

Matematyka I, zadania domowe, seria 13

1. Obliczyć całki

$$\int \frac{dx}{a + b \tan x}$$
$$\int \frac{1 - r^2}{1 - 2r \cos x + r^2} dx, \quad 0 < r < 1$$

2.* Obliczyć całki korzystając z podanych podstawień

$$\int \frac{e^{2x} dx}{e^x - e^{-x}}, \quad \int \frac{e^{2x} dx}{e^x + e^{-x}}, \quad t = e^x$$

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{2+x^2} dx, \quad t = x + \sqrt{1+x^2}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}, \quad x = a \sin t$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)(x+1)^2}}, \quad t = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$$

Odpowiedzi: 1. $\frac{1}{a^2+b^2} [ax + b \log |a \cos x + b \sin x|] + c$, $2 \arctan \left(\frac{1+r}{1-r} \tan \frac{x}{2} \right) + c$
2. $e^x + \frac{1}{2} \log \left| \frac{e^x-1}{e^x+1} \right| + c$, $e^x - \arctan(e^x) + c$, $\operatorname{arcsinh} x - \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctanh} \frac{x}{\sqrt{2+2x^2}} + c$,
 $\frac{1}{2} (a^2 \arctan \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}} - x \sqrt{a^2-x^2}) + c$, $\frac{1}{2} \log \frac{t^2+t+1}{(t-1)^2} + \sqrt{3} \arctan \frac{2t-1}{\sqrt{3}} + c$,
($t = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$)

A.Szereszewski