# Kolokwium II, 16 maja 2011 - Matematyka II 2010/2011L

Wszelkie pytania oraz uwagi o błędach proszę kierować do prowadzących. Zadania umieścić na osobnych, podpisanych kartkach. Na rozwiązaniach umieścić nazwisko prowadzącego grupę.

**Zadanie 1.** Niech $z : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ i $z(x,y) = x^2 + y^2 - 8x + 4y$. Znaleźć największą i najmniejszą wartość funkcji $z(x,y)$ w kole $x^2 + y^2 \leqslant 45$.

**Zadanie 2.** Spośród prostokątów wpisanych w elipsę o półosiach $a$, $b$ znaleźć ten o największym polu. Odpowiedź uzasadnić.

**Zadanie 3.** Równanie $\frac{1}{2}z\left(x^2+y^2\right) + z^3 - 1 = 0$ zadaje powierzchnię w $\mathbb{R}^3$. Zbadać punkty krytyczne funkcji uwikłanej $z(x,y)$, jeśli jest poprawnie określona.

**Zadanie 4.** Na płaszczyźnie zadajemy współrzędne paraboliczne $(\sigma, \tau)$, zdefiniowane odwzorowaniem

$$(x(\sigma,\tau), y(\sigma,\tau)) = \left(\sigma^2 - \tau^2, 2\sigma\tau\right).$$

Rozwiązać równanie

$$\frac{1}{2(\sigma^2+\tau^2)}\left[\tau\frac{\partial}{\partial\sigma} + \sigma\frac{\partial}{\partial\tau}\right] f(\sigma,\tau) = f(\sigma,\tau)$$

zamieniając zmienne na kartezjańskie $(x,y)$.

***Powodzenia!***