

Zadania Serii III z F1BC: Transformacja Lorentza

Zadanie 1.

Pasażer stojący w środku pociągu o długości L jadącego z prędkością v zauważył, że w początek i koniec pociągu uderzyły równocześnie dwa pioruny i nastąpiło to akurat w chwili, w której pasażer mijał dróżnika stojącego przy torach. Pioruny zostawiły ślady na pociągu i na torach.

- uzasadnij, że według dróżnika uderzenia piorunów nastąpiły nierównocześnie?
- jaki odstęp czasowy odnotuje dróżnik między uderzeniami piorunów?
- jaką odległość między śladami piorunów na torach zmierzy dróżnik?
- jaką długość pociągu zmierzy dróżnik?

Wskazówka. Rozwiązanie może ułatwić przedstawienie zdarzeń na wykresie Minkowskiego w układzie pasażera i dróżnika.

Zadanie 2.

Z Ziemi wyrusza wyprawa kosmiczna lecąca rakieta z prędkością $c/2$. Po 10 dniach od chwili startu podróżnicy stwierdzają awarię jednego z systemów w rakiecie. Wysyłają wtedy sygnał świetlny na Ziemię z prośbą o pomoc. Natychmiast po dotarciu sygnału do Ziemi zostaje z Ziemi wysłana wyprawa ratunkowa rakieta poruszająca się z prędkością v . Z jaką prędkością v powinna poruszać się wyprawa ratunkowa aby dotrzeć do uszkodzonej rakiety w ciągu 30 dni od wystąpienia awarii, liczonych w układzie uszkodzonej rakiety?

Narysować zdarzenia na wykresie Minkowskiego.

Zadanie 3.

Zdarzenie A ma współrzędne $(ct, x) = (0, 0)$ w układzie odniesienia U.

- jakie muszą być współrzędne zdarzenia B w U, aby w różnych układach współrzędnych zdarzenie B mogło być wcześniejsze, równoczesne lub późniejsze od zdarzenia A?
- Dla jakich współrzędnych zdarzenia B w U, zdarzenie to będzie wcześniejsze od A w każdym układzie odniesienia, a dla jakich późniejsze w każdym układzie?

Zadanie 4.

Jaki charakter ma interwał czasoprzestrzenny pomiędzy koronacją Chrobrego (1025r., Poznań), a bitwą pod Grunwaldem (1410r.)? Czy istnieje układ w którym oba zdarzenia zaszły w tym samym miejscu?

Zadanie 5.

Pręt o długości L_0 , nachylony pod kątem α do osi OX (w układzie pręta) porusza się w kierunku równoległym do osi OX z prędkością v względem nieruchomego układu odniesienia. Jaką długość pręta i jaki kąt jego nachylenia zmierzy obserwator w układzie nieruchomym?

Zadanie 6.

Pręt równoległy do osi OY porusza się wzdłuż osi OX z prędkością v . Fotografujemy pręt aparatem fotograficznym z szybką migawką, znajdującym się w punkcie o współrzędnej a na osi OZ. Zdjęcie robimy w chwili gdy pręt przekracza początek układu współrzędnych. Jaki będzie kształt pręta na zdjęciu?

Wskazówka. Kształt pręta na zdjęciu jest określony przez promienie światła ze wszystkich punktów pręta docierające równocześnie do aparatu.

Zadanie 7.

Relatywistyczny świetlik mrugający z częstotliwością $f' = 1/T'$ (w układzie własnym) oddala się po linii prostej od pojedynczego obserwatora ze stałą prędkością $\beta (=v/c)$. Jaką częstotliwość mrugania odbierze ten pojedynczy obserwator?

Wskazówka. Przedstawić na wykresie Minkowskiego zdarzenia wysłania przez świetlika i odebrania przez obserwatora kolejnych impulsów światła.

Zadanie 8.

