

Drugie kolokwium z Matematyki I

Rozwiązanie każdego z zadań prosimy oddać na oddzielnej kartce papieru podpisanej imieniem i nazwiskiem autora rozwiązania oraz imieniem i nazwiskiem prowadzącej (prowadzącego) ćwiczenia.

1. Rozwiąż równanie

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin(\pi + x) + \cos(x - \pi) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{2}.$$

2. Do którego z przedziałów wymienionych poniżej należy kąt $\alpha = \operatorname{arctg}(-0.5) + \operatorname{arctg}(-0.6)$?

$$\left[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}\right], \quad \left]-\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}\right], \quad \left]-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right], \quad \left]\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right], \quad \left]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$$

Odpowiedź uzasadnij.

3. Oblicz granice ciągów

$$(a) a_n = \frac{7n+1}{n+\sqrt{n}} \sin\left(\pi \frac{3n^2+n}{2n^2+n+1}\right),$$

$$(b) b_n = \frac{7n+1}{n^2+1} \sin \frac{n!+n^n+\sqrt{n}}{n^2+2},$$

$$(c) c_n = \frac{14n^3+1}{n^2+1} \sin \frac{n+1}{2n^2+1}.$$

4. Oblicz granice funkcji

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^4+x^2+1} - \sqrt{x^4+1}},$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4+2x^3+4x-7}{x^2-1}.$$

5. Znajdź równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = \frac{x^2}{\sin x - x \cos x}$ w punkcie $(x, y) = \left(\frac{\pi}{2}, f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$.

Podpowiedzi

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

$$\sqrt{3} \approx 1.732$$