

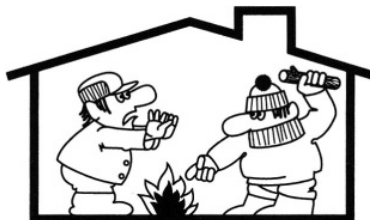
Termodynamika i Fizyka Statystyczna R

Zadania domowe – seria wielkanocna

Oto kilka problemów do rozważań na Święta. Chociaż seria jest nieobowiązkowa, spisując swoje przemyślenia dotyczące jednego z zadań, można zrobić sobie prezent w postaci dodatkowych punktów.

1. ★ Fizyk i drwal

Fizyk i drwal siedzą w górskiej chacie ogrzewanej wielkim piecem na drewno. Drwal prosi fizyka, żeby porąbał drewno i dorzucił do ognia, ten jednak odmawia, tłumacząc, że palenie w piecu nie ma sensu, bo i tak nie mogą zwiększyć całkowitej energii cząsteczek powietrza w chacie, gdyż skoro objętość chaty, $V = \text{const.}$ oraz ciśnienie w chacie, $p = \text{const.}$, to - z równania stanu gazu w chacie ($U = c_v \frac{pV}{R}$) - energia jest stała. Drwal jednak nie zgadza się z fizykiem traktując to jako wykręt. Kto ma rację?

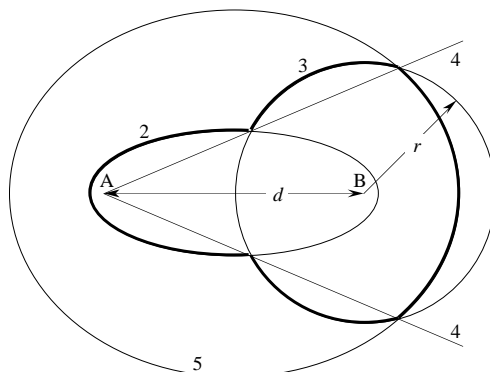


2. ✖ Czy w raju jest ciepło?

W księdze Izajasza czytamy, że w raju: "Światło Księżyca będzie jak światło słoneczne, a światło Słońca stanie się siedmiokrotne" (Iz 30:26). Oszacuj temperaturę raju korzystając z prawa Stefana-Boltzmann'a omawiając dokładnie przyjęte założenia.

3. ★ Optyczne perpetuum mobile

Konstruujemy wnękę - częściowo elipsoidalną, częściowo sferyczną - jak na rysunku. Punkty A i B są ogniskami elipsoid (2) i (5), dodatkowo punkt B jest środkiem sfery (3). Kawałki tych brył łączymy uzyskując kształt zaznaczony na rysunku pogrubioną linią. Powierzchnie wnęki posrebrzamy, aby odbijała promienie świetlne. Następnie w punktach A i B umieszczamy ciała o temperaturach T_A i T_B , przy czym początkowo $T_B = T_A$. Z praw optyki geometrycznej wynika, że całe promieniowanie wysyłane przez punkt A, po odbiciu od ścianki, skupi się w punkcie B. Jednak nie całe promieniowanie wysyłane przez B skupi się w A (ta część, która odbije się od wewnętrznej powierzchni sfery (3) wróci do B). Oznacza to, że temperatura ciała A będzie malała, zaś B rosła, aż w końcu ustali się stan stacjonarny, w którym $T_B > T_A$. Czy skonstruowaliśmy w ten sposób perpetuum mobile drugiego rodzaju?



4. * Atom wodoru

Widmo energetyczne atomu wodoru ma postać

$$E_n = -\frac{R}{n^2}$$

gdzie R jest stałą Rydberga. Dodatkowo degeneracja n -tego stanu energetycznego wynosi $g_n = n^2$ (jeśli nie rozważamy spinu). Policzmy sumę statystyczną atomu wodoru o temperaturze T . Sumę statystyczną można zapisać w postaci sumy po poziomach energetycznych

$$Z = \sum_n g_n e^{-\beta E_n}$$

gdzie g_n jest degeneracją n -tego poziomu, a E_n - jego energią. Dla atomu wodoru przybierze to postać

$$Z = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{\frac{\beta R}{n^2}}$$

Sumę tę łatwo oszacować z dołu:

$$Z > \sum_{n=1}^{\infty} n^2$$

Jednakże szereg $\sum_{n=1}^{\infty} n^2$ jest rozbieżny, a więc nasza suma - również. Wzięcie pod uwagę stanów z widma ciągłego rozbieżność tę jeszcze wzmacnia. Wygląda więc na to, że prawdopodobieństwo, że atom wodoru będzie znaleziony w stanie podstawowym (które wynosi $P_0 = e^{\beta R}/Z$) jest równe zero. Wydaje się to dziwne, bo czasem jednak spotyka się atomy wodoru w stanie podstawowym. Co ciekawe, wynik ten nie zależy od temperatury, a przecież w dostatecznie niskich temperaturach, kiedy kT jest dużo mniejsze niż energia stanów wzbudzonych, spodziewamy się, że $P_0 \rightarrow 1$. Czy oznacza to, że fizyka statystyczna nie potrafi opisać nawet atomu wodoru?

Rozwiązania (samodzielne!) nie więcej niż jednego z powyższych problemów można przynieść na pierwszy wykład po Świętach, lub wysłać mailem (pa.szymczak@uw.edu.pl) do 13.04 godz 10:20.

Wesołych Świąt! (Swoją drogą: czy entropia jajka zwiększa się czy zmniejsza w wyniku ugotowania?)