

Termodynamika i Fizyka Statystyczna R

Zadania domowe - seria 6

1. Klasyczny układ fizyczny jest w kontakcie z rezerwuarem o temperaturze T . Energia potencjalna tego układu dąży do ∞ na brzegach (np. jest zamknięty w pudełku). Pokaż, że

- średnia energia na stopień swobody jest równa $\frac{1}{2}kT$
- zachodzi relacja

$$\left\langle q_i \frac{\partial V}{\partial q_j} \right\rangle = kT \delta_{ij}$$

2. Rozważ jednowymiarowy gaz N ultrarelatywistycznych cząstek o relacji dyspersyjnej $\epsilon = pc$ w kontakcie z rezerwuarem o temperaturze T . Oblicz sumę statystyczną układu, jego energię wewnętrzną, energię na jedną cząstkę, pojemność cieplną $C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V,N}$ oraz ciśnienie.

3. Rozważ gaz N klasycznych dwuatomowych cząsteczek z momentem dipolowym w stałym zewnętrznym polu elektrycznym w temperaturze T . Energia jednej cząstki wynosi (w przybliżeniu sztywnego rotatora)

$$\epsilon = \frac{p^2}{2m} + \frac{p_\theta^2}{2I} + \frac{p_\phi^2}{2I \sin^2 \theta} - dE \cos \theta,$$

gdzie p to pęd translacyjny, m masa, I moment bezwładności, kąty θ i ϕ opisują orientację cząsteczki względem kierunku pola, d to moment dipolowy w jej układzie odniesienia, E to natężenie pola (zakładamy $dE \ll kT$). Oblicz energię swobodną układu i jego polaryzację (średni całkowity moment dipolowy) w funkcji temperatury.

4. * Rozważ ponownie gaz dwuatomowych cząsteczek, ale tym razem napisz pełen lagrangian jednej cząsteczki jako dwóch atomów oddziałujących potencjałem $\frac{k}{2}(r-a)^2$, gdzie r to odległość pomiędzy atomami a a to jej równowagowa wartość. Napisz odpowiedni hamiltonian i sumę statystyczną dla jednej cząsteczki wykonując całkę po 12-wymiarowej przestrzeni fazowej. Wspomagając się w razie potrzeby numerycznie, zbadaj ciepło molowe C_V w funkcji temperatury. Przeanalizuj przypadek wysokich i niskich temperatur. Zakładając wiązanie jonowe (jeden atom naładowany ujemnie, drugi dodatnio), zbadaj wpływ słabego pola elektrycznego.

Krzysztof Jachymski, email: Krzysztof.Jachymski@fuw.edu.pl