Matematyka II
Zadania domowe
Seria 8

Zad. 1. Oblicz następujące wyznaczniki

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ -\bar{\beta} & \bar{\alpha} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & a^2 \\ 1 & b^2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} x+1 & x \\ x^2 & x^2-x+1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \cos\alpha + i\sin\alpha & \cos\beta + i\sin\beta \\ \cos\alpha - i\sin\alpha & \cos\beta - i\sin\beta \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 6 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} i & 0 & 3 \\ 2 & -i & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} i & 0 & 3 \\ 1 & -i & 1 \\ 2 & 0 & a \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a+x & a & a \\ a & a+x & a \\ a & a & a+x \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} i & 0 & 2 & 0 \\ i & 1 & 3 & 0 \\ 2-i & 0 & i+2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} i & -i & 2 & 0 \\ i+1 & -2i & 4 & 0 \\ 2-i & 0 & i+2 & 1 \\ 1 & -i & 2 & 0 \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 10 & 19 & 27 & -27 & -19 & 9 \\ 3 & 10 & -6 & 6 & 9 & 3 \\ 2 & 4 & -10 & 9 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 9 & -10 & 4 & 2 \\ 3 & 9 & 6 & -6 & 10 & 3 \\ 9 & -19 & -27 & 27 & 19 & 10 \end{vmatrix}.$$

Zad. 2. Pokaż, że pole P trójkąta o wierzchołkach $A = (0,0)$, $B = (x_1, y_1)$, $C = (x_2, y_2)$ ma postać

$$P = \frac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}\right|.$$

Zad. 3. Wyznacz objętość równoległościanu rozpiętego na wektorach $u = (1,2,4)^T$, $v = (1,-1,1)^T$, $w = (1,-2,4)^T$.

Zad. 4. Znajdź odwzorowanie

$$f : V^4 \times V^4 \times V^4 \ni (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \mapsto \vec{d} = f(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \in V^4$$

takie, że $\vec{d} \perp \vec{a}$, $\quad \vec{d} \perp \vec{b}$, $\quad \vec{d} \perp \vec{c}$ $\quad$ i $\quad f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$

Wskazówka: Zapisz $\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$ jako $\vec{d}^T\vec{v}$ tzn. rozwiń względem ostatniej kolumny.