

Zadania z algebry, seria 2, maj 2010

1. Znaleźć znak σ , rozkład σ na cykle rozłączne oraz obliczyć σ^{100} , jeżeli

$$\sigma := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 5 & 8 & 9 & 1 & 3 & 10 & 4 & 2 & 7 & 11 & 6 \end{pmatrix}.$$

2. Sprawdzić, że wzór $\sigma(x) := 3x - 25E(\frac{x-1}{8})$ określa permutację zbioru $X := \overline{0, 25}$, znaleźć rozkłady σ oraz σ^4 na cykle rozłączne, obliczyć znak σ (tutaj $E(y)$ oznacza część całkowitą liczby y).

3. Niech $A : V \rightarrow W$, $\dim V = 3$, $\dim W = 2$, będzie w bazach $e = (e_1, e_2, e_3)$ i $f = (f_1, f_2)$ reprezentowane macierzą

$$[A]_e^f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Wyznaczyć macierz A w bazach $(e_1, e_1 + e_2, e_1 + e_2 + e_3)$, $(f_1, f_1 + f_2)$.

4. Dla macierzy

$$A := \begin{bmatrix} 4 & 6 & 18 \\ -3 & -7 & -27 \\ 1 & 3 & 11 \end{bmatrix}$$

znaleźć wektory i wartości własne, oraz taką macierz X , że $X^{-1}AX = D$, gdzie D jest macierzą diagonalną. Obliczyć A^4 .