

Mechanika kwantowa IIB: Ćwiczenia #11

mgr Piotr Zdybel

piotr.zdybel@fuw.edu.pl

www.fuw.edu.pl/~pzdybel/kwant18.html

Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski — 18 grudnia 2018

Zadanie 1: *Hamiltonian Bogolubowa-de Gennesa*

Zastosować przybliżenie średniego pola do efektywnego hamiltonianu BCS, a następnie uzyskany hamiltonian przepisać przy wykorzystaniu notacji Nambu, tj. wykorzystując spinor

$$\psi_{\mathbf{k}}^{\dagger} = (c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger}, c_{-\mathbf{k}\downarrow})$$

oraz jego sprzężenie hermitowskie.

Zadanie 2: *Transformacja Bogolubowa-Valatina*

Zdiagonalizować hamiltonian Bogoliubova-de Gennesa z poprzedniego zadania:

$$\hat{H} - \mu \hat{N} = \sum_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}}^{\dagger} \begin{pmatrix} \xi_{\mathbf{k}} & -\Delta \\ -\Delta^* & -\xi_{\mathbf{k}} \end{pmatrix} \psi_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}} \xi_{\mathbf{k}} + \frac{\Omega |\Delta|^2}{g},$$

gdzie $\xi_{\mathbf{k}} = \hbar^2 k^2 / 2m - \mu$, $\psi_{\mathbf{k}}^{\dagger} = (c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger}, c_{-\mathbf{k}\downarrow})$ jest spinorem Nambu, a Ω jest objętością układu. Wykorzystać w tym celu transformację kanoniczną Bogolubowa-Valatina:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{\mathbf{k}\uparrow} \\ \alpha_{-\mathbf{k}\downarrow}^{\dagger} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{\mathbf{k}}^* & -v_{\mathbf{k}} \\ v_{\mathbf{k}}^* & u_{\mathbf{k}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{\mathbf{k}\uparrow} \\ c_{-\mathbf{k}\downarrow}^{\dagger} \end{pmatrix}.$$

Zadanie 3: *Równanie przerwy*

Wychodząc z równania przerwy energetycznej dla modelu BCS

$$\Delta = \frac{g}{\Omega} \sum_{\mathbf{k}} \langle c_{-\mathbf{k}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \rangle,$$

gdzie suma przebiega po obszarze $|\xi_{\mathbf{k}}| < \hbar\omega_D$, wyprowadź wyrażenie na wartość przerwy energetycznej Δ_0 w $T = 0$.

Omawiane zagadnienia

- 1) Omówienie przybliżenie pola średniego na przykładzie modelu BCS - teoria Bogolubowa-de Gennesa.
- 2) Komentarz dotyczący niejednoznaczności przybliżenia średniego pola - kanały Coopera, gęstościowy oraz wymienny.
- 3) Transformacja Bogolubowa-Valatina jako unitarna transformacja kanoniczna.
- 4) Znalezienie wyrażenia na energię podstawową modelu BCS.

- 5) Interpretacja kwazicząstek Bogolubowa jako wzbudzeń termicznych będących kombinacją liniową cząstka-dziura.
- 6) Przerwa energetyczna w nadprzewodniku jako jego parametr porządku.
- 7) Transport w nadprzewodniku bez dysypacji i rola przerwy energetycznej. Stany rozproszeniowe par Coopera.
- 8) Diagram fazowy dla nadprzewodnika I typu - istnienie prądu krytycznego, krytycznego pola magnetycznego oraz krytycznej temperatury.
- 9) Równanie przerwy energetycznej. Wartość przewy energetycznej w zerowej temperaturze.