

Matematyka I, zadania domowe seria 3

1. Zredukuj następujące wyrażenia:

- a) $\cos(x - \pi)$
- b) $\tan\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)$
- c) $\cot\left(\frac{3}{2}\pi - x\right)$
- d) $\sin\left(\frac{7}{2}\pi - x\right)$

2. Rozwiąż równania:

- a) $\tan(x) \sin(2x) = \frac{1}{2}$
- b) $\frac{\sin(x) \tan(x)}{\cos(x) \cot(x)} + \sin^2(x - \pi) + \cos^2(x + \pi) = 0$
- c) $\left[\cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{5}{2}\pi - x\right) + \cot\left(\frac{3}{2}\pi - x\right)\right] \tan(x) = 3$
- d) $\tan(x) + \tan(2x) = \tan(3x)$

3. Rozwiąż nierówności:

- a) $4 \sin(x) \cos(x) < -1$
- b) $\tan(x)[1 + \sin(2x)] + \cos(2x) \geq 0$
- c) $2 \cos\left(2x + \frac{1}{2}\pi\right) \tan\left(\frac{3}{2}\pi + x\right) > 1$

4. Rozwiąż równania:

- a) $\cot^2(x) + \cot(x) - 3 \tan(x) = 3$, w zbiorze $]0, \pi[$
- b) $4 \sin(x) - 2 \sin(2x) = \tan(x)$, w zbiorze $]-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi[$

5. Dla jakich wartości parametru a równanie

$$\sin^4(2x) + \frac{1}{2} \sin^2(4x) = 1 - \cos^4(2x) + \cos(3x)$$

ma 9 rozwiązań należących do przedziału $(0, a]$?

6. Wyprowadź wzory:

- a) $\sin(3x) = 3 \sin(x) - 4 \sin^3(x)$
- b) $\tan(x) + \cot(y) = \frac{\cos(x-y)}{\cos(x) \sin(y)}$

Odpowiedzi

- 1a) $-\cos(x)$, 1b) $-\cot(x)$, 1c) $\tan(x)$, 1d) $-\cos(x)$,
- 2a) $x \in \left\{(k \pm \frac{1}{6})\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$, 2b) $x \in \left\{(k - \frac{1}{4})\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$,
- 2c) $x \in \left\{(k \pm \frac{1}{3})\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$, 2d) $x \in \left\{\frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$,
- 3a) $x \in \cup_{k \in \mathbb{Z}}]\frac{7}{12}\pi + k\pi, \frac{11}{12}\pi + k\pi[$, 3b) $x \in \cup_{k \in \mathbb{Z}} [-\frac{1}{4}\pi + k\pi, \frac{1}{2}\pi + k\pi[$
- 3c) $x \in \cup_{k \in \mathbb{Z}}]-\frac{1}{3}\pi + k\pi, \frac{1}{3}\pi + k\pi[$
- 4a) $x \in \left\{\frac{1}{6}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{6}\pi\right\}$, 4b) $x \in \left\{-\frac{1}{3}\pi, 0, \frac{1}{3}\pi\right\}$, 5) $a \in \left[\frac{17\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}\right)$