.* **B507** (2001) 162.
- [99] A. Ghinculov, T. Hurth, G. Isidori, Y. Yao *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* (2003) 284.
- [100] A. Ghinculov, T. Hurth, G. Isidori, Y. P. Yao (2003) preprint CERN-TH/2003-132, hep-ph/0312128.
- [101] P. Gambino, M. Gorbahn, U. Haisch *Nucl. Phys.* **B673** (2003) 238.
- [102] C. Bobeth, P. Gambino, M. Gorbahn, U. Haisch (2003) hep-ph/0312090.
- [103] J. Kaneko, i in. *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 021801 (Kolaboracja BELLE).

- [104] M. Nakao Komunikat na *Workshop on the CKM Unitarity Triangle*, IPPP Durham, Anglia (2003), hep-ex/0307031.
- [105] K. Abe, i in. *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 021801 (Kolaboracja BELLE).
- [106] A. Ali, P. Ball, L. Handoko, G. Hiller *Phys. Rev.* **D61** (2000) 074024.
- [107] R. Barbieri, G.-F. Giudice *Phys. Lett.* **B309** (1993) 86.
- [108] A. Dedes *Mod. Phys. Lett.* **A18** (2003) 2627.
- [109] M. Ciuchini *JHEP* **9810** (1998) 008.
- [110] C. R. Allton, i in. *Phys. Lett.* **B453** (1999) 30.
- [111] J. Bagger, K. Matchev, R. Zhang *Phys. Lett.* **B412** (1997).
- [112] J. Flynn, C.-J. Lin Wystąpienie na konferencji *UK Phenomenology Workshop on Heavy Flavor and CP Violation*, Durham, Anglia (2000).