

Matematyka II 2014/2015

Zadania domowe, seria 2 (szeregi potęgowe)

1. Znaleźć promień i przedział zbieżności szeregów potęgowych:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n(3n)!} x^n,$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1} x^{n+1},$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{(n^2+3)4^n} x^n,$$

$$(e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} (x-4)^{2n-1},$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{n}{e}\right)^n x^n,$$

$$(f) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2n} \left(\frac{x-1}{2}\right)^n.$$

2. Znaleźć sumę szeregu:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{4n-3}}{4n-3},$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{n+1}}{n(n+1)}.$$

3. Dane są szeregi:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} 2^n e^{-2nx},$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (\ln(x+1))^{n+1},$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(1+x)^{2n}}.$$

Wyznaczyć zbiór tych wartości x , dla których dany szereg jest zbieżny a następnie obliczyć sumę danego szeregu.

4. Znajdź rozwiązania analityczne równania $y''(x) = x^2 y(x)$. Jaki jest promień zbieżności otrzymanych rozwiązań?