

Fizyka Statystyczna A, 2024/2025

Zadania domowe seria 1

Termin oddania: 8 listopada 2024 (na wykładzie)
Alternatywnie na adres e-mail: gel@fuw.edu.pl

1 Zadanie 1

Rozważmy układ dla którego spełnione jest równanie stanu $f(p, V, T) = 0$ (dla pewnej funkcji f). Pokazać, że

a)

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = \frac{1}{\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T};$$

b)

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = -1.$$

2 Zadanie 2

Jeden mol jednoatomowego gazu doskonałego poddany jest procesowi cyklicznemu złożonemu z dwóch izobar p_1 i $p_2 = 2p_1$ i dwóch izochor V_1 i $V_2 = 2V_1$.

1. Naszczuj przebieg procesu we współrzędnych (p, V)
2. Ile wynosi ciepło pobrane, a ile ciepło oddane przez gaz w trakcie jednego cyklu powyższego procesu? Molowe ciepło właściwe jednoatomowego gazu doskonałego $c_v = 3/2R$.
3. Ile wynosi praca wykonana przez gaz w powyższym procesie?
4. Jaka jest sprawność η tego procesu jako silnika? (Jak zmieniłyby się wzór dla przypadku lodówki i pompy ciepła?)

3 Zadanie 3

Równanie stanu gazu van der Waalsa dane jest przez

$$p = \frac{NRT}{V - Nb} - a\frac{N^2}{V^2},$$

gdzie a i b to stałe. Zakładając, że ciepło właściwe przy stałej objętości dane jest przez

$$C_V = NT^2,$$

wyznaczyć energię wewnętrzną $U(T, V, N)$ oraz entropię $S(T, V, N)$ gazu van der Waalsa.

4 Zadanie 4

Chcemy wypełnić wannę 200kg wody o temperaturze 30°C dysponując wodą bieżącą o temperaturze 10°C i 50°C . Zamiast mieszać wodę ciepłą i zimną, generując entropię, chcielibyśmy odzyskać z dostarczanej wody możliwie dużo energii. Ile energii można wyprowadzić z układu w takim procesie? Ile wody cieplej a ile zimnej powinniśmy zużyć, pamiętając że cała woda musi ostatecznie trafić do wypełnianej wanny? Czy uzyskana energia wystarczy do naładowania telefonu komórkowego (10 kJ)? Załóż, że ciepło właściwe wody nie zależy od temperatury i wynosi $4.2 \text{ kJ}/(\text{kg K})$.

Wskazówka: Maksymalną energię można odzyskać z układu przeprowadzając proces w sposób odwracalny, np.: używając w silniku Carnota wody cieplej o temperaturze 50°C jako grzejnika, a wody o temperaturze 10°C jako chłodnicy, aż do wyrównania ich temperatur, i dopiero potem je mieszając.

5 Zadanie 5

Wg “informacji z internetów” wetknięcie po omacku wtyczki USB do gniazdka wymaga przeciętnie trzech prób. Rozważmy model: początkowo wtyczka jest w losowej orientacji (50%/50%). Jeśli orientacja jest nieprawidłowa — próba z prawdopodobieństwem 1 jest nieudana, odwracamy wtyczkę i powtarzamy; jeśli orientacja wtyczki jest poprawna to z prawdopodobieństwem p uda nam się ją wetknąć w gniazdko, a z prawdopodobieństwem $1-p$ nam się nie uda i wtedy odwracamy wtyczkę i powtórzymy próbę. Ile musi wynosić p aby zgodnie z internetową mądrością potrzeba było średnio trzech prób?

6 Zadanie 6

Znaleźć średnią i wariancję następujących rozkładów:

- *Rozkład jednorodny*

$$p(x) = \frac{1}{2a} \text{ dla } x \in (-a, a) \text{ i } p(x) = 0 \text{ w przeciwnym przypadku;}$$

- *Rozkład Laplace’a*

$$p(x) = \frac{1}{2a} \exp(-|x|/a) \text{ dla } x \in \mathbb{R};$$

- *Rozkład Maxwella*

$$p(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{x^2}{a^3} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right) \text{ dla } x \geq 0.$$