

Zdania domowe z Matematyki III Geometria różniczkowa

Współrzędne bisferyczne (u, v, ϕ) wiążą się ze współrzędnymi kartezjańskimi w następujący sposób

$$x = \frac{\sin v \cos \phi}{\cosh u - \cos v}, \quad y = \frac{\sin v \sin \phi}{\cosh u - \cos v},$$
$$z = \frac{\sinh u}{\cosh u - \cos v}.$$

- Wyraź bazę (reper) złożoną z wektorów (pól wektorowych) współrzędnościowych (pól stycznych do odpowiednich linii współrzędnych) $\left(\frac{\partial}{\partial u}, \frac{\partial}{\partial v}, \frac{\partial}{\partial \phi}\right)$ w bazie $\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$ i odwrotnie.
- Wyraź kowektory bazy (reper) dualnej (dx, dy, dz) przez kowektory (du, dv, dz) .
- Zapisz tensor metryczny w nowych współrzędnych. Czy współrzędne te są ortogonalne?
- Zapisz formę objętości we współrzędnych bisferycznych.
- Zapisz gradient, dywergencję, rotację i laplasjan we współrzędnych bisferycznych.