OPTYKA GEOMETRYCZNA

Krótkie wprowadzenie i doświadczenia

① Współczynnik załamania światła

prędkość światła w próżni = $c = 3\cdot 10^8 \frac{m}{s}$

Prędkość światła w ośrodku jest mniejsza:

• jeżeli w jednorodnym ośrodku światło przebędzie w czasie t drogę $l_1 = vt$ to droga jaką w tym samym czasie przebyłoby w próżni wynosi

$$l = ct = \frac{c}{v} l_1 = n l_1$$

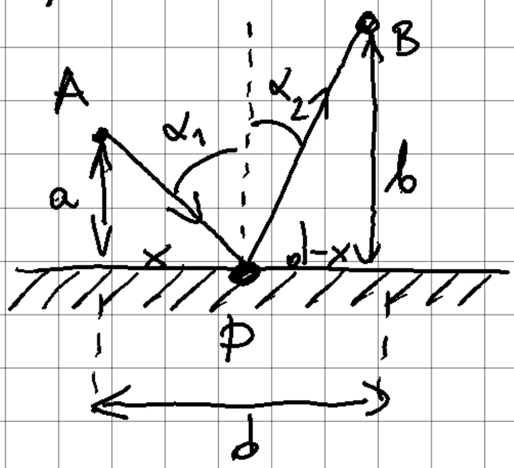
$n = \frac{c}{v} \geq 1$ – współczynnik załamania

a iloczyn n i drogi geometrycznej l_1 przebytej przez światło $n l_1$ to droga optyczna.

② Zasada Fermata

Promień świetlny biegnący z jednego punktu do drugiego przebywa drogę, która ekstremalizuje czas potrzebny na jej przebycie (minimalizuje lub maksymalizuje).

1°) Odbicie światła



Całkowita długość drogi promienia biegnącego od A przez P do B wynosi

$$l = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$$

x – zależy od położenia punktu P.

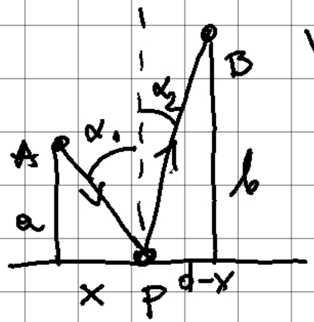
Położenia punktu P wybieramy tak, aby czas przebycia trasy APB był najkrótszy, czyli $\frac{dl}{dx} = 0$!

czyli

$$\frac{dl}{dx} = \frac{1}{2}\left(a^2+x^2\right)^{-\frac{1}{2}} 2x + \frac{1}{2}\left(b^2+(d-x)^2\right)^{-\frac{1}{2}} 2(d-x)(-1) = 0$$

czyli

$$\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}$$



$$\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} = \sin\alpha_1$$

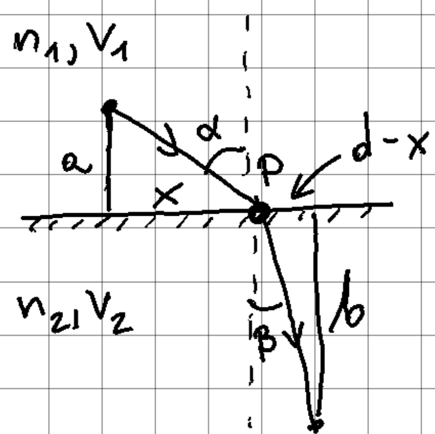
$$\frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}} = \sin\alpha_2$$

kąt padania

czyli $\sin\alpha_1 = \sin\alpha_2 \Rightarrow \boxed{\alpha_1 = \alpha_2}$ kąt odbicia

prawo odbicia

2°) Załamanie światła



czas przelotu z A do B

przez P wynosi

$$t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2} = \frac{n_1 l_1 + n_2 l_2}{c} = \frac{l}{c}$$

czyli droga optyczna promienia wynosi:

$$l = n_1 l_1 + n_2 l_2 = n_1\sqrt{a^2+x^2} + n_2\sqrt{b^2+(d-x)^2}$$

znowu chcemy by droga optyczna była minimalna:

$$\frac{dl}{dx} = \frac{1}{2}n_1\left(a^2+x^2\right)^{-\frac{1}{2}}2x + \frac{1}{2}n_2\left(b^2+(d-x)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot$$
$$\cdot 2(d-x)(-1) = 0$$

czyli

$$n_1 \underbrace{\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}}_{\sin\alpha} = n_2 \underbrace{\frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}}_{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta}$$

