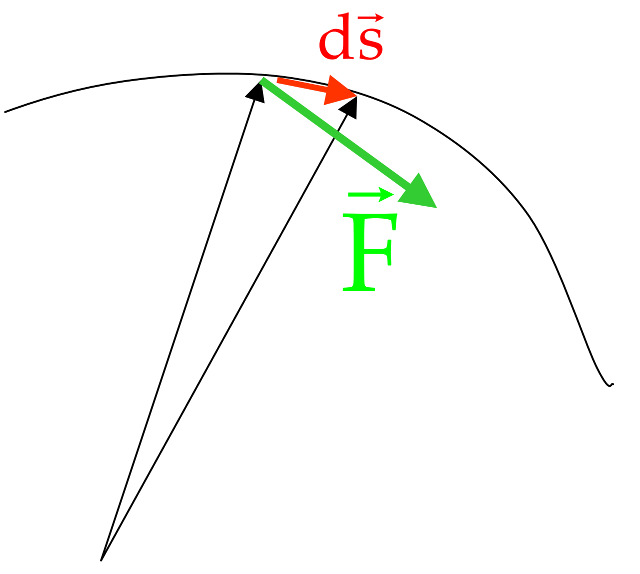
# V.2 Energia kinetyczna, praca, moc

# Energia kinetyczna i jej związek z pracą sił

**Przekształcając równanie ruchu:**

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \Big| \cdot \vec{v}$$

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(mv^2\right) = \frac{dE_k}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v} = \vec{F}\cdot\frac{d\vec{s}}{dt}$$




