01.06.2015

Seria 15 pożegnalna

Równania różniczkowe zwyczajne z przyległościami

1. Znajdź M^{2013} i e^M oraz rozwiąż równanie różnicowe $\vec{x}(n+1) = M\vec{x}(n)$ oraz różniczkowe $\frac{d}{dt}\vec{x}(t) = M\vec{x}(t)$ gdzie za M przyjmij macierze

   (a) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

   (b) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

2. Znajdź rozwiązania ogólne równań

   (a) $y^{(7)} - 3y^{(6)} + 5y^{(5)} - 7y^{(4)} + 7y^{(3)} - 5y^{(2)} + 3y' - y = 0$

   (b) $y''' + y'' + y' + y = xe^{-x} + \cos x$

   (c) $y'' - 2y' + y = \cos(ax)$, $a = const$

   (d) $\frac{d}{dx}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$

   (e) $\frac{d^2}{dx^2}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$

   (f) $m\frac{d^2}{dt^2}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = q\begin{bmatrix} 0 & B & 0 \\ -B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

3. Rozwiąż zagadnienia początkowe

   (a) $\frac{d}{dx}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \\ y_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

   (b) $\frac{d}{dx}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin x \\ 2\cos x \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

   (c) $y' = \frac{4y}{x} + x\sqrt{y}, \qquad y(1) = 1$

   (d) $y' = \frac{y}{x}\ln|\frac{y}{x}|, \qquad y(-1) = e$

(e) $y'' = 2y^3, \qquad y(0) = 1 = y'(0)$

(f) $y'' + (y')^2 = 2e^{-y}, \qquad y(0) = \ln 2,\ y'(0) = 1$

(g) $xy'' + y' = 4x, \qquad y(-1) = 0 = y'(-1)$