

Matematyka II

Zadania domowe

Seria 5

Zad. 1. Oblicz następujące wyznaczniki

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ -\bar{\beta} & \bar{\alpha} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & a^2 \\ 1 & b^2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} x+1 & x \\ x^2 & x^2-x+1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \cos \alpha + i \sin \alpha & \cos \beta + i \sin \beta \\ \cos \alpha - i \sin \alpha & \cos \beta - i \sin \beta \end{vmatrix}, \\ & \begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 6 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} i & 0 & 3 \\ 2 & -i & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} i & 0 & 3 \\ 1 & -i & 1 \\ 2 & 0 & a \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a+x & a & a \\ a & a+x & a \\ a & a & a+x \end{vmatrix}, \\ & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} i & 0 & 2 & 0 \\ i & 1 & 3 & 0 \\ 2-i & 0 & i+2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} i & -i & 2 & 0 \\ i+1 & -2i & 4 & 0 \\ 2-i & 0 & i+2 & 1 \\ 1 & -i & 2 & 0 \end{vmatrix}, \\ & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 10 & 19 & 27 & -27 & -19 & 9 \\ 3 & 10 & -6 & 6 & 9 & 3 \\ 2 & 4 & -10 & 9 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 9 & -10 & 4 & 2 \\ 3 & 9 & 6 & -6 & 10 & 3 \\ 9 & -19 & -27 & 27 & 19 & 10 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Zad. 2. Pokaż, że pole P trójkąta o wierzchołkach $A = (0, 0)$, $B = (x_1, y_1)$, $C = (x_2, y_2)$ ma postać

$$P = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix} \right|.$$

Zad. 3. Wyznacz objętość równoległościanu rozpiętego na wektorach $u = [1, 2, 4]^T$, $v = [1, -1, 1]^T$, $w = [1, -2, 4]^T$.

Zad. 4. Znajdź odwzorowanie

$$f : V^4 \times V^4 \times V^4 \ni (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \mapsto \vec{d} = f(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \in V^4$$

takie, że $\vec{d} \perp \vec{a}$, $\vec{d} \perp \vec{b}$, $\vec{d} \perp \vec{c}$ i $f \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Wskazówka: Zapisz $\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ jako $\vec{d}^T \vec{v}$ tzn. rozwiń względem ostatniej kolumny.

Zad. 5. ! Znajdź 3-objętość 3-równoległościanu rozpiętego na wektorach $u = [1, 1, 1, 1]^T$, $v = [1, 2, 1, 1]^T$, $w = [1, 1, 3, 1]^T$.

Zad. 6. ! Znajdź 4-objętość 4-równoległościanu rozpiętego na wektorach $u = [1, 1, 1, 1]^T$, $v = [1, 2, 1, 1]^T$, $w = [1, 1, 3, 1]^T$, $z = [1, 1, 1, 4]^T$.