

MECHANIKA KWANTOWA II B ĆW. #13 15.01.2019

Dokończenie zadania z poprzedniego tygodnia.

Dla szerokiej klasy układów oddzielających fermionów znamy ich jako ciele Fermiego funkcje spektralne ma postać

$$A(\vec{k}, \sigma; \omega) \approx \frac{Z_k}{\pi} \frac{(1/2\tau_k)}{(\omega - \xi_k^*)^2 + (1/2\tau_k)^2} + A_{\text{incoh}}(\vec{k}, \sigma, \omega)$$

Gdzie τ_k jest czasem życia wzbudzenia elementarnego, a ξ_k^* jest znormalizowaną energią wzbudzenia. Czynniki

Z_k jest statusem z przedziału $[0, 1]$.

Funkcje spektralne spełniają regułę sum (patrz VI seria zadań domowych):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega A(\vec{k}, \sigma, \omega) = 1$$

dlatego w powyższym wzorze zwróć uwagę na czynnik A_{incoh} zapewniający

ję spełniać, przy czym odpowiada
oddzieleniu od continuum (wszystko co nie
ma postaci piku).

Wzbużenia elementarne nazywamy
w tym przypadku kwazicząstkami.
Skonkretnie czas życia kwazicząstek
odpowiadają temu, że w wyniku
oddziaływania cząstki ulegają
rozpraszaniu pomiędzy różnymi
stanami jednoczątkowymi.

W teorii Fermiego $\tau_k^{-1} \rightarrow 0$ bardzo
szybko, gdy $k \rightarrow k_F$. W konsekwencji
wisko energetyczne wzbużeń w
pobliżu poziomu Fermiego zachowuje
się jak nieoddzielające cząstki
o zmodyfikowanej masie, tzw. masach
efektywnych i potencjałach chemicznych.

Teoria uciny Fermiego jako pierwszy sformulował Landau w 1957 roku.

① Średnie obsadzenia na poziomie rezonansowym

Znaleźć $\langle \hat{n}_d \rangle = \langle d^\dagger d \rangle$ dla problemu omawianego na ostatnich ćwiczeniach.

Rozwiązanie:

Jak pokazaliśmy na ostatnich zajęciach

$$A(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{(\omega - D)^2 + \Gamma^2},$$

gdzie $\Gamma = 2\pi^2 \gamma^2 \rho_0$, przy czym

$T=0$ i $\mu=0$.

Średnia liczbę obsadzeń poziomu rezonansowego możemy znaleźć za

pomocą relacji

$$\langle \hat{n}_d \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \, n_F(\omega) A(\omega) =$$

↑ rozkład Fermiego-Diraca

$$= \left\{ n_F(\omega) \xrightarrow{T \rightarrow 0} \theta(-\omega) \right\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^0 d\omega \frac{\Gamma}{(\omega - \Delta)^2 + \Gamma^2} =$$

$$= \left\{ \int \frac{a}{(x-b)^2 + a^2} dx = -\arctg\left(\frac{b-x}{a}\right) + C \right\} =$$

$$= -\frac{1}{\pi} \arctg\left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right) + \frac{1}{\pi} \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctg\left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)$$

$$\uparrow \arctg(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \frac{\pi}{2}$$

Pamiętamy, że Δ jest mierzona

względem $\mu=0$. Dla $\Delta \rightarrow \infty$ fermiony

nie mogą tunelować, czyli $\langle \hat{n}_d \rangle = 0$.

Dla $\Delta \rightarrow -\infty$ zawsze energetycznie

korzystniejsze jest tunelowanie, czyli