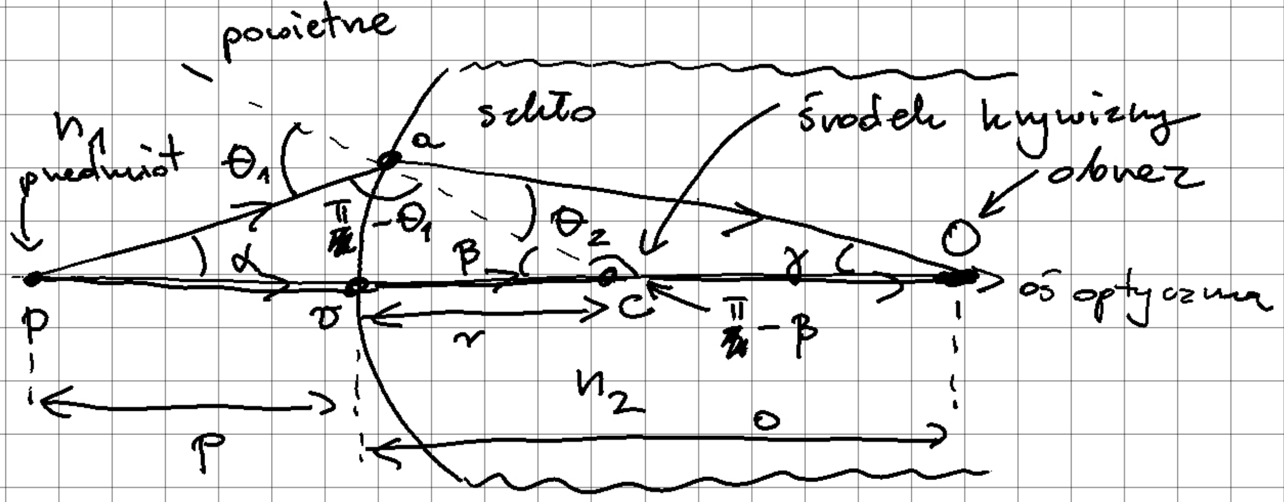
Prawo Snella

kąt padania

kąt załamania

(3) Soczewki

Kuliste powierzchnie załamujące



Z prawa Snella wiemy, że

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

stosujemy do trójkątów (Δ) CPa i OCa twierdzenie:

Kąt zewnętrzny w trójkącie równa się sumie dwu kątów wewnętrznych do niego nie przyległych, wtedy

$$\theta_1 = \alpha + \beta \quad (\Delta\, CPa)$$

$$\beta = \theta_2 + \gamma \quad (\Delta\, OCa)$$

założymy, że występujące tu kąty są małe, wtedy

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow n_1\theta_1 \simeq n_2\theta_2,$$

czyli

$$\beta = \frac{n_1}{n_2}\theta_1 + \gamma \quad \left\{ \leftarrow \quad \theta_2 = \beta - \gamma \right\}$$

$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta \quad \left\{ \leftarrow \theta_1 = \alpha + \beta \right\}$$

W mierze łukowej kąty α, β, γ wynoszą

$$\alpha \simeq \frac{|av|}{p}, \quad \beta = \frac{|av|}{r}, \quad \gamma \simeq \frac{|av|}{o},$$

dla małych kątów (przybliżenie przyosiowe)

gdzie $|av|$ to długość łuku.

wstawiając do powyższego równania mamy

$$n_1 \frac{|av|}{p} + n_2 \frac{|av|}{o} = (n_2 - n_1)\frac{|av|}{r},$$

czyli

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{o} = \frac{(n_2 - n_1)}{r}$$

Konwencje znaków:

