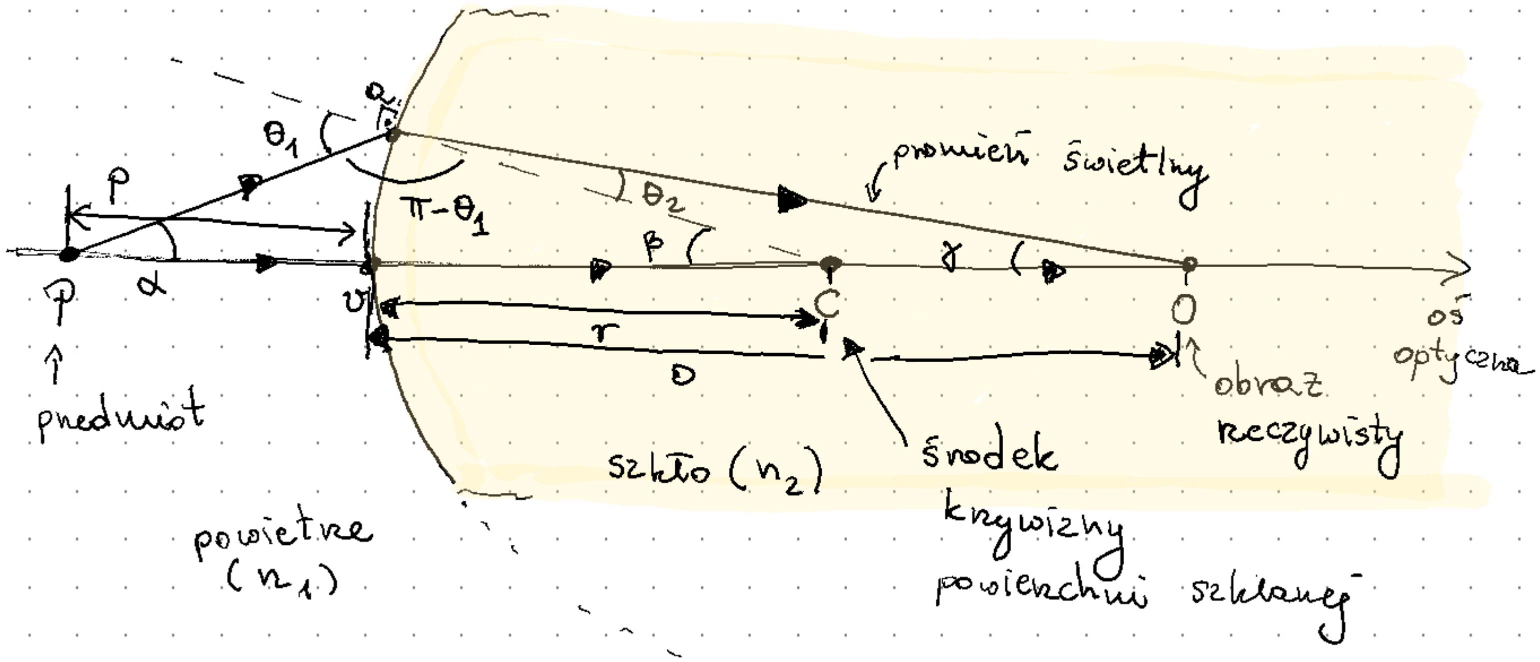
OPTYKA GEOMETRYCZNA – SOCZEWKI, ZWIERCIADŁA I URZĄDZENIA OPTYCZNE

29.12.2019

Soczewki

– Kuliste powierzchnie załamujące



Z prawa Snella wiemy, iże

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

stosujemy do trójkątów (Δ) CPa oraz OCa twierdzenie:

- kąt zewnętrzny w trójkącie równa się sumie dwóch kątów wewnętrznych do niego nie przyległych, wtedy

ΔCPa: $\theta_1 = \alpha + \beta$

ΔOCa: $\beta = \theta_2 + \gamma$

Stosujemy tu przybliżenie przyosiowe, tzn. zakładamy że występujące tu kąty są małe, wtedy:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow n_1\theta_1 \simeq n_2\theta_2 ,$$

czyli $\beta = \frac{n_1}{n_2}\theta_1 + \gamma$ $\{$ gdzie skorzystano z $\theta_2 = \beta - \gamma \}$

$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta$ $\{$ gdzie skorzystano z $\theta_1 = \alpha + \beta$, $\theta_2 = \beta - \gamma \}$

w mierze łukowej kąty α, β, γ wynoszą

$$\alpha \simeq \frac{|av|}{p}, \quad \beta \simeq \frac{|av|}{r}, \quad \gamma \simeq \frac{|av|}{o},$$

dla małych kątów

gdzie $|av|$ to długość łuku między punktami a i v. Wstawiając do powyższego równania mamy:

$$n_1 \frac{|av|}{p} + n_2 \frac{|av|}{o} = (n_2 - n_1)\frac{|av|}{r},$$

czyli

$$\boxed{\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{o} = \frac{n_2 - n_1}{r}}$$

