

Drugie kolokwium przykładowe  
Matematyka 2, semestr letni 2010/2011

**Zadanie 1.** Obliczyć

$$\frac{dz}{dx}(1) \quad \text{i} \quad \frac{d^2z}{dx^2}(1)$$

jeśli

$$z(x) = x^2 + y^2(x),$$

a funkcja  $x \mapsto y(x)$  zadana jest niejawnie w otoczeniu  $(1, 1)$  równaniem

$$x^2 - xy + y^3 = 1.$$



**Zadanie 2.** Znaleźć wszystkie punkty krytyczne funkcji

$$f(x, y) = (1 + e^y) \cos(x) - ye^y$$

i używając drugiej pochodnej zbadać typ jednego z nich. ♠

**Zadanie 3.** Niech  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją różniczkowalną przynajmniej dwa razy w sposób ciągły. Zapisać wyrażenie

$$x \frac{\partial f}{\partial y} - y \frac{\partial f}{\partial x} + xy \left( \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right) + (x^2 - y^2) \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

we współrzędnych biegunowych  $(r, \varphi)$  danych wzorami

$$x = r \cos(\varphi) \quad y = r \sin(\varphi).$$



**Zadanie 4.** Wśród prostopadłościanów, których całkowita powierzchnia jest równa 24, znaleźć prostopadłościan o największej objętości. Podać długość jego krawędzi. ♠