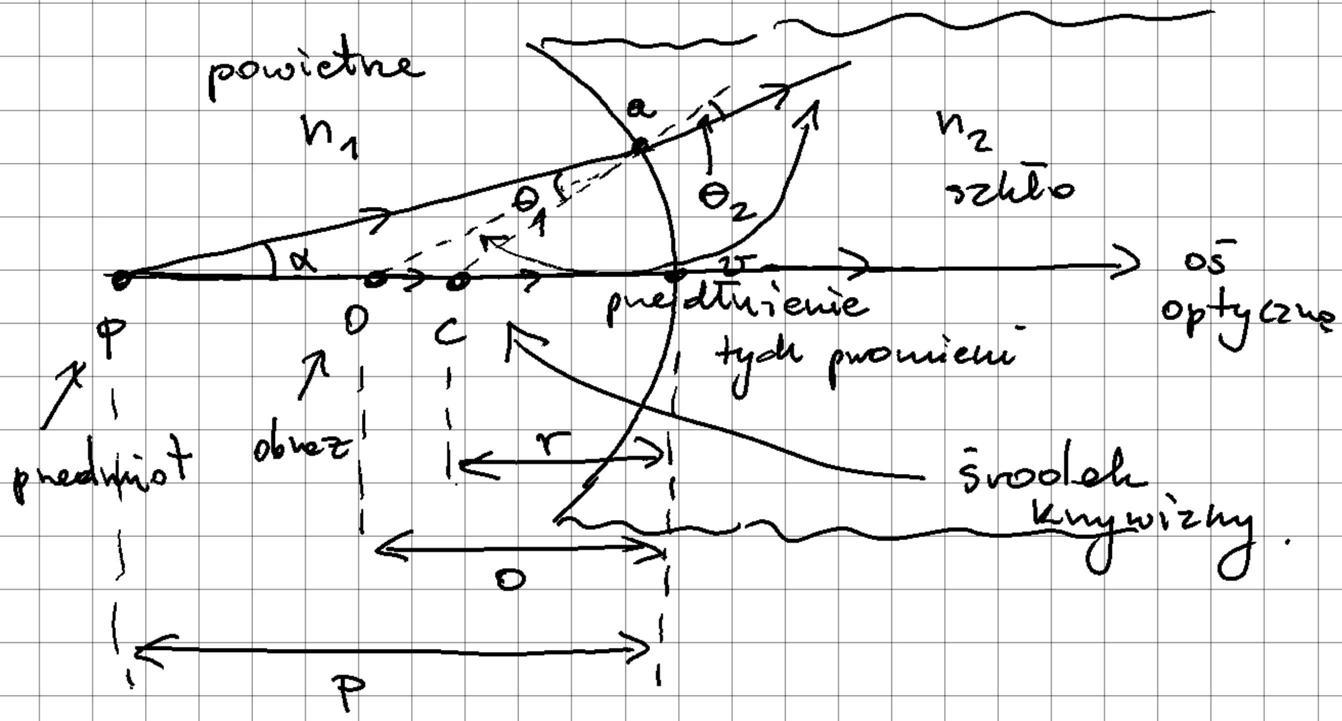
strona U | strona R

n_1 | n_2

światło padające → | światło załamane →

tu powstają obrazy pozorne | tu powstają obrazy rzeczywiste

powierzchnia załamująca

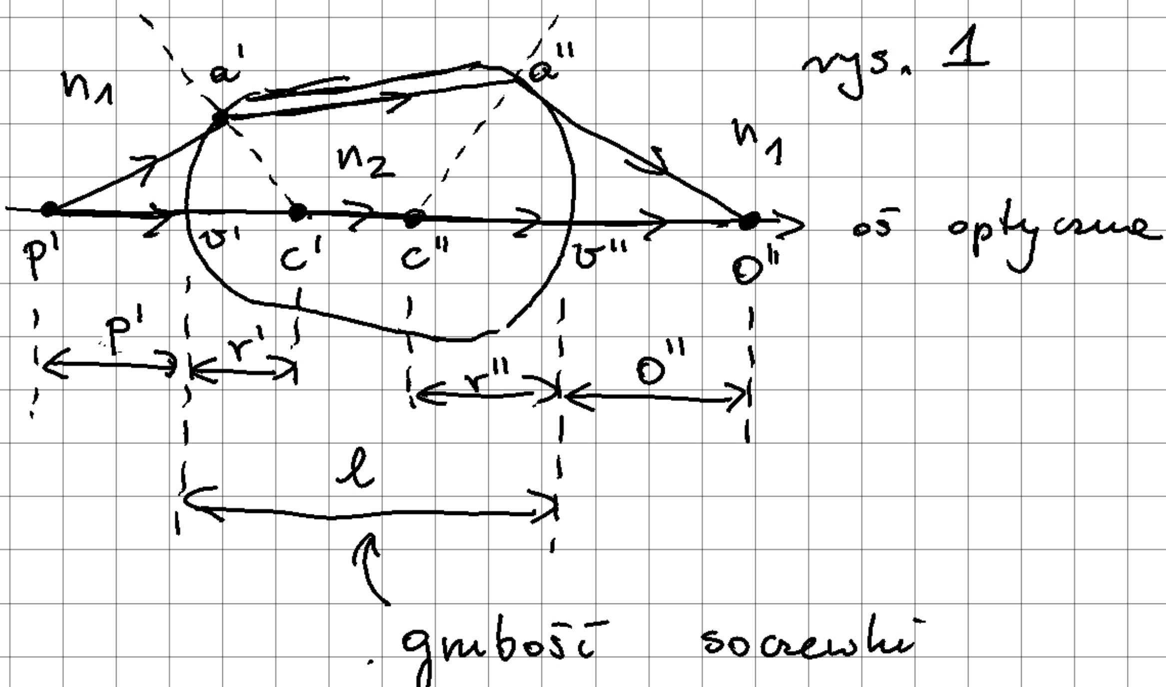


1) Odległość o obrazu jest dodatnia, jeśli obraz jest rzeczywisty (strona R)

o jest ujemne jeżeli obraz jest pozorny (strona U)

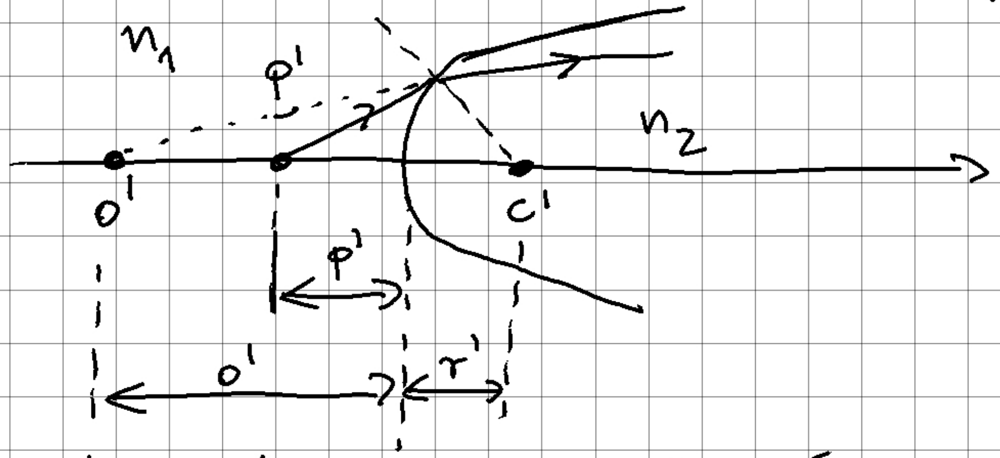
2) Promień krzywizny r jest dodatni, jeśli środek krzywizny powierzchni załamującej leży po stronie R; natomiast jest ujemny, jeśli środek krzywizny znajduje się po stronie U.