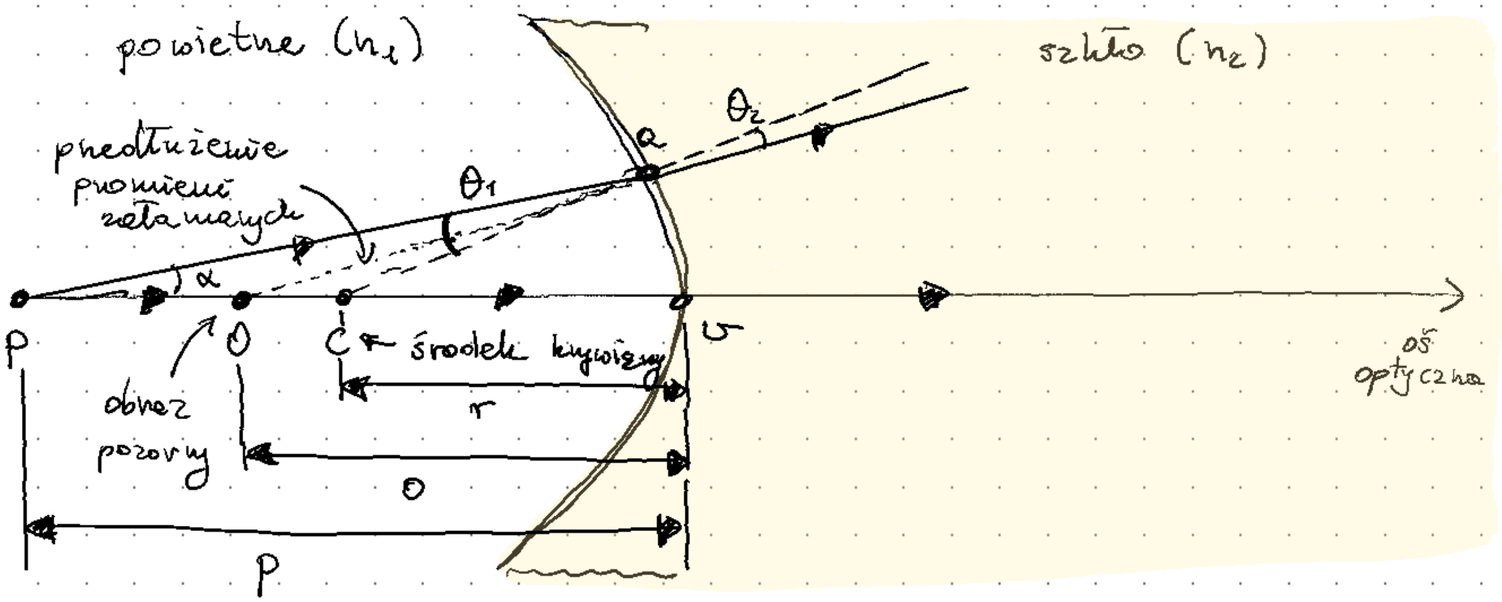
Konwencja znaków:

1) Odległość o obrazu od powierzchni załamującej jest dodatnia, jeśli obraz jest rzeczywisty (strona R); o jest ujemne jeżeli obraz jest pozorny (strona U).

powierzchnia załamująca

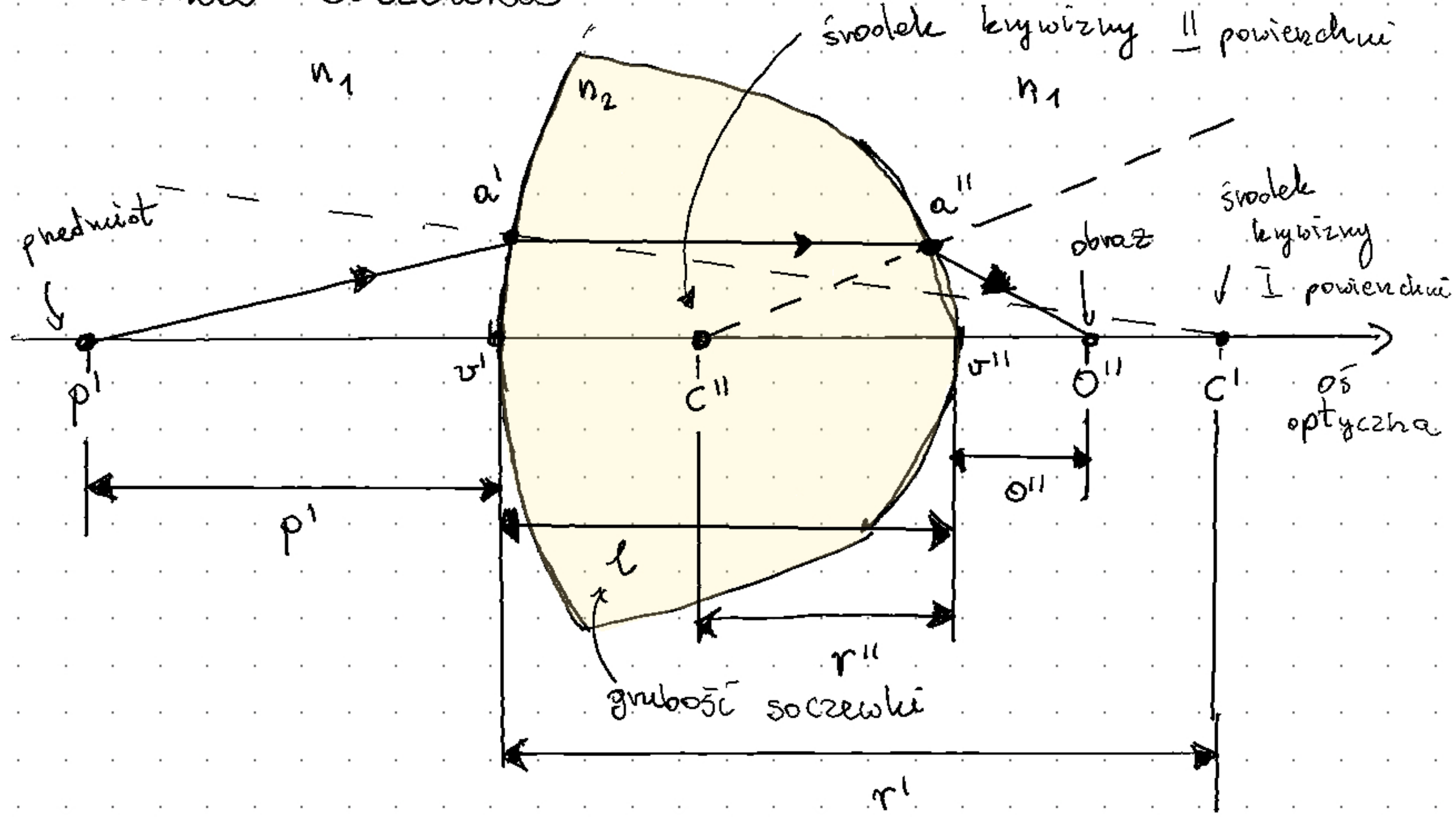
strona U	strona R
n_1	n_2
światło padające →	→ światło załamane
tu powstają obrazy pozorne	tu powstają obrazy rzeczywiste

