Fizyka elementarna - materiały dla studentów. Części 1 i 2.

Przygotowanie: Piotr Nieżurawski (24.09.2008)

Literatura

Jan Blinowski, Włodzimierz Zielicz *„Fizyka i astronomia. Część 1”*:
Rozdział 2, podrozdziały 3–5, podrozdział 6 paragrafy 1 i 2 (strony 33–70).

Definicje

Torem punktu materialnego nazywamy krzywą, po której porusza się ten punkt w danym układzie odniesienia.

Drogą nazywamy długość toru. *Uwaga:* Fragmenty krzywej, po której porusza się punkt materialny, mogą nakładać się na siebie i wtedy przy obliczaniu drogi musimy dodawać długość każdego fragmentu tyle razy, ile razy został przebyty przez punkt materialny. Np. biedronka, która przeszła 4 razy od jednego końca pręta do drugiego i z powrotem, pokonała drogę 8 m, jeśli pręt miał długość 1 m. Natomiast tor biedronki na wykresie będzie zaznaczony za pomocą jednego odcinka o długości 1 m.

Wektor przemieszczenia (przesunięcia) jest różnicą dwóch wektorów położenia: końcowego i początkowego. Wartość wektora przemieszczenia na ogół nie jest równa drodze.

Szybkością średnią na drodze ΔS nazywamy stosunek:

$$\langle u \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t} \ ,$$

gdzie Δt jest czasem, w którym ciało przebyło drogę ΔS.

Prędkością średnią nazywamy stosunek przemieszczenia $\Delta\vec{r}$ do czasu Δt, w którym to przemieszczenie nastąpiło:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \begin{pmatrix} \langle v_X \rangle \\ \langle v_Y \rangle \\ \langle v_Z \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ \frac{\Delta y}{\Delta t} \\ \frac{\Delta z}{\Delta t} \end{pmatrix}$$

W szczególności prędkość średnia ruchu może być równa zeru, a szybkość tego samego ruchu nie.

Prędkością chwilową nazywamy stosunek wektora przemieszczenia do czasu, w którym to przemieszczenie nastąpiło, przy czym czas ten jest bardzo „krótki” (czyli jest to prędkość średnia przy $\Delta t \to 0$):

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \ \text{ przy } \ \Delta t \to 0$$

Gdy rozpatrujemy ruch po linii prostej, możemy tak dobrać układ współrzędnych, że zmienia się tylko jedna współrzędna, np. x. Jedyna istotna składowa przesunięcia jest wtedy równa różnicy współrzędnych, czyli $\Delta x = x_2 - x_1$, a prędkość chwilowa wynosi:

$$v_X = \frac{\Delta x}{\Delta t} \ \text{ przy } \ \Delta t \to 0$$

Uwaga! Zwyczajowo zamiast określenia **„szybkość”** używa się określenia **„prędkość”**. Przeważnie z kontekstu można wywnioskować, o którą wielkość chodzi. Np. w pytaniu o średnią prędkość samochodu na trasie Warszawa-Kraków-Gniezno pytający raczej ma na myśli średnią szybkość.

Pytania

1. Mrówka przeszła wzdłuż wektora $\vec{A}$, następnie wzdłuż wektora $\vec{B}$, a na koniec wzdłuż wektora $\vec{C}$. Gdzie znajduje się mrówka i jaki kształt ma jej tor, jeśli $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=0$?

2. W jakim ruchu prędkość średnia jest równa zeru, a szybkość średnia nie? Czy ma znaczenie wybór przedziału czasu, po którym uśredniamy te wielkości?

3. Jak krótki musi być przedział czasu, w którym mierzymy zmianę położenia np. samochodu, abyśmy mogli obliczyć prędkość chwilową?

4. Przy bezwietrznej pogodzie torem kropli deszczu w układzie związanym z oknem wagonu jest prosta. Co można powiedzieć o ruchu kropli deszczu względem torów, jeśli wiadomo, że pociąg jedzie ze stałą prędkością?

5. Jak w układzie związanym z szynami wygląda tor pasażera spacerującego ze stałą szybkością od okna w przedziale do okna na korytarzu? Rozważ kilka rodzajów ruchu pociągu.

Zadania do rozwiązania na ćwiczeniach

Zadanie 1. Próbka zawiera pewną liczbę jąder promieniotwórczego pierwiastka. Oblicz, jaka część jąder tego pierwiastka pozostanie po n latach. Wiadomo, że w trakcie roku w dowolnej próbce rozpada się część q jąder tego pierwiastka. Uzyskaj również wynik liczbowy, jeśli $n=7$ oraz $q=\frac{1}{2}$.

