

**Matematyka II**  
**Zadania domowe. Pochodna funkcji wielu zmiennych**

Dane są funkcje  $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$  i  $G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} \mapsto F(x, y, z, t) = \begin{bmatrix} x^2 + y^2 + z^2 + t^2 - 1 \\ x + y + z + t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \mapsto G(u, v) = \begin{bmatrix} v^2 - u \\ \sin v \\ 7 \end{bmatrix}$$

- Znajdź pochodne cząstkowe  $\frac{\partial F}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial z}$  i  $\frac{\partial F}{\partial t}$ .
- Znajdź pochodne cząstkowe  $\frac{\partial G \circ F}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial G \circ F}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial G \circ F}{\partial z}$  i  $\frac{\partial G \circ F}{\partial t}$ .
- Znajdź pochodną kierunkową  $\frac{\partial F}{\partial \mathbf{v}}$  gdzie  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ .
- Znajdź macierz pochodnej funkcji  $F$ .
- Znajdź macierz pochodnej funkcji  $G$ .
- Znajdź macierz pochodnej funkcji  $G \circ F$ .
- Czy  $F^{-1} \left( \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \right)$  jest powierzchnią?