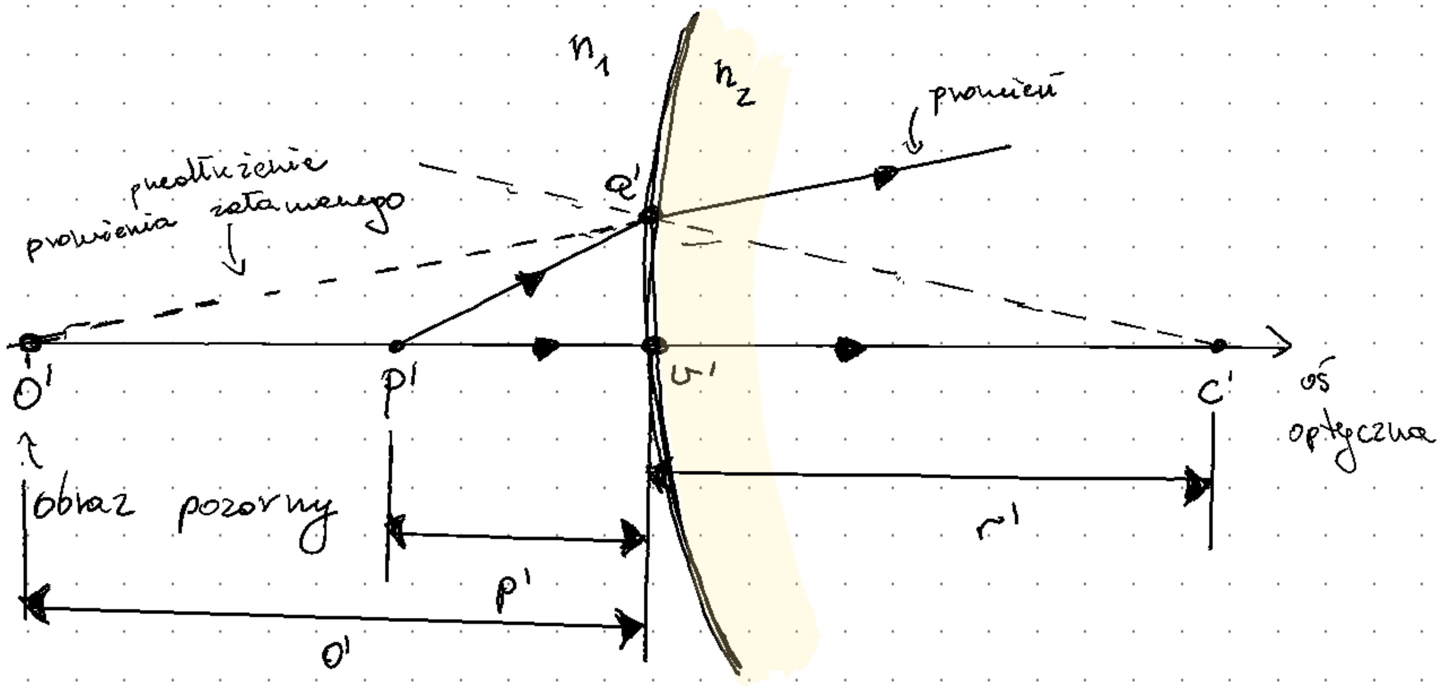
2



2) Promień krzywizny r jest dodatni, jeżeli środek krzywizny powierzchni załamującej leży po stronie R; natomiast jest ujemny, jeśli środek krzywizny znajduje się po stronie U.

– Cienka soczewka



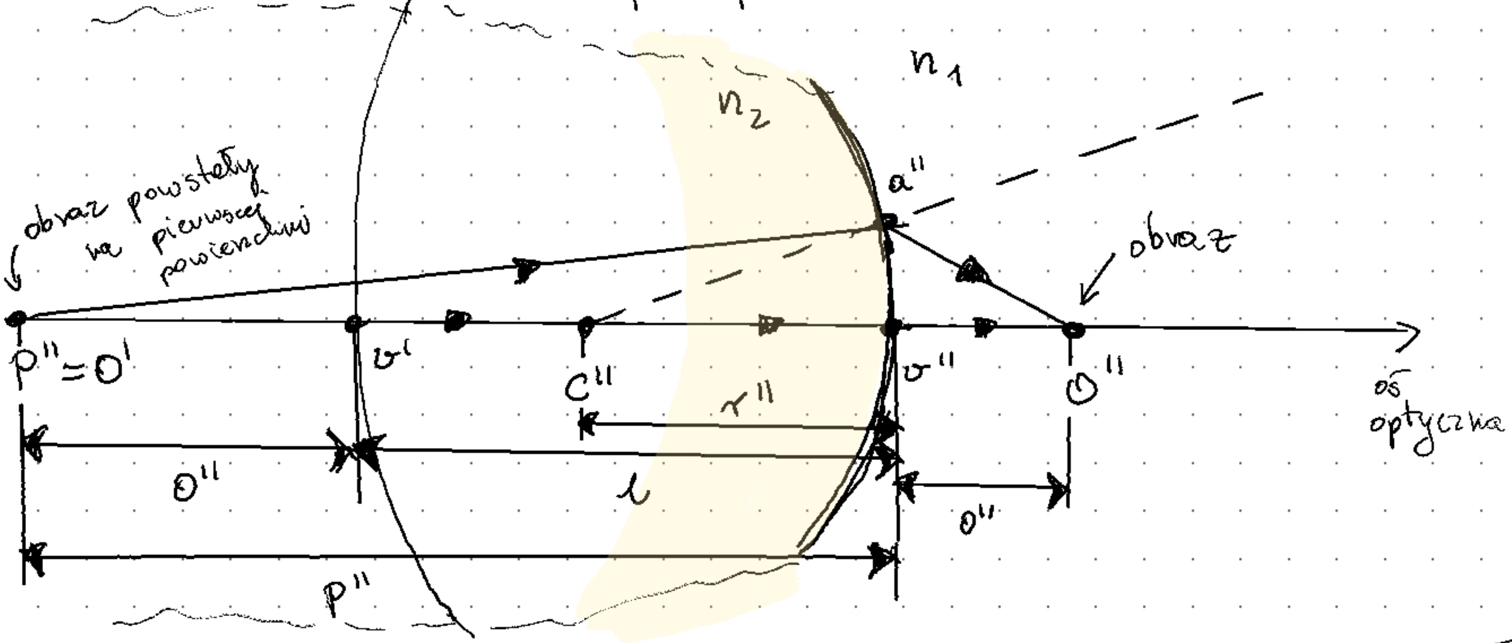


Korzystamy z równań wyprowadzonych wcześniej:

obraz pozorny

$$\frac{n_1}{p'} - \frac{n_2}{o'} = \frac{n_2 - n_1}{r'}$$

Obraz O' staje się przedmiotem P'', którego światło będzie załamywać się na drugiej powierzchni załamującej