Zadanie 2. Ze stropu groty zaczęły spadać krople wody, uderzając w lustro podziemnego jeziora. Odstęp czasu między pierwszym a drugim uderzeniem wynosił $\Delta t_1 = 0,1$ s. Odstęp czasu między drugim a trzecim uderzeniem był równy $\Delta t_2 = 2\,\Delta t_1 = 0,2$ s. Ogólnie: odstęp czasu między uderzeniami o indeksie k oraz $k+1$ był równy $\Delta t_k = k\,\Delta t_1$. Ile uderzeń usłyszał grotołaz w czasie $T = 100$ s od pierwszego uderzenia?
Uwaga: W zadaniach domowych znajduje się modyfikacja tego zadania.

Zadanie 3. Biedronka porusza się ze stałą prędkością[1] $v = 2$ cm/s po sześciennej kostce o boku $l = 30$ cm. Ile czasu potrzebuje biedronka na przejście między wierzchołkami leżącymi na prostej przechodzącej przez środek symetrii sześcianu, jeśli:
a) może poruszać się tylko po krawędziach sześcianu?
b) może poruszać się po prostej łączącej wierzchołki startowy i docelowy (kostka z tunelem)?

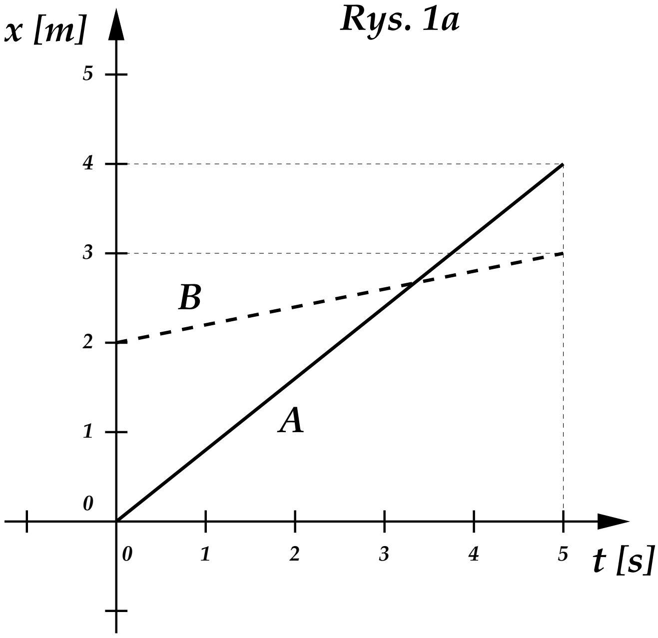
Zadanie 4. Fregata, płynąc wzdłuż równoleżnika na szerokości geograficznej 60°, zmieniła pozycję o 15° długości geograficznej (czyli o $\pi/12$ radianów), a następnie, płynąc wzdłuż południka, zmieniła pozycję o 18° szerokości geograficznej (czyli o $\pi/10$ radianów). Oblicz drogę, jaką przebył statek, zakładając, że poruszał się po sferze o promieniu $R_Z = 6370$ km.

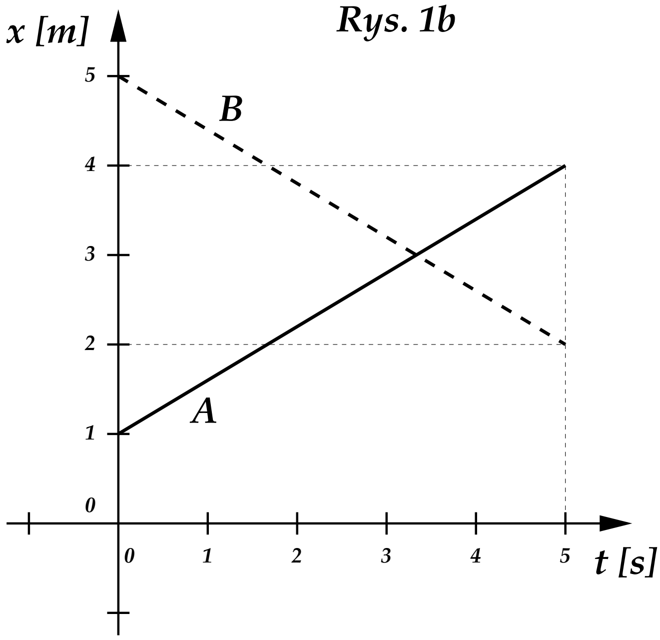
Zadanie 5. Żołnierz zaczął strzelać z karabinu AK-74 do tarczy oddalonej od niego o $l = 400$ m. Pociski wylatują z częstością $f = 10$ Hz i poruszają się z prędkością $v = 900$ m/s. Prędkość dźwięku wynosi $u = 340$ m/s (w powietrzu o temeraturze 15°C). Oblicz, ile pocisków trafi w tarczę, zanim dotrze do niej dźwięk pierwszego wystrzału.