Cienka soczewka



rys. 1

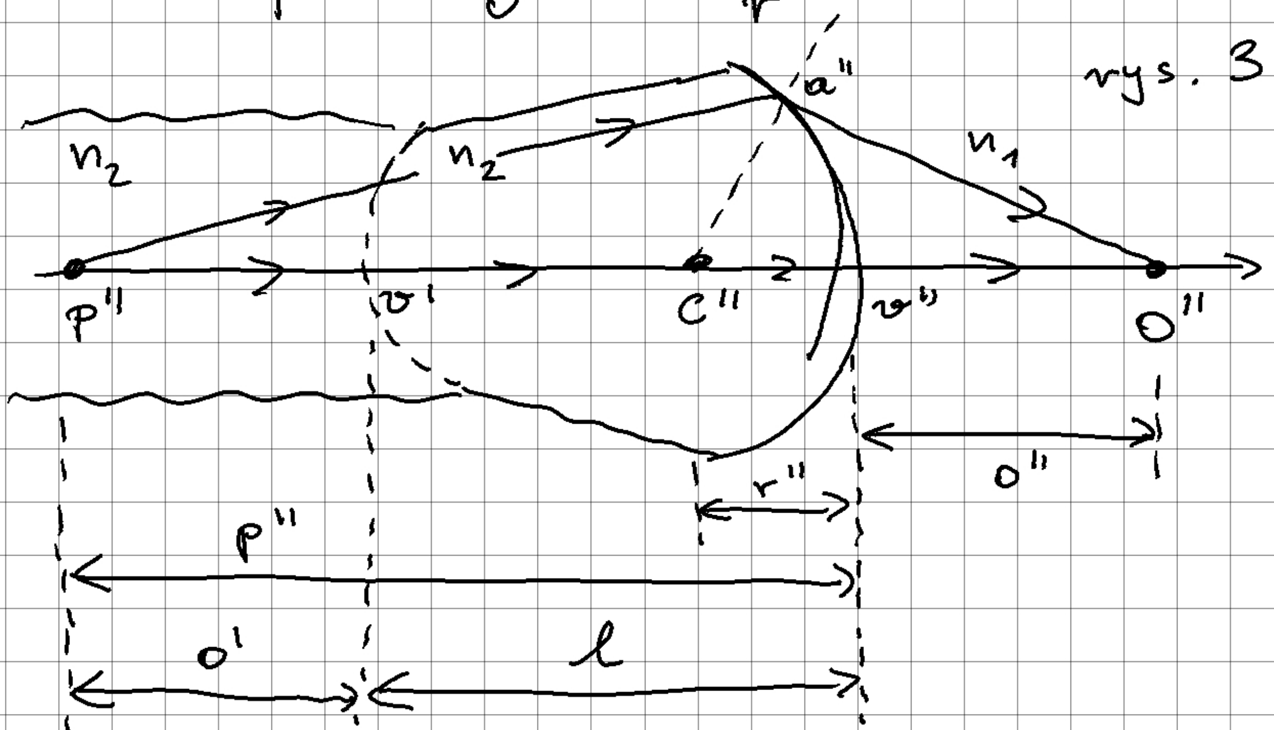
rys. 2.



Korzystamy z równań wyprowadzonych wcześniej:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{o} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

rys. 3



Na podstawie rysunków mamy:

$$p'' = l + o'$$

na podstawie rysunku rys. 1 mamy:

$$\frac{n_1}{p'} - \frac{n_2}{o'} = \frac{n_2 - n_1}{r'}$$

obraz pozorny (patrz rys. 2)

stosując równania do drugiej powierzchni (rys. 3) mamy:

$$\frac{n_2}{o'+l} + \frac{n_1}{o''} = \frac{n_1 - n_2}{r''}$$

Stosujemy przybliżenie cienkiej soczewki tj. $l = 0$, wtedy

$$\begin{cases} \dfrac{n_1}{p'} - \dfrac{n_2}{o'} = \dfrac{n_2 - n_1}{r'} \\[2ex] \dfrac{n_2}{o'} + \dfrac{n_1}{o''} = \dfrac{n_1 - n_2}{r''} \end{cases}$$

dodając te równania do siebie otrzymujemy:

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{o''} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right)$$

zastępując $p' = p$ i $o'' = o$ mamy:

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right)}$$

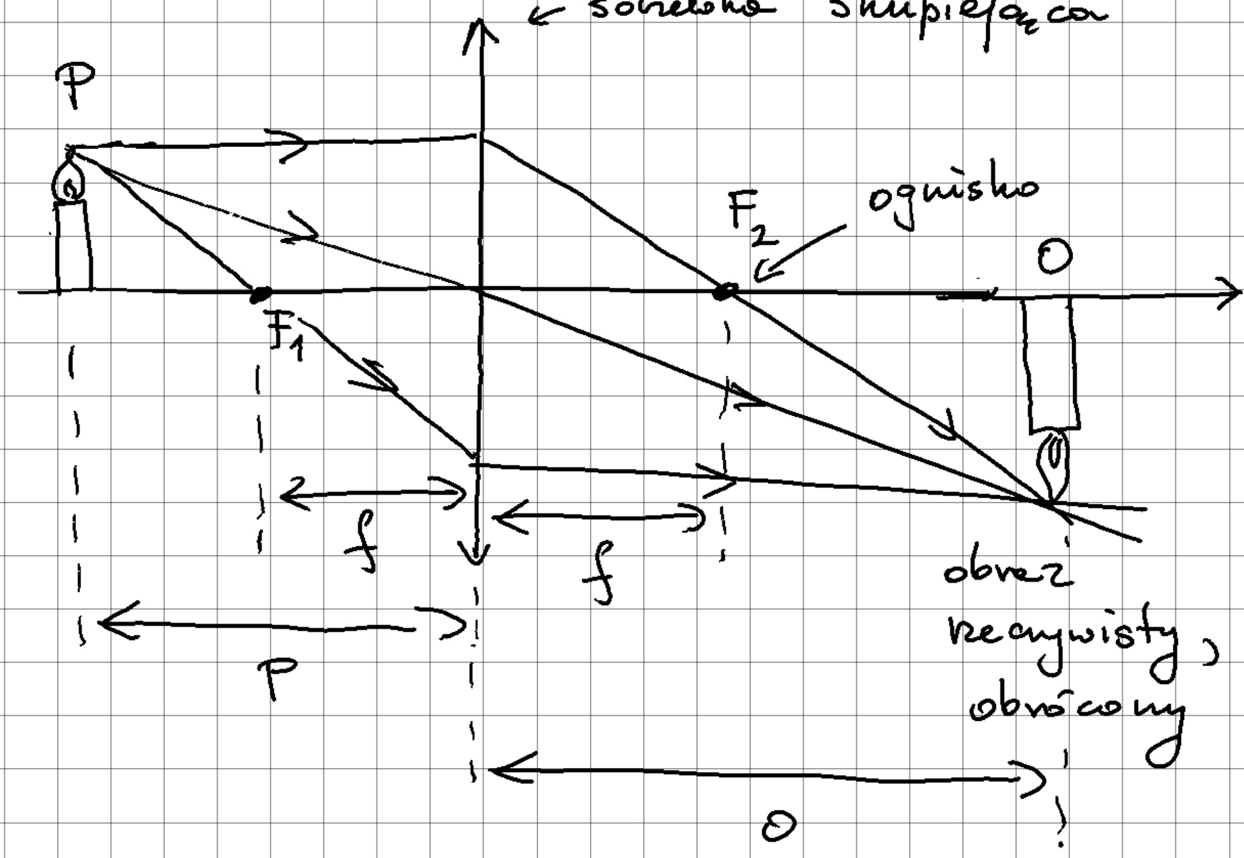
Gdy przedmiot znajduje się w nieskończoności, wtedy obraz powstaje w odległości f zwanej ogniskową soczewki, czyli