Na podstawie powyższego rysunku mamy:

$$p'' = l + o'$$

na podstawie rysunku mamy ponadto:

$$\frac{n_2}{l+o'} + \frac{n_1}{o''} = \frac{n_1 - n_2}{r''}$$

Stosujemy przybliżenie cienkiej soczewki przyjmując, że grubość soczewki wynosi $l=0$, wtedy

$$\begin{cases} \dfrac{n_1}{p'} - \dfrac{n_2}{o'} = \dfrac{n_2 - n_1}{r'} \\ \dfrac{n_2}{o'} + \dfrac{n_1}{o''} = \dfrac{n_1 - n_2}{r''} \end{cases}$$

dodając te równania do siebie otrzymujemy:

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{o''} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1}\left[\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right]$$

Zastępując $p' = p$ i $o'' = o$, mamy:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \Big(\underbrace{\frac{n_2}{n_1}}_{=\,n_{21}} - 1\Big)\left[\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right]$$

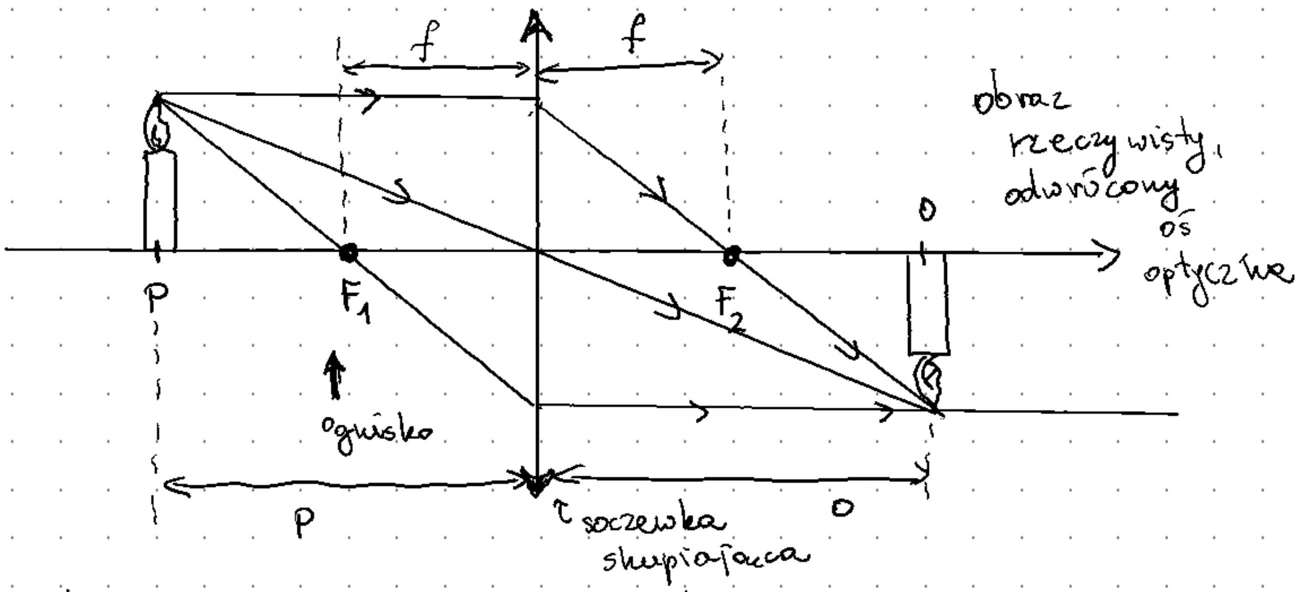
Gdy przedmiot znajduje się w nieskończoności, wtedy obraz powstaje w odległości f zwanej ogniskową soczewki, czyli

$$\boxed{\frac{1}{f}=\left(\frac{n_2}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)}$$

stosuje się tu tą samą konwencję znaków

$$\boxed{\frac{1}{p}+\frac{1}{o}=\frac{1}{f}}$$

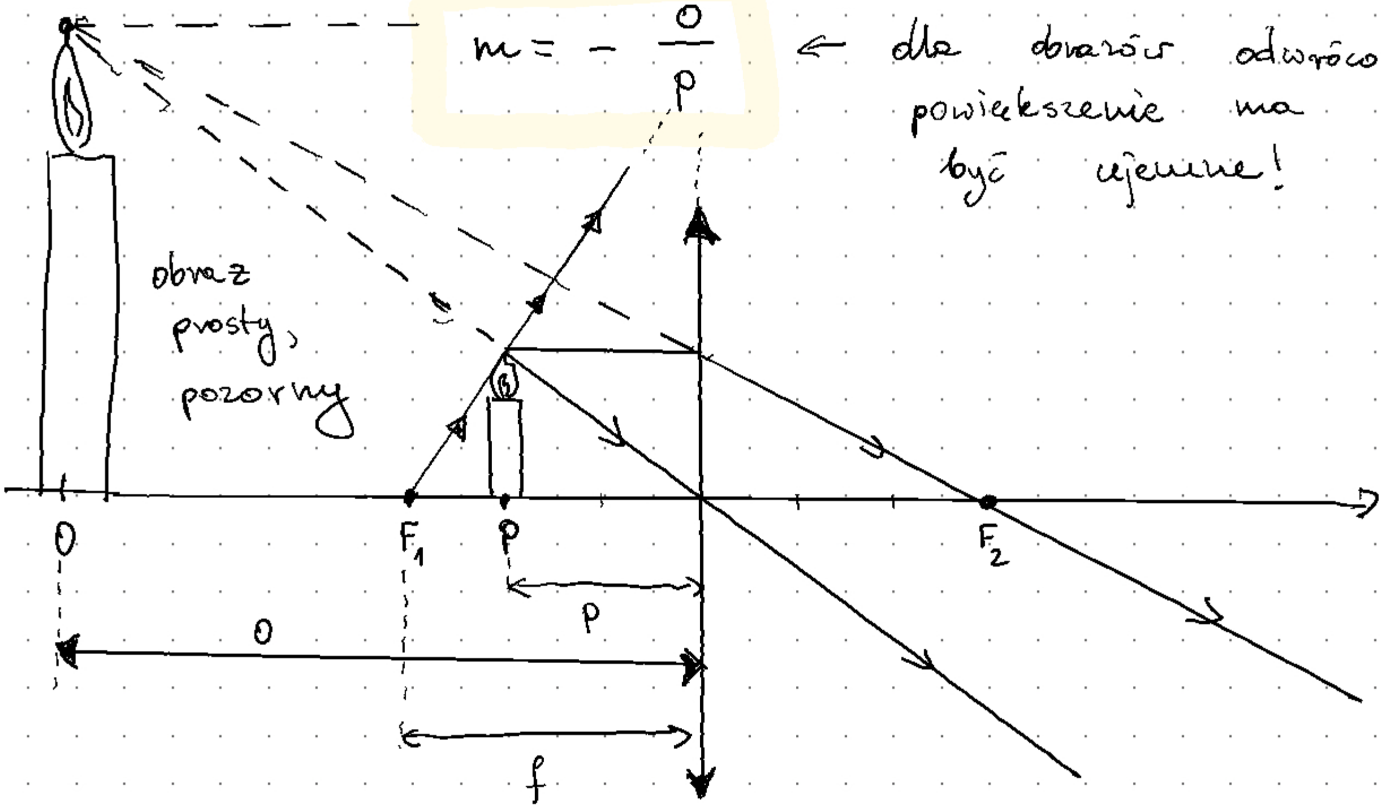
Najważniejsze konstrukcje:

