Fizyka Statystyczna A, 2024/2025
Zadania domowe seria 2

Termin oddania: 29. listopada, godzina 10.00 w sali 0.03 (po wykładzie) bądź mailowo na adres: mm.napiorkowsk@uw.edu.pl

Zadanie 1

Rzucamy kostką tak długo, aż wyrzucimy wszystkie oczka. Znaleźć wartość oczekiwaną (średnią) liczby rzutów.

Zadanie 2

Pokazać, że n nierozróżnialnych kul można rozmieścić do k rozróżnialnych przegródek na $\binom{n+k-1}{k-1}$ sposobów.

Zadanie 3

Rozważmy N nierozróżnialnych cząstek relatywistycznych poruszających się w jednym wymiarze, których energia dana jest przez hamiltonian

$$H(\{q,p\}) = \sum_{i=1}^{N} \big(c|p_i| + U(q_i)\big),$$

gdzie $U(q_i) = 0$ gdy $0 \leqslant q_i \leqslant L$ oraz $U(q_i) = \infty$ w pozostałych przypadkach. Rozważamy zespół mikrokanoniczny o całkowitej energii E.

1. Znaleźć entropię $S(E, L, N)$ dla powyższego układu. Wskazówka: objętość zbioru $\sum_{i=1}^{d} x_i \leqslant R$ dla $x_i \geqslant 0$ w d wymiarach dane jest przez $R^d/d!$.
2. Obliczyć ciśnienie P. Wyznaczyć równanie stanu.
3. Obliczyć ciepła właściwe C_L oraz C_P.
4. Jakie jest prawdopodobieństwo $p(p_1)$ znalezienia cząstki o pędzie p_1?

Zadanie 4

W zbiorniku o kształcie sześcianu o boku L znajduje się N cząsteczek gazu doskonałego. Ścianki naczynia są sztywne i adiabatyczne. Znaleźć fluktuacje (tj. odchylenie standardowe) położenia środka masy układu w stanie równowagi.

Zadanie 5

Na ćwiczeniach rozważaliśmy układ N nieoddziałujących atomów dwustanowych — mogących przebywać w stanie podstawowym o energii 0 i stanie wzbudzonym o energii ϵ.

Rozważmy N atomów z których każdy może przebywaćw jednym z 3 stanów: podstawowym o energii 0, pierwszym wzbudzonym o energii ϵ lub drugim stanie wzbudzonym także o energii ϵ.

1. Znaleźć entropię $S(E, N)$ dla powyższego układu.
2. Obliczyć temperaturę T w funkcji energii wewnętrznej.
3. Obliczyć energię wewnętrzną w funkcji temperatury i pojemność cieplną C_V .

Zadanie 6

Rozważamy gaz N, twardych (sprężyście się odbijających), nierozróżnialnych kul, z których każda ma objętość ω i masę m. Kule poruszają się w pudle o objętości V. Obliczyć $S(E, N, V)$, wyznaczyć równanie stanu i pokazać, że ściśliwość izotermiczna

$$\kappa_T := -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

jest dodatnia.
Wskazówka: skorzystać z przybliżenia

$$(V - n\omega)(V - (N - n)\omega) \approx (V - \frac{N\omega}{2})^2.$$