

Matematyka II 2012/2013

Zadania domowe (szeregi potęgowe)

Zad. 1. Znaleźć promień i przedział zbieżności szeregów potęgowych:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n(3n)!} x^n$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{(n^2+3)4^n} x^n$; c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{n}{e}\right)^n x^n$; d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1} x^{n+1}$;
e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} (x-4)^{2n-1}$; f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2n} \left(\frac{x-1}{2}\right)^n$

Zad. 2. Znaleźć sumę szeregu: a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{4n-3}}{4n-3}$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{n+1}}{n(n+1)}$

Zad. 3. Dane są szeregi: a) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n e^{-2nx}$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} (\ln(x+1))^{n+1}$; c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(1+x)^{2n}}$;

Wyznaczyć zbiór tych wartości x , dla których dany szereg jest zbieżny a następnie obliczyć sumę danego szeregu.

Zad. 4. Znajdź rozwiązania analityczne równania $y''(x) = x^2 y(x)$. Jaki jest promień zbieżności otrzymanych rozwiązań?