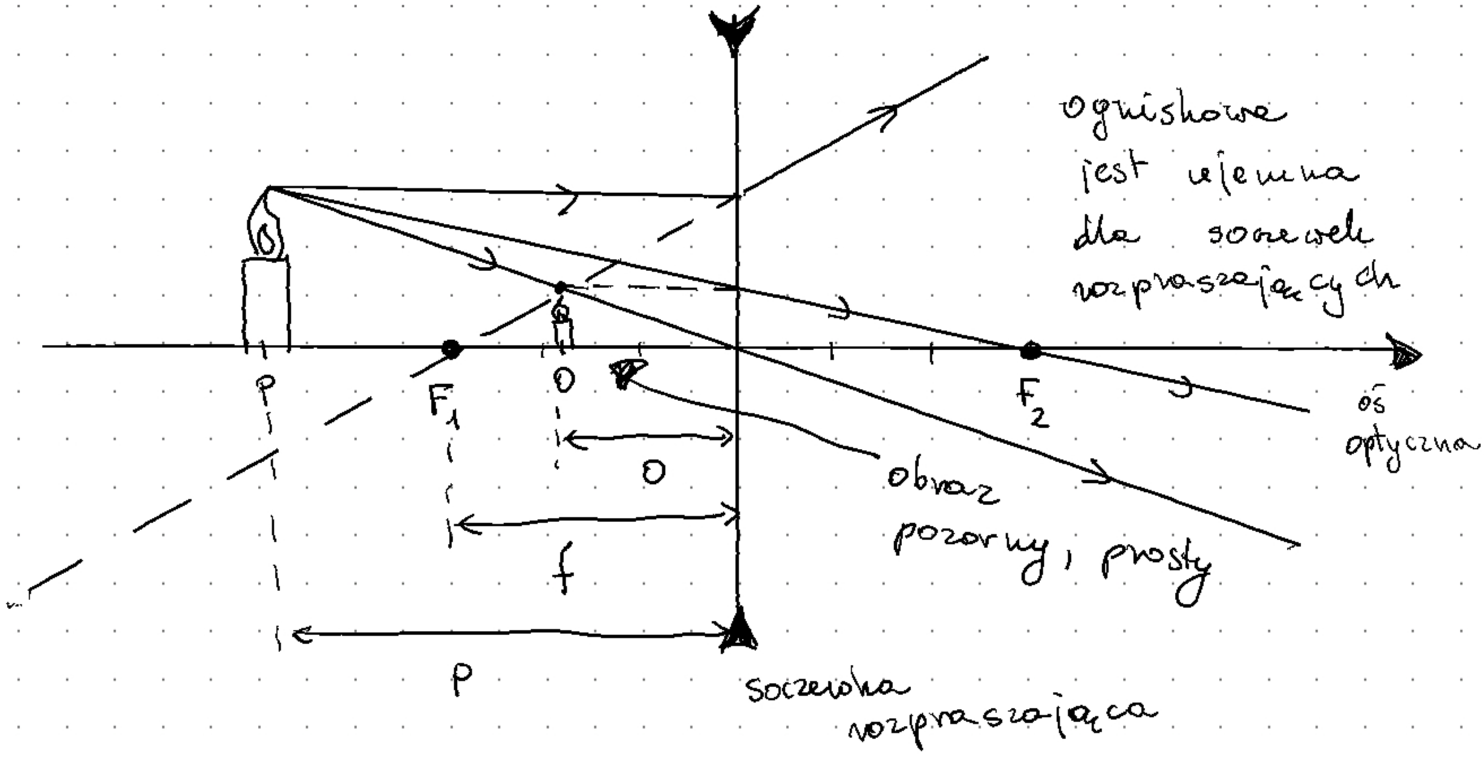


Powiększenie poprzeczne obrazu wynosi

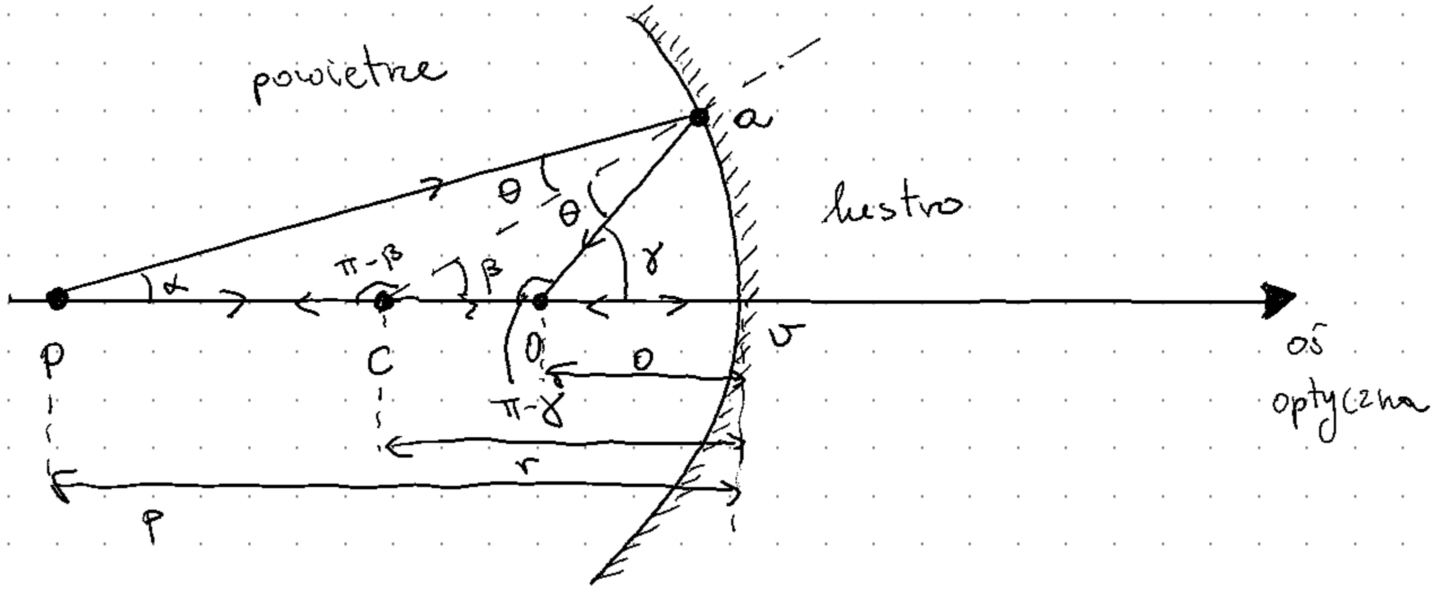
$$\boxed{m=-\frac{o}{p}}$$

← dla obrazów odwróconych powiększenie ma być ujemne!





Zwierciadła kuliste



Na podstawie rysunku mamy, że

$$\beta = \alpha + \theta \quad , \quad \gamma = \alpha + 2\theta \, ,$$

więc $\quad \alpha + \gamma = 2\beta$

Wyrażając kąty w mierze łukowej:

$$\alpha \simeq \frac{|av|}{p} \, , \quad \beta \simeq \frac{|av|}{r} \, , \quad \gamma = \frac{|av|}{o} \, ,$$

czyli $\frac{1}{p}+\frac{1}{o}=\frac{2}{r}$