Zadanie 6. Mucha wystartowała z szyby samochodu w momencie, gdy znajdowała się w odległości $L = 10$ m od ściany domu. Samochód zaczął się wtedy poruszać i szyba zbliża się do ściany z prędkością $v = 3,6$ km/h. Oszalała mucha lata tam i z powrotem między szybą a ścianą z prędkością $u = 4$ m/s; owad porusza się zawsze po prostej prostopadłej do ściany i przechodzącej przez punkt startu na szybie. Oblicz drogę, jaką przebyła mucha do momentu, gdy szyba znalazła się w odległości $l = 1$ m od ściany.
Uwaga: W zadaniach domowych znajduje się kontynuacja tego zadania.

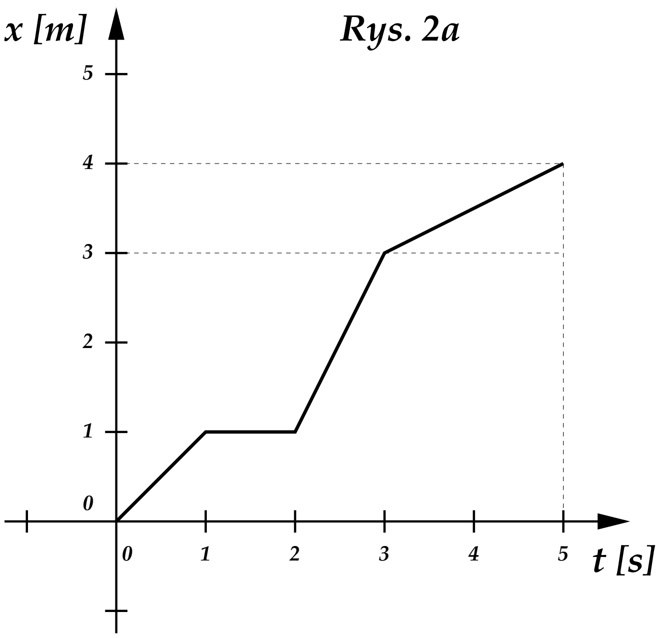
[1] Przykład użycia słowa „prędkość” zamiast „szybkość”.

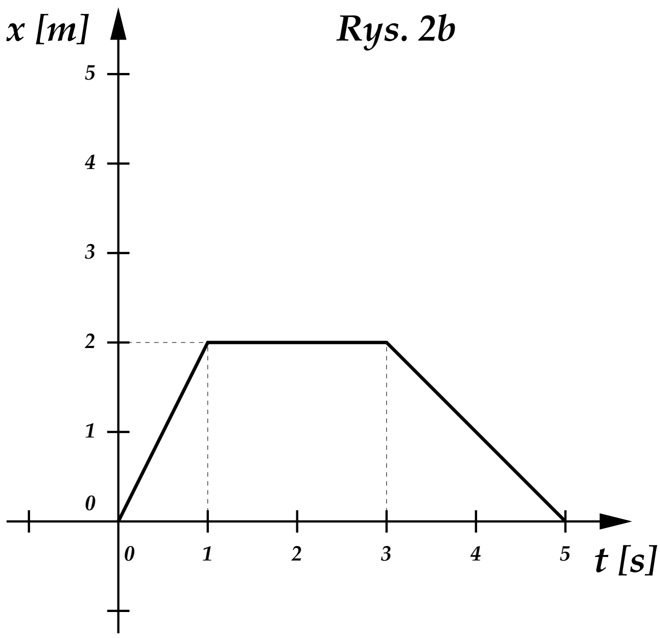
Zadanie 7. Każdy z rysunków 1a oraz 1b przedstawia zależność współrzędnej x od czasu t dla dwóch ciał: A i B. Zapisz zależność $x(t)$ dla obu ciał w każdym przypadku; oblicz ich prędkości. Czy ciała te spotkają się? Jeśli tak, to po jakim czasie od chwili $t = 0$?





