

**Zadania treningowe z Matematyki II, sem. let. 2016/2017.**

Opracował: Maciej Karczmarczyk

**Seria: ekstrema warunkowe, 31.05.2017 r.**

**Zadanie 1.** Znajdź ekstrema funkcji  $F(x, y)$  przy warunku  $G(x, y) = 0$ :

(a)  $F(x, y) = x^2 + xy + y^2$ ,  $G(x, y) = x + y - 1$ ,

(b)  $F(x, y) = x^2 + y^2$ ,  $G(x, y) = xy - 1$ ,

(c)  $F(x, y) = x^3 + y^3$ ,  $G(x, y) = x + y - 2$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,

(d)  $F(x, y) = x + y$ ,  $G(x, y) = e^{x+y} - xy - 1$ ,

(e)  $F(x, y) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ ,  $G(x, y) = x + y - 3$ ,  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ ,

(f)  $F(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$ ,  $G(x, y) = x - y + \frac{\pi}{4}$ .

*Odp.*

Ad (a) Minimum w  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ .

Ad (b) Minima w  $(1, 1)$  i  $(-1, -1)$ .

Ad (c) Minimum w  $(1, 1)$ .

Ad (d) Maksimum w  $(0, 0)$ .

Ad (e) Minimum w  $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ .

Ad (f) Maksimum w  $(\frac{\pi}{8}, -\frac{\pi}{8})$ .

**Zadanie 2.** Znajdź ekstrema funkcji  $F(x, y, z) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$  przy warunku  $G(x, y, z) = x + y + z - 1 = 0$ .

**Zadanie 3.** Znajdź ekstremum funkcji  $F(x, y, z, w) = x^2 + 2y^2 + z^2 + w^2$  przy warunkach  $G_1(x, y, z, w) = x + y + z + 3w - 1 = 0$  i  $G_2(x, y, z, w) = x + y + 2z + w - 2 = 0$ .

*Odp.* Minimum w  $(\frac{4}{13}, \frac{2}{13}, \frac{53}{65}, -\frac{6}{65})$ .

**Zadanie 4.** Kilogram towaru  $X$  kosztuje 5 zł a kilogram towaru  $Y$  kosztuje 10 zł. Klient ma do dyspozycji 300 zł na zakupy. Zakładając, że funkcja użyteczności zakupów (im wyższą ma wartość, tym lepiej) klienta to  $f(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$  dla pewnego  $0 \leq \alpha \leq 1$  odpowiedz, jakie byłyby optymalne zakupy klienta.