

Termodynamika i fizyka statystyczna R - Zadania domowe - seria 7 (Radek.Przenioslo@fuw.edu.pl)

Zadanie 1

Dany jest gaz dla którego poprawnie działa następujące równanie stanu:

$$pV = RT \exp\left(-\frac{a}{TV}\right)$$

gdzie $R > 0$ oraz $a > 0$. Wyznacz współczynnik rozszerzalności objętościowej (izobarycznej) γ_P oraz współczynnik ścisłości izotermicznej κ_T :

$$\gamma_P = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

Zadanie 2

Wiemy że dla pewnego gazu współczynnik rozszerzalności objętościowej (izobarycznej) γ_P oraz współczynnik ścisłości izotermicznej κ_T spełniają:

$$\gamma_P = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{aT^2}{p} \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \frac{bT^3}{p^2}$$

gdzie $a > 0$ oraz $b > 0$. Znajdź równanie stanu gazu oraz sprawdź czy parametry a oraz b mogą być dowolne czy muszą być związane jakimś równaniem.

Zadanie 3

Wiadomo, że temperatura warstw powietrza maleje z wysokością. Zakładamy że przejście powietrza od warstwy na wysokości z do warstwy na wysokości $z + \Delta z$ wiąże się z przemianą adiabatyczną (indeks adiabatyczny powietrza to $\gamma = 7/5$). Korzystając z relacji dla ciśnienia hydrostatycznego oraz równania stanu gazu doskonałego:

$$\frac{dp}{dz} = -Mg \frac{N}{V} \quad \text{oraz} \quad pV = Nk_B T$$

gdzie N - liczba cząstek V - objętość, M masa molowa, udowodnij, że:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_S = -\frac{Mg}{k_B} (1 - \gamma^{-1})$$

Zadanie 4

Zamocowany pionowo cylinder w kształcie walca jest wypełniony gazem doskonałym o indeksie adiabatycznym $\gamma = 5/3$ i zamknięty od góry tłokiem o masie m_1 . Tłok może się przesuwać pionowo bez tarcia i nie ma ciśnienia zewnętrznego. Początkowo tłok zajmuje położenie w którym siła ciężkości jest równoważona przez siłę wywieraną przez gaz. Znamy początkową objętość oraz temperaturę gazu: V_1 i T_1 . Rozważamy dwa różne procesy sprężania gazu do końcowej objętości V_2 oraz temperatury T_2

Proces A: Tłok jest osłonięty adiabatycznie, i sprężamy gaz kładąc infinitesimalnie małe ciężarki na tłok aż osiągnie on masę końcową $m_2 > m_1$. Obliczyć końcową objętość V_2 i temperaturę T_2 .

Proces B: Sprężamy gaz kładąc infinitezymalnie małe ciężarki na tłok aż osiągnie on masę końcową $m_2 > m_1$, ale tłok nie jest osłonięty tylko wywołujemy przepływy ciepła takie, aby w każdym kroku przemiany suma energii wewnętrznej gazu oraz energia potencjalna ciężarka $m_i g h_i$ (w i -tym kroku przemiany) były stałe.

Dla procesów A oraz B obliczyć:

- a) V_2/V_1 oraz T_2/T_1 ,
- b) zmianę entropii w obydwu procesach,
- c) zmianę całkowitej energii $mgh + U$ w obydwu procesach.

Wykonać obliczenia dla $m_2/m_1 = 2$.