

Matematyka I, seria 4

1. Znaleźć granice następujących ciągów:

$$(a) \frac{2^n}{n!}, \quad (b) \frac{4^n + (-3)^n}{\sqrt{n!}}, \quad (c) \frac{n3^n + 2n^5 - 5}{n! + 1},$$

$$(d) \sqrt[n]{1 + \frac{2^n}{n^2} + \frac{3^n}{n^3} + \dots + \frac{k^n}{n^k}}, \text{ gdzie } k \in \mathbb{N},$$

$$(e) (\sqrt[100]{n^{100} + n^{99}} - n), \quad (f) \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 3} - \sqrt{n^2 + 2n + 3},$$

$$(g) \left(\sqrt[3]{(n+2)(n+4)(n+5)} - \sqrt[3]{n(n+1)(n+3)} \right)$$

$$(h) \frac{2^n + n^4}{n! + n^2} \sin \left(\frac{n^2 + n! + n^n}{n+7} \right), \quad (i) \frac{n! + 3n^n}{n! + 1} \sin \left(\frac{n^2 + 4n!}{n^2 + n^n} \right),$$

$$(j) \frac{2^{\frac{1}{n}} + \cos(2n\pi) + \frac{\sin n}{n}}{\sqrt[n]{3n} + \left(\frac{1}{2}\right)^n + n \sin \frac{1}{n}}, \quad (k) \frac{\sqrt{n^2 + 7n^4 + \sqrt{2}}}{\sqrt[3]{n^6 + 5n + \sqrt{n}}}$$

Odp.: (a) 0, (b) 0, (c) 0, (d) k , (e) $\frac{1}{100}$, (f) $\frac{-1}{3}$, (g) $\frac{7}{3}$, (h) 0, (i) 12, (j) 1, (k) $\sqrt{7}$.

2. Znaleźć granice następujących ciągów:

$$(a) a_n := \frac{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n}{n^2}$$

$$(b) b_n := \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2}{n^3},$$

$$(c) c_n := \frac{1^2}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \frac{5^2}{n^3} + \dots + \frac{(2n-1)^2}{n^3},$$

$$(d) d_n := \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)},$$

$$(e) e_n := \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \dots \sqrt[2^n]{2}.$$

Odp.: (a) $\frac{1}{2}$, (b) $\frac{1}{3}$, (c) $\frac{3}{4}$, (d) 1, (e) 2.