$$\boxed{\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right)}$$

oraz

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \frac{1}{f}}$$

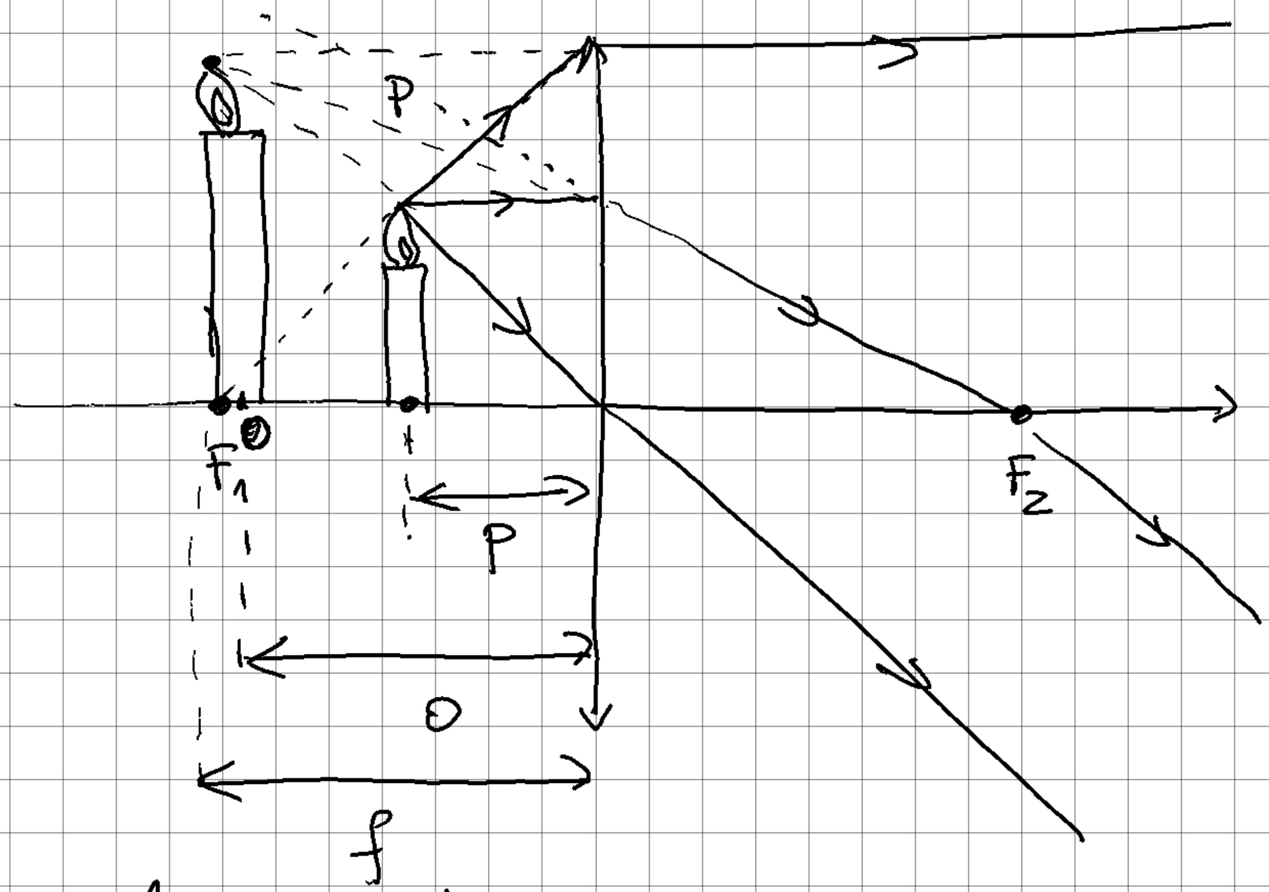
Najważniejsze konstrukcje:



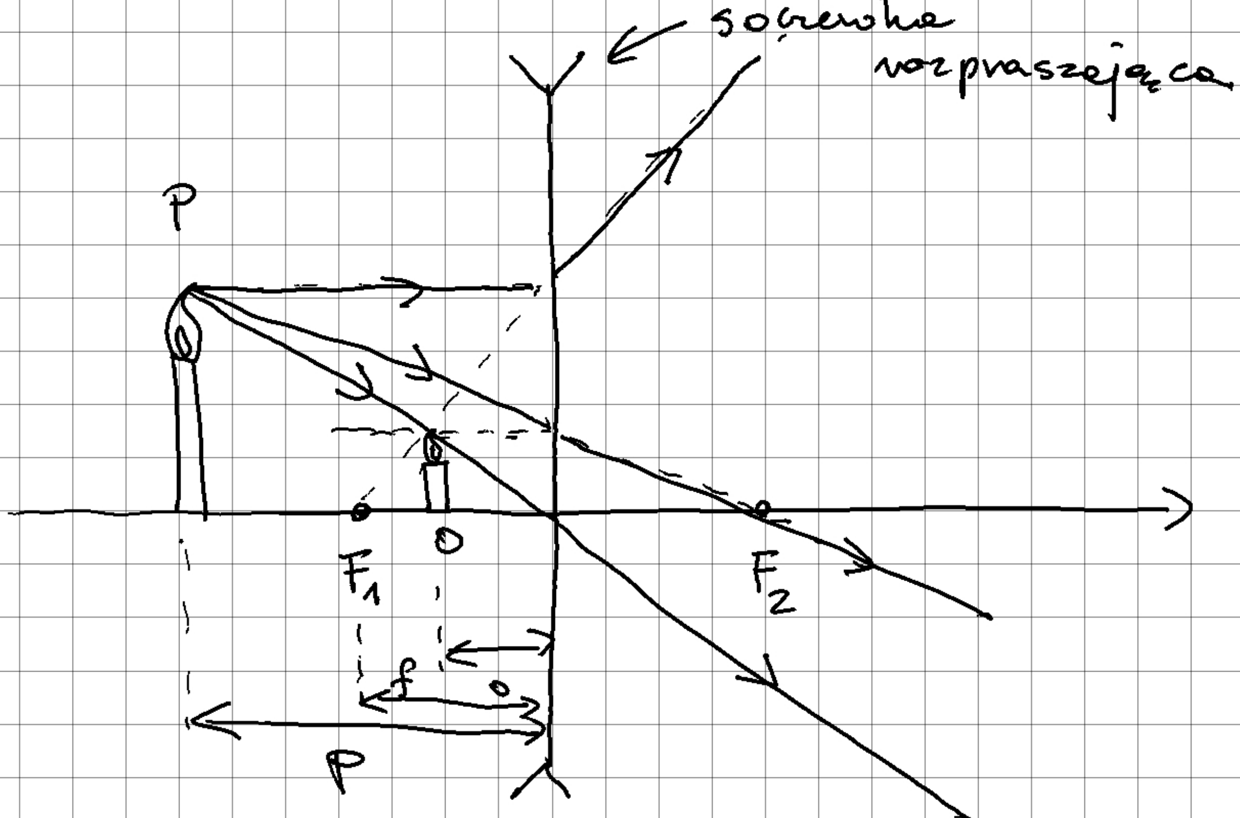
Powiększenie poprzeczne wynosi:

$$\boxed{m = -\frac{o}{p}}$$

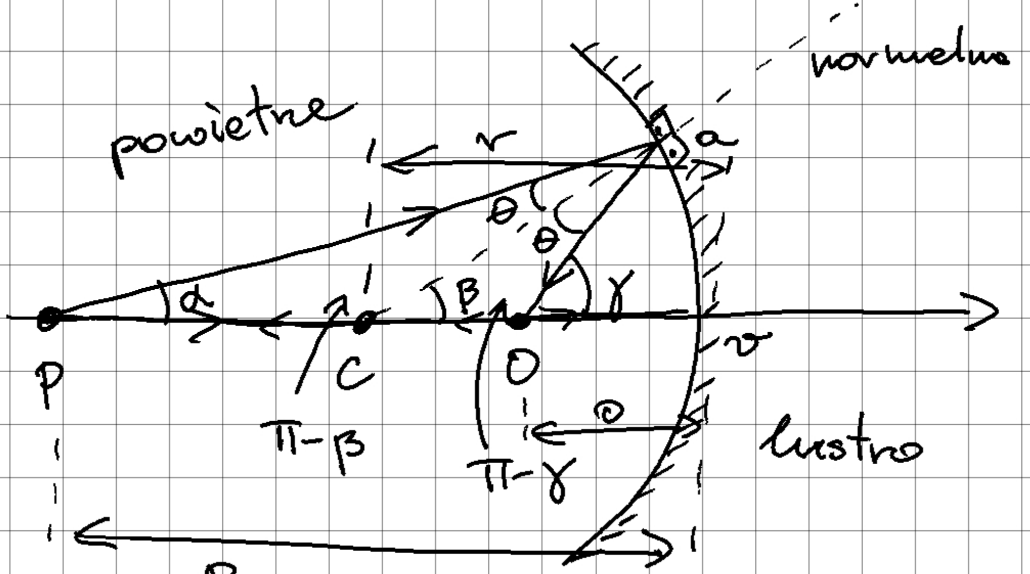
dla obrazów odwróconych powiększenie ma być ujemne!



obraz prosty i pozorny



4) Zwierciadła kuliste



Znowu mamy, że

$$\beta = \alpha + \theta \quad , \quad \gamma = \alpha + 2\theta$$

więc

$$\alpha + \gamma = 2\beta$$

Kąty wyrażając miarą łukową:

$$\alpha \simeq \frac{|av|}{p} \quad , \quad \beta = \frac{|av|}{r} \quad , \quad \gamma \simeq \frac{|av|}{o}$$

czyli

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \frac{2}{r}$$

analogicznie możemy postąpić w przypadku zwierciadła wypukłego.

