

Mechanika kwantowa IIB: Ćwiczenia #13

mgr Piotr Zdybel

piotr.zdybel@fuw.edu.pl

www.fuw.edu.pl/~pzdybel/kwant18.html

Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski — 15 stycznia 2019



Info: Materiał z tych ćwiczeń nie będzie wymagany na egzaminie końcowym zarówno na części zadaniowej jak i testowej.

Zadanie 1: Związek funkcji Greena z obserwabłami

Dla gazu fermionów o spinie S i potencjale chemicznym μ opisywanego hamiltonianem

$$\hat{H} - \mu \hat{N} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \xi_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma}$$

znaleźć związek pomiędzy funkcją Greena

$$G(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{\omega - \xi_{\mathbf{k}} + i0^+ \text{sgn}(k - k_F)},$$

a gęstością cząstek $\langle \hat{\rho} \rangle = \langle \sum_{\sigma} \hat{\psi}_{\sigma}^\dagger(\mathbf{x}) \hat{\psi}_{\sigma}(\mathbf{x}) \rangle$, a także gęstością energii kinetycznej. Korzystając z twierdzenia o residuach policz ich wartości.

Zadanie 2: Diagramy Feynmana dla modelu jellium

Posługując się regułami Feynmana i twierdzeniem Goldstone'a odtworzyć wyniki uzyskane dla modelu jellium w pracy domowej (seria 4), który był zadany hamiltonianem ($\hbar = 1$)

$$\hat{H}_{jell} = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \frac{k^2}{2m} c_{\mathbf{k}, \sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}, \sigma} + \frac{1}{2\Omega} \sum_{\mathbf{q} \neq 0} \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \sum_{\mathbf{k}', \sigma'} \frac{e^2}{\epsilon_0 q^2} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}-\mathbf{q}, \sigma'}^\dagger c_{\mathbf{k}', \sigma'} c_{\mathbf{k}, \sigma},$$

przy czym przyjmujemy, że $V(\mathbf{q} = 0) = 0$ z powodu warunku obojętności elektrycznej metalu, a Ω to objętość układu. Skomentować uzyskany wynik, a także co dzieje się przy uwzględnieniu poprawek wyższego rzędu.

Omawiane zagadnienia

- 1) Związek funkcji Greena z podstawowymi obserwabłami.
- 2) Reguły i diagramy Feynmana.
- 3) Twierdzenie Goldstone'a o przesunięci energii stanu podstawowego ze względu na zaburzenie.
- 4) Diagramatyczna postać przybliżenia Hartree-Focka.
- 5) Interpretacja wyników modelu jellium jako powstawania wiązania metalicznego.

- 6) Rozbieżności pojawiające się w drugim rzędzie rachunku zaburzeń.
- 7) Częściowe wysumowanie klasy diagramów pierścieniowych jako metoda poradzenia sobie z problemem rozbieżności.
- 8) Poprawki pochodzące od korelacji elektronów w układzie.