analogicznie można postąpić dla zwierciadła wypukłego. Gdy $p\to\infty$, wtedy $o=f$, czyli $f=r/2$.

Dla zwierciadła dostajemy, więc analogiczne równanie jak dla cienkiej soczewki, ale z inną ogniskową:

$$\boxed{\frac{1}{p}+\frac{1}{o}=\frac{1}{f}\quad,\ f=\frac{r}{2}}$$

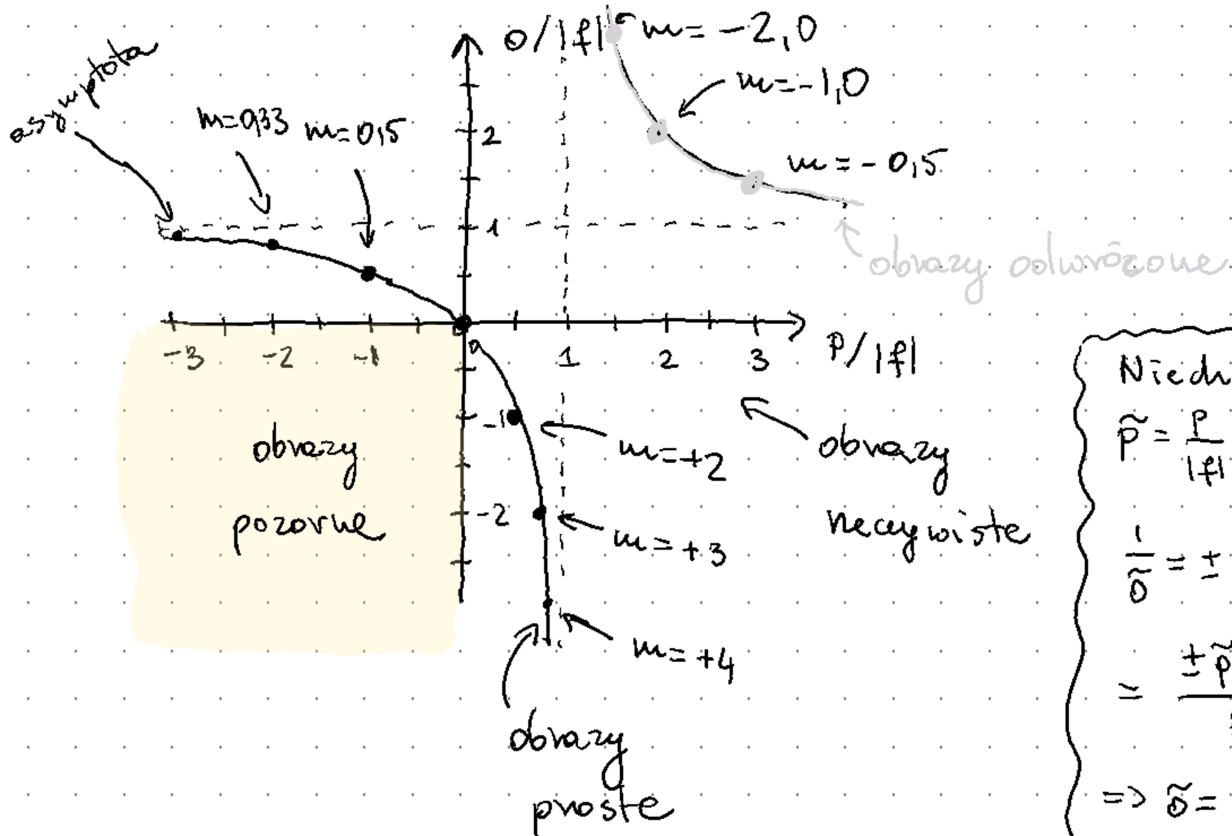
Własności obrazów

Równanie otrzymane w wcześniej dzielimy obustronnie przez $|f|$, wtedy

$$\frac{1}{p/|f|}+\frac{1}{o/|f|}=\frac{|f|}{f}=\pm 1,$$

gdzie $+1$ odpowiada soczewkom skupiającym oraz zwierciadłom wklęsłym, natomiast -1 odpowiada soczewkom rozpraszającym oraz zwierciadłom wypukłym.