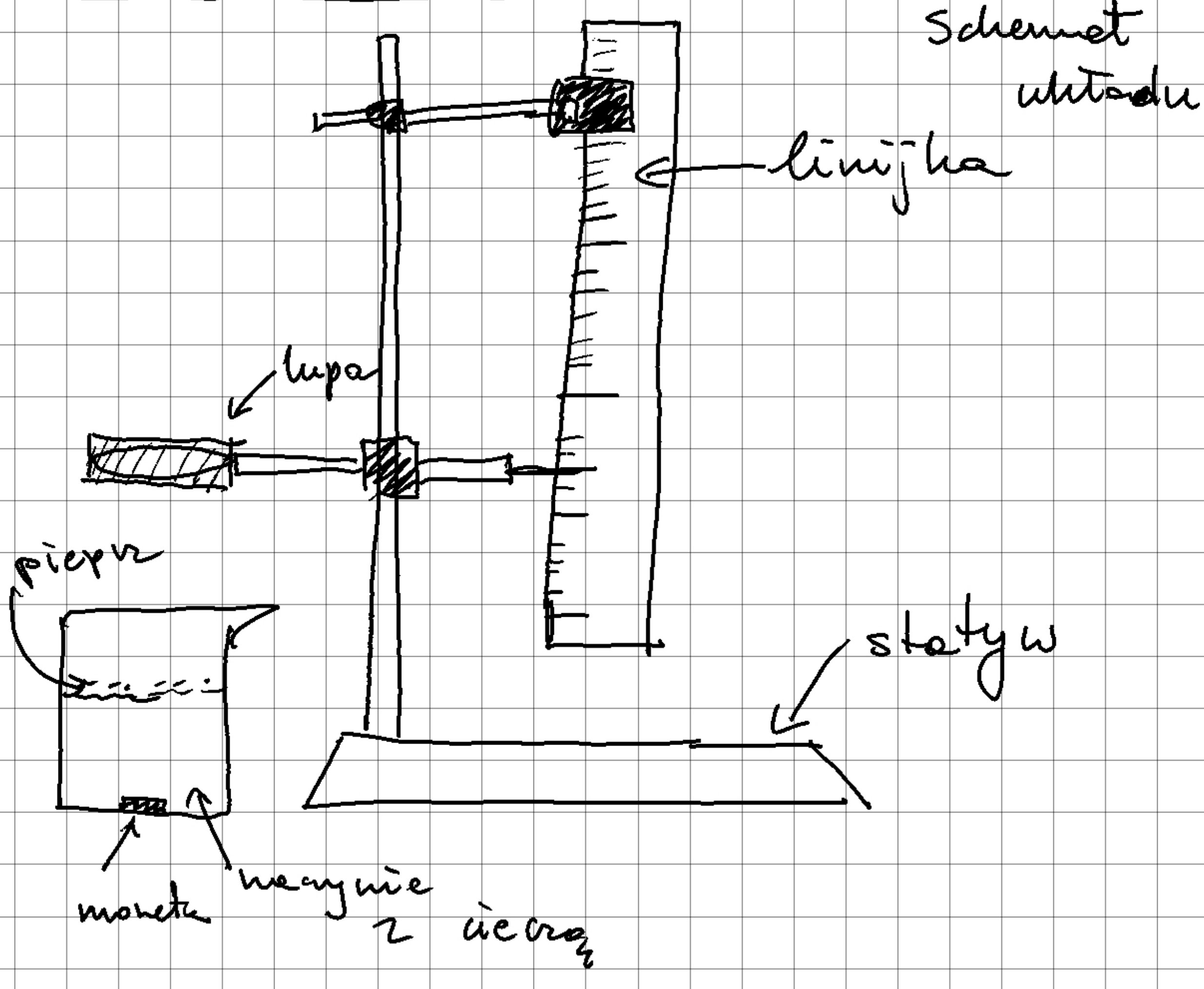
Tu także gdy $p \to \infty$, $o = f$, czyli $f = \frac{r}{2}$.

Zadanie doświadczalne

Do otwartego naczynia wprowadzamy ciecz i obserwujemy dno naczynia posługując się lupą o pionowo skierowanej głównej osi optycznej. Następnie przesuwając lupę o pewien odcinek do góry obserwujemy zwierciadło cieczy, przy czym zachowujemy to samo położenie oka w stosunku do lupy. Zbadać doświadczalnie zależność przesunięcia lupy od grubości warstwy cieczy. Wyniki przedstawić w postaci wykresu. Uzasadnić w oparciu o prawa rozchodzenia się światła w ośrodkach przezroczystych

i wyciągnąć stąd wniosek o optycznych właściwościach badanej cieczy.
Jakie są źródła niepewności w tych pomiarach? Jak zwiększyć dokładność pomiaru?