W eksperymentach fizyki wysokich energii wykorzystuje się wiązki naładowanych mezonów π^\pm (pionów), które po czasie własnym życia $\tau = 2.6 \cdot 10^{-8}$ s ($\tau c = 7.8$ m) rozpadają się (głównie) na mion i odpowiednie neutrino. Średni czas życia τ to czas, po którym liczba pierwotnych pionów zmniejsza się o czynnik e , tzn. liczba $N(t)$ pionów po czasie t dana jest wyrażeniem:

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \text{ gdzie } N_0 \text{ to liczba pionów w chwili } t = 0.$$

W jednym z takich eksperymentów piony poruszające się z prędkością $v = 0.99999c$ musiały być doprowadzone do eksperymentu odległego o $L = 100$ m. Jaki ułamek pierwotnej liczby pionów przebędzie tę odległość? Jaki byłby ten ułamek gdyby nie obowiązywała dylatacja czasu?

Zadanie 9.

W astrofizyce przesunięcie ku czerwieni dla światła dobiegającego do nas z odległego obiektu (np. galaktyki) oznaczane jest symbolem z i definiowane jest następująco:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}, \text{ gdzie } \lambda_0 \text{ jest długością fali światła w układzie obiektu wysyłającego, zaś } \lambda \text{ to}$$

długość fali jaką zmierzy obserwator, względem którego obiekt się porusza.

- Wyrazić tę wielkość przez prędkość obiektu.
- Dla kwazaru OQ 172 przesunięcie ku czerwieni $z = 3.53$. Z jaką prędkością oddala się od nas ten kwazar?
- Jak daleko znajduje się on od nas i jaki moment jego historii w obecnej chwili obserwujemy? Do obliczenia odległości skorzystać z prawa Hubble'a.

Prawo Hubble'a mówi, że prędkość v oddalania się obiektu astronomicznego i jego odległość r od nas związane są zależnością: $v = Hr$, gdzie $H = 50$ km/s/Mpc jest tzw. stałą Hubble'a (w rzeczywistości stała ta znana jest z dokładnością do czynnika 2). Odwrotność stałej Hubble'a wynosi około 20 mld lat. Parsek (ps) to astronomiczna jednostka długości równa odległości z której większą półoś eliptycznej orbity Ziemi wokół Słońca widać pod kątem jednej sekundy: $1 \text{ ps} = 3.26 \text{ lat świetlnych} = 3.08 \cdot 10^{13} \text{ km} = \text{około } 200\,000 \text{ większych półosi Ziemi}$.

Zadanie 10.

Płaskie zwierciadło zbliża się do nieruchomego źródła światła ze stałą prędkością v , prostopadłą do płaszczyzny zwierciadła. Źródło emituje światło o długości fali λ_0 . Znaleźć długość fali światła odbitego. Rozważyć tylko promienie prostopadłe do lustra.

Zadanie 11.

Z jaką prędkością musiałby jechać autobus, aby fakt przejechania skrzyżowania na czerwonym świetle kierowca mógł tłumaczyć relatywistycznym efektem Dopplera? Długości fali światła: $\lambda_{\text{czerwone}} = 6.7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, $\lambda_{\text{zielone}} = 5.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

Zadanie 12.

Nietrwała cząstka π^0 (pion) rozpada się na dwa kwanty γ (fotony). Jeden z tych kwantów wyemitowany jest pod kątem φ względem pierwotnego kierunku lotu pionu w układzie własnym pionu. Pion poruszał się w układzie laboratorium z prędkością βc . Znajdź składowe u_x oraz u_y prędkości fotonu w laboratorium. Znajdź całkowitą prędkość fotonu w układzie laboratoryjnym i kąt θ mierzony względem osi x , pod jakim foton ulatuje w układzie laboratorium.

Zadanie 13

W jednym z akceleratorów zderzane są przeciwbieżne wiązki elektronów, których prędkość określona jest czynnikiem Lorentza $\gamma_e = 54000$, oraz protonów, dla których ten czynnik wynosi $\gamma_p = 820$. O ile różnią się prędkości tych cząstek od prędkości światła?