

Zadania z Elektrodynamiki Klasycznej

Seria 1

1. Pokaż, że:

$$(a) (\vec{A} \times \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A}\vec{C})(\vec{B}\vec{D}) - (\vec{A}\vec{D})(\vec{B}\vec{C})$$

$$(b) (\vec{A} \times \vec{B}) \times (\vec{C} \times \vec{D}) = [\vec{A}(\vec{B} \times \vec{D})]\vec{C} - [\vec{A}(\vec{B} \times \vec{C})]\vec{D} = [\vec{A}(\vec{C} \times \vec{D})]\vec{B} - [\vec{B}(\vec{C} \times \vec{D})]\vec{A}$$

2. Pokaż, że:

$$(a) \vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{B}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + (\vec{B}\vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A}\vec{\nabla})\vec{B}$$

$$(b) (\vec{A} \times \vec{\nabla}) \times \vec{B} = (\vec{A}\vec{\nabla})\vec{B} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \vec{A}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B})$$

3. Rozważmy funkcję wektorową $\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{r^2}(-y, x)$.

(a) znajdź $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ oraz $\vec{\nabla} \times \vec{F}$ tam, gdzie istnieją.

(b) Oblicz krążenie $\oint \vec{F} d\vec{l}$ dla konturu w postaci okręgu o promieniu 1 i środku w punkcie $(0, 0)$.

4. Rozważ funkcję $h(\vec{r}) = (\vec{r} \times \vec{A})(\vec{r} \times \vec{B})$, gdzie \vec{A} i \vec{B} to stałe wektory. Oblicz $\vec{\nabla} h$. Pokaż, że $\vec{\nabla} h = \vec{A} \times (\vec{r} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{r} \times \vec{A})$.