Równanie to można przedstawić graficznie, pamiętając, że powiększenie poprzeczne wynosi $m=-o/p$ mamy dla $+1$ (soczewki skupiające i zwierciadła wklęsłe)

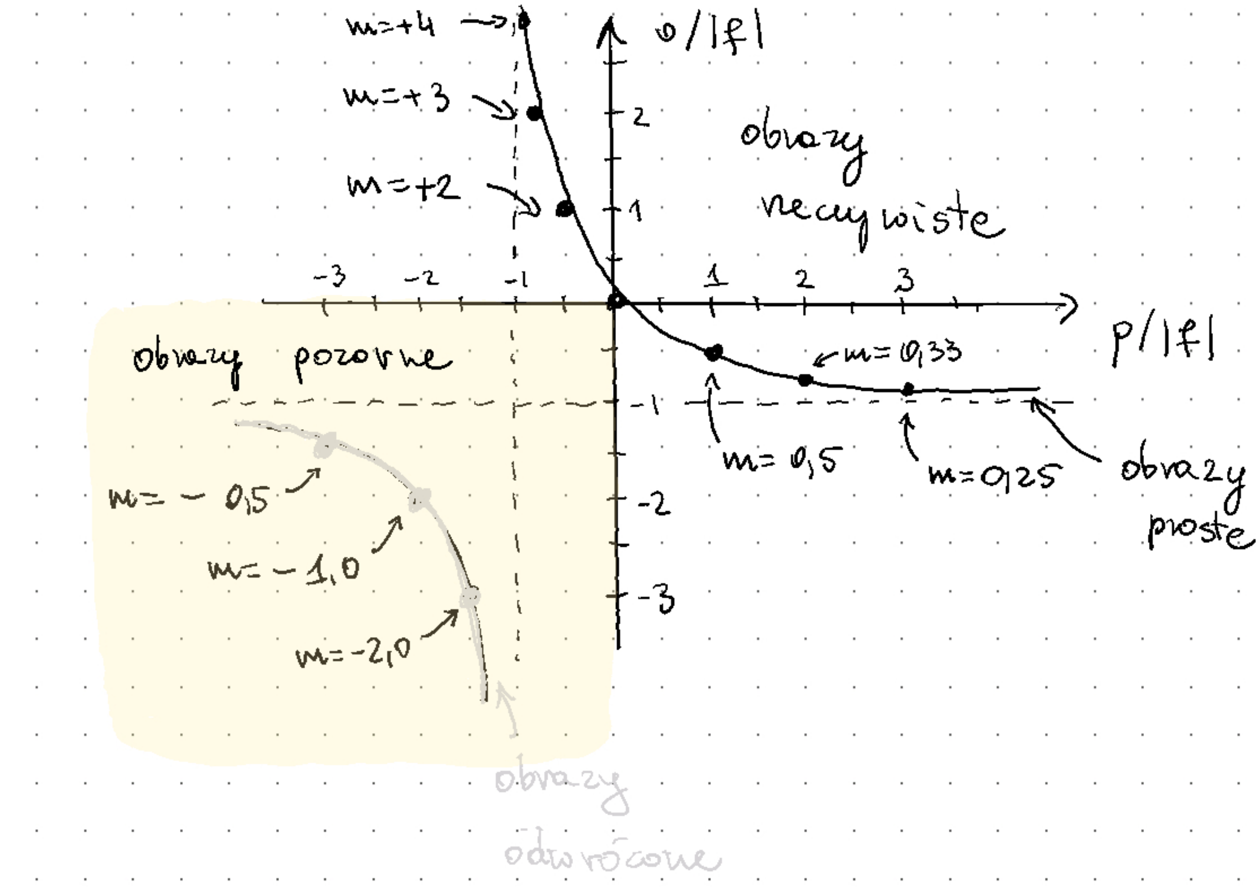


Niech $\tilde{p} = \frac{p}{|f|}$, $\tilde{o} = \frac{o}{|f|}$

$$\frac{1}{\tilde{o}} = \pm 1 - \frac{1}{\tilde{p}} = \frac{\pm\tilde{p} - 1}{\tilde{p}}$$

$$\Rightarrow \tilde{o} = \frac{\tilde{p}}{-1 \pm \tilde{p}}$$

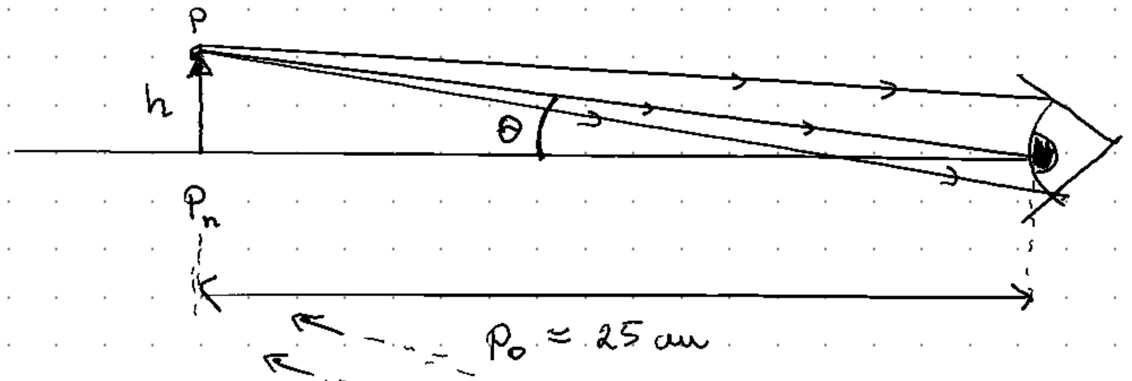
dla -1 (soczewki rozpraszające i zwierciadła wypukłe)

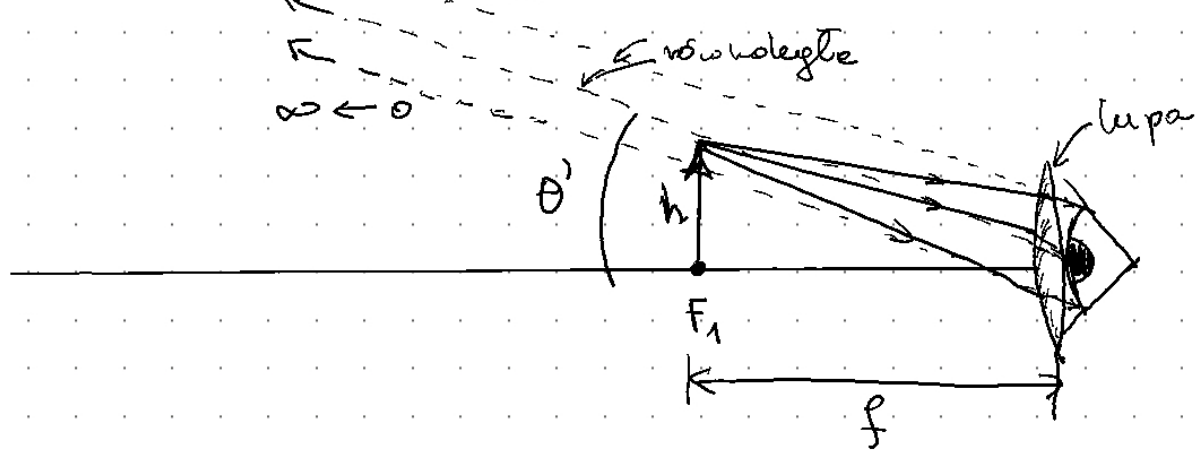


■ Przyrządy optyczne

– Lupa

Ludzkie oko jest w stanie tworzyć ostry obraz na siatkówce, gdy przedmiot znajduje się w odległości większej niż tzw. odległość wyraźnego widzenia wynoszącej 25 cm.