Zadanie 8. Rysunki 2a oraz 2b przedstawiają zależność współrzędnej $x(t)$ dla pewnego ciała. Przeanalizuj te ruchy, oblicz prędkość w poszczególnych jego fazach (wykonaj wykresy), oblicz prędkość średnią i szybkość średnią całego ruchu.





Zadanie 9. Przez rzekę przepływa łódka, która jest cały czas skierowana prostopadle do brzegu. Prędkość nurtu rzeki wynosi v_X, a prędkość łódki względem wody v_Y. Napisz *parametryczne* równanie toru, czyli zależność wektora położenia od czasu $\vec{r}(t)$ (wektor $\vec{r}(t)$ wyraź przez funkcje $x(t),\ y(t),\ z(t)$) w układzie związanym z brzegiem, w którym oś X wyznacza linię brzegową, a oś Y zawarta jest w płaszczyźnie wyznaczonej przez lustro wody. Parametrem w tych równaniach jest czas t. Jeśli z równań zostanie wyeliminowany czas, to uzyskamy zależność $y(x)$, czyli równanie toru na płaszczyźnie. Oblicz tangens kąta nachylenia toru łódki do brzegu rzeki.

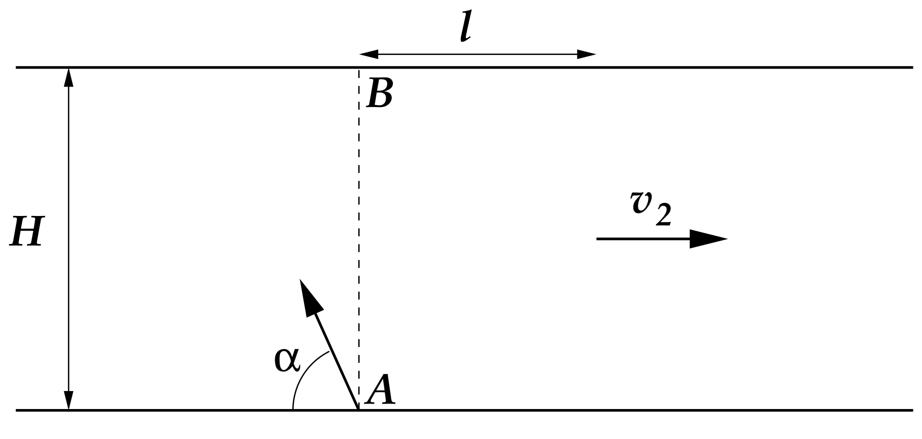
Zadanie 10. W przestrzeni kosmicznej porusza się bryła skalna. W pewym układzie kartezjańskim jej położenie zależy od czasu następująco

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_x t + x_0 \\ v_y t \\ v_z t \end{pmatrix}$$

Jaki jest tor bryły skalnej?
Jakie warunki musimy spełnić, ustawiając działo, którym powinniśmy rozbić bryłę skalną, jeśli: wylot działa znajduje się w początku układu współrzędnych, musimy strzelać w chwili $t = 0$, a prędkość pocisku wynosi u?
Jeśli $v_x = -3$ m/s, $x_0 = 200$ m, $v_y = v_z = 6$ m/s oraz $u = 11$ m/s, znajdź wektor (wektory?) prędkości pocisku, który uderzy w bryłę.
Podaj przykład sytuacji, w której trafienie pociskiem w bryłę nie jest możliwe.

Zadanie 11. Przewoźnik, który przeprawia się przez rzekę o szerokości H z punktu A, przez cały czas kieruje łódź pod kątem α względem brzegu rzeki (czyli między brzegiem a prostą przechodzącą przez dziób i środek rufy jest kąt α; Rys. 3). Wyznacz prędkość łódki względem wody $\vec{v}_1$, jeśli prędkość wody względem brzegu wynosi $\vec{v}_2$ (równoległa do brzegu), a łódkę zniosło na odległość l poniżej punktu B.

Rys. 3



Uwaga: Do **zadań domowych** należą również zadania nierozwiązane na ćwiczeniach, ale zamieszczone powyżej. Zasada ta dotyczy wszystkich części.