

Zadania z matematyki dla studentów Wydziału GiGP. Seria I

1. Używając metody indukcji matematycznej udowodnić równości

(a) $1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1} = \frac{1-q^n}{1-q}$ (tutaj $q \in \mathbb{R}, q \neq 1$);

(b) $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$

dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$.

Wskazówka: w zadaniu 1(b) skorzystać ze wzoru $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$.

2. Znaleźć granice ciągów:

(a) $a_n = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}}$;

(b) $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$;

(c) $a_n = \sqrt[n]{2^n + 3^{n+1}}$;

(d) $a_n = \sqrt[n]{(1/10)^n + 8^{n-3}}$.