Rozwiązanie:

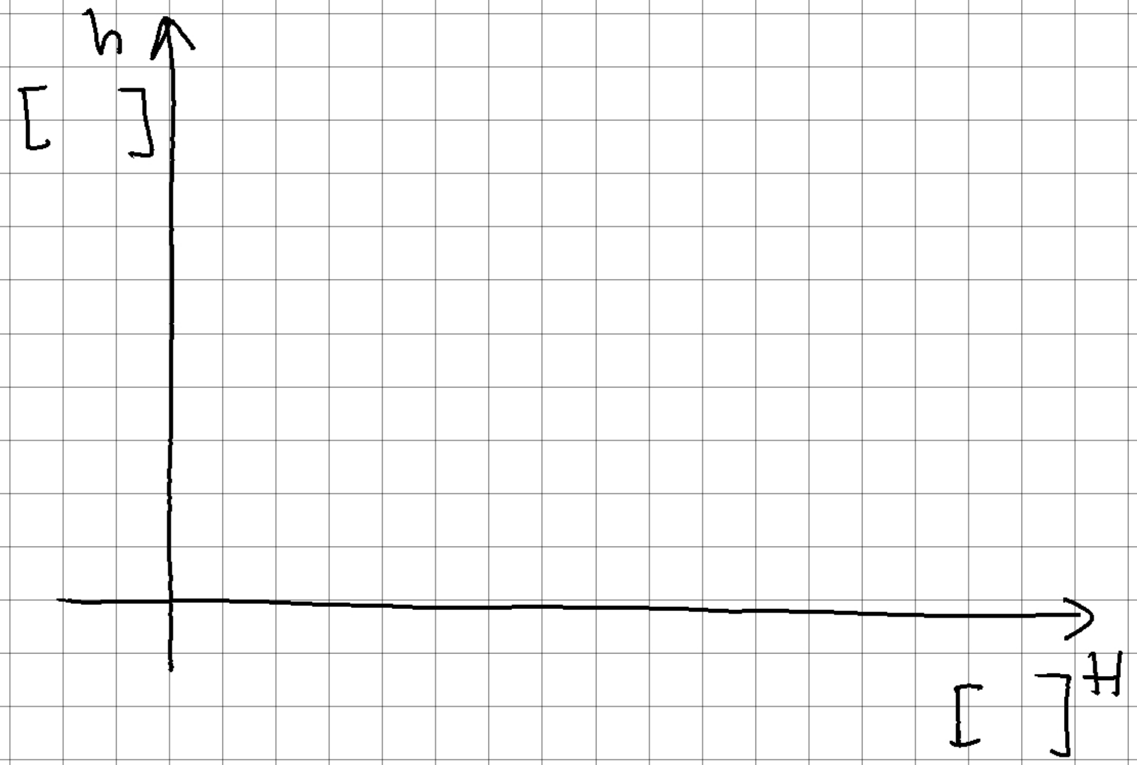


Wykonywane pomiary:

H – różnica odczytów podziałki przy obserwowaniu zwierciadła cieczy i dna próżnego naczynia daje grubość warstwy cieczy.

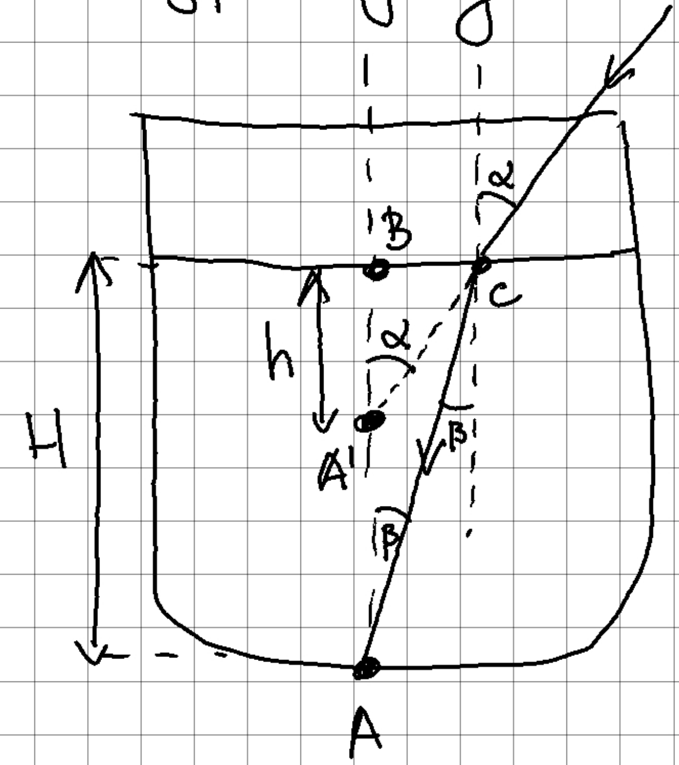
h – obniżając lupę daje pozorną grubość warstwy cieczy, przy czym $h<H$.

l.p	H	$H_{śr}$	h	$h_{śr}$	H/h	$H_{śr}/h_{śr}$
1						
2						
3						
4						
5						
6						



Stosunek H/h jest stały!

wyjaśnijmy dlaczego tak jest.



Załamanie światła:

na podstawie rysunku mamy, że

$$h = \frac{|BC|}{\operatorname{tg}\alpha}$$

ponadto

$$H = \frac{|BC|}{\operatorname{tg}\beta}$$

czyli

prawo Snella

$$\frac{H}{h} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cdot\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\, n$$

w warunkach doświadczenia

$\alpha \approx \beta \approx 0^\circ$, czyli $\cos(\alpha) \approx \cos(\beta) \approx 1$

czyli $\frac{H}{h} = n$, co potwierdzają pomiary.

Ważnym czynnikiem poprawiającym dokładność pomiaru jest użycie lupy krótkoogniskowej, odznaczającej się małą głębią ostrości.
Wszelkie pomiary trzeba wykonywać wielokrotnie i brać średnią.