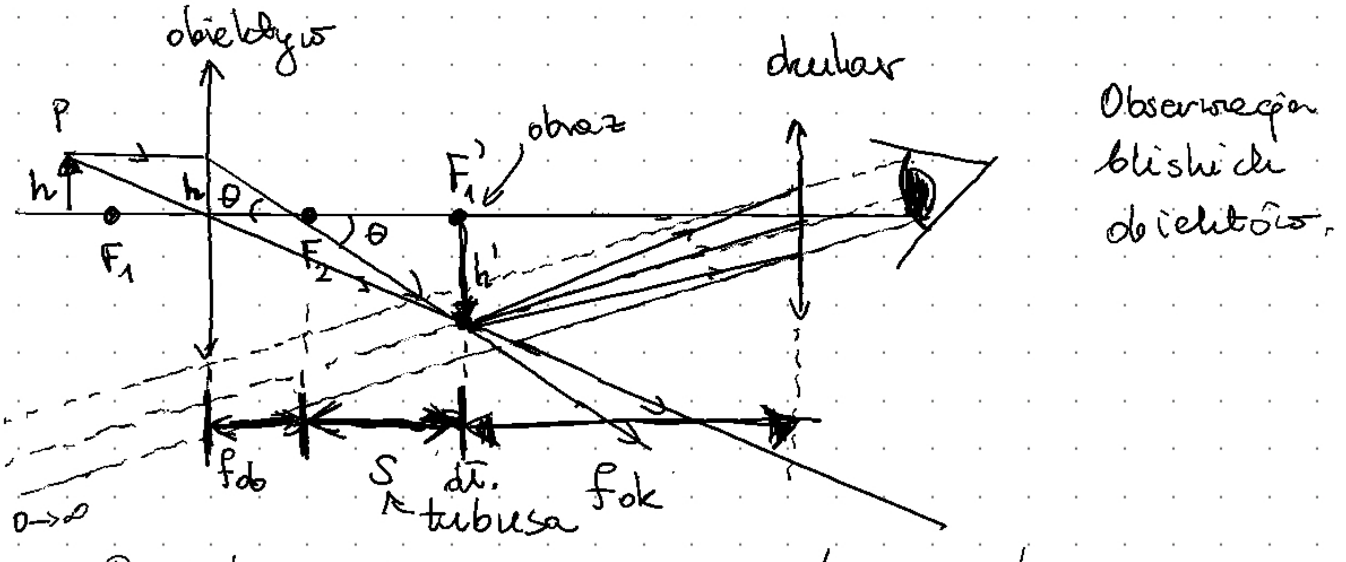
Wstawienie soczewki przy oku powoduje, że docierające do niego promienie światła z nieskończoności, aby przedmiot był ostry trzeba przesuwać go do ogniska soczewki, wtedy

$$\theta \cong \frac{h}{p_o}, \qquad \theta' = \frac{h}{f}$$

W tym przypadku powiększenie kątowe (nie mylić z powiększeniem poprzecznym) wynosi

$$m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} \cong \frac{h/f}{h/p_o} \cong \frac{p_o}{f} \simeq \frac{25\,\mathrm{cm}}{f}$$

- Mikroskop



Powiększenie poprzeczne obrazu tworzącego się we wnętrzu mikroskopu wynosi

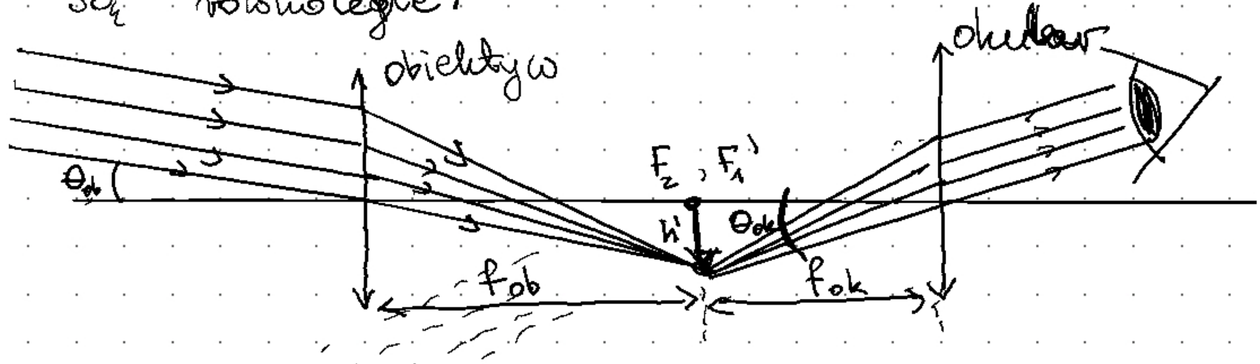
$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{s\,tg\,\theta}{f_{ob}\,tg\,\theta} = -\frac{s}{f_{ob}}$$

Okular pełni rolę lupy w związku z tym całkowite powiększenie jest iloczynem powiększenia poprzecznego i kątowego, cyli

$$M = m \cdot m_\theta = -\frac{s}{f_{ob}}\,\frac{25\,cm}{f_{ok}}$$

- Teleskop

Teleskop służy do obserwacji bardzo odległych obiektów, tzn. promienie docierające do obiektywu są równoległe.



Powiększenie kątowe teleskopu jest dane równaniem:

$$m_\theta = \frac{\theta_{ok}}{\theta_{ob}},$$

przy czym $\theta_{ob} = h'/f_{ob}$, $\theta_{ok} = -h'/f_{ok}$, czyli

$$m_\theta = -\frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$

Inną ważną własnością teleskopu jest tzw. zdolność zbierania światła, która decyduje o jasności obrazu i zależy od średnicy obiektywu.