

**Matematyka I, seria 15, Tożsamości i nierówności**

1. Wykaż, że dowolnego parametru  $a > 0$  zachodzi

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{ax} + \operatorname{arctg}(ax) = \frac{\pi}{2} \quad \text{dla } x > 0$$

Znajdź wartość lewej strony równości dla  $x < 0$ .

2. Wykaż, że

$$\ln(2+x) > \frac{\operatorname{arctg}(x+1)}{2+x} \quad \text{dla } x > -1$$

3. Wykaż, że

$$2x \operatorname{arctg} x \geq \ln(1+x^2) \quad \text{dla } x > 0$$

4. Wykaż, że

$$\cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2} \quad \text{dla } x > 0$$

5. Wykaż, że

$$2x^6 \operatorname{arctg}(x^2) \geq x^4 - \ln(1+x^4) \quad \text{dla } x \in \mathbb{R}$$

**Wskazówki**

Ad. 1. Pokaż, że pochodna lewej strony jest równa zero.

Ad. 2,3,4. Pokaż, że odpowiednia funkcja jest rosnąca.

Ad 4. Skorzystaj z faktu, że  $x > \sin(x)$  dla  $x > 0$ .

Ad 5. Znajdź minimum odpowiedniej funkcji.