**dostajemy:**

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \vec{v}\cdot\vec{F}$$

$$dE_k = \vec{F}\cdot d\vec{s} = \vec{F}\cdot\hat{e}_t ds$$

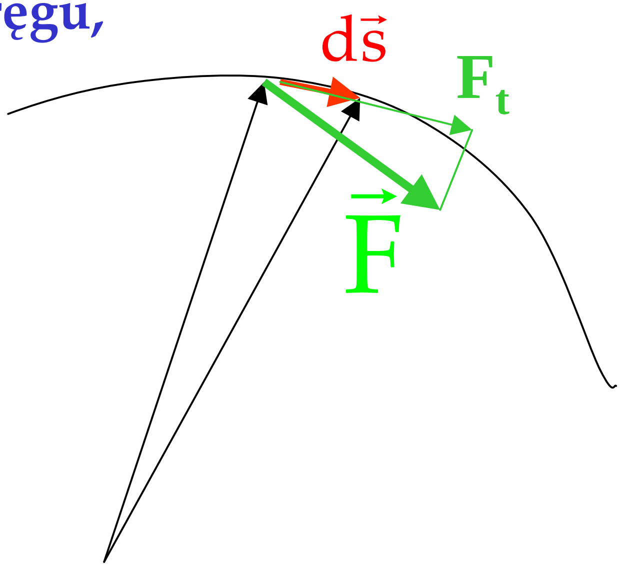
# Praca

**Praca siły F przy infinitezymalnym przesunięciu ds.:**

$$dW \equiv \vec{F} \cdot d\vec{s} = F_t ds$$

**Praca sił prostopadłych do przesunięcia =0.**

**Przykłady: siła dośrodkowa w ruchu po okręgu, magnetyczna część siły Lorentza w jednorodnym polu magnetycznym.**



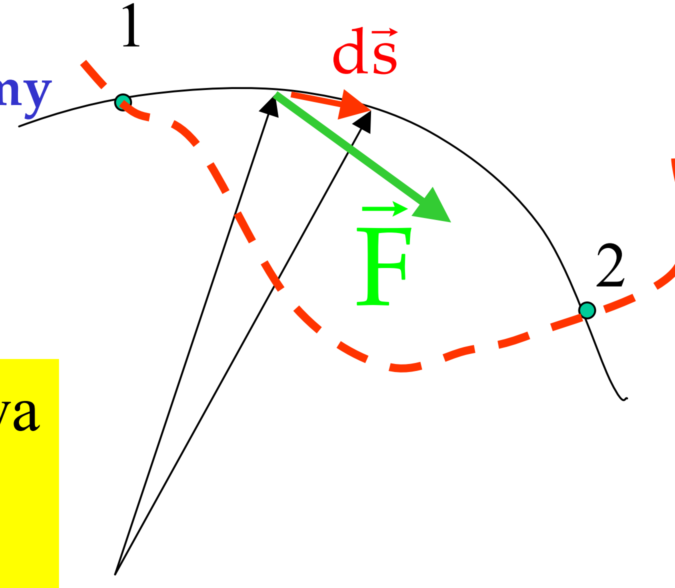

$$[W] = [F][L] = 1\text{Nm} = 1\text{J (dżul)}$$

# Zmiana energii kinetycznej i praca sił w skończonym czasie

**Praca na drodze 12 jest równa zmianie energii kinetycznej w trakcie ruchu:**

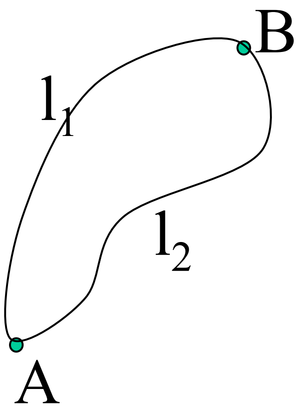
$$\Delta E_k = E_2 - E_1 = \int_{t_1}^{t_2} E_k(t)\,dt = \int_{\widehat{12}} \vec{F}\cdot d\vec{s} = W(t_1, t_2, \widehat{12})$$

**Całkując po innej krzywej na ogół dostajemy inną pracę.**



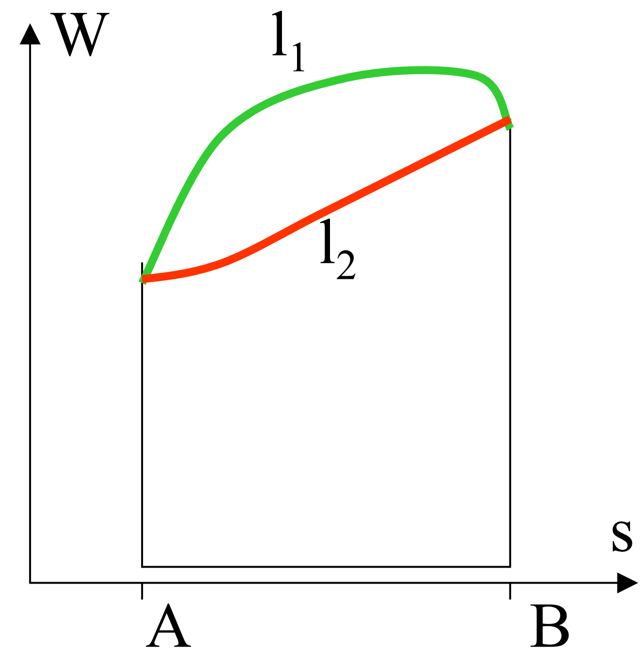

Całka krzywoliniowa istnieje gdy $\vec{F}, \widehat{12}, \hat{e}_t$ ciągłe

# Praca na ogół zależy od drogi...




Siłę i wektor styczny wzdłuż toru możemy przedstawić jako funkcję parametru np. długości łuku s.
Moc P definiujemy jako:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$




Jednostka mocy wat:
1W=1J/s

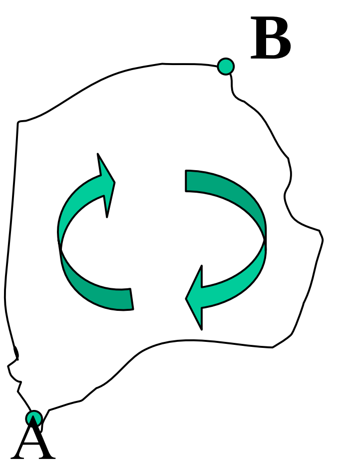
# Siły zachowawcze lub potencjalne

**Są to takie siły, dla których praca po dowolnej drodze między (dowolnymi) punktami A i B nie zależy od drogi (krzywej toru po którym porusza się ciało) i wyraża się przez zmianę energii potencjalnej ciała w trakcie ruchu od A do B: $E_p(A)$-$E_p(B)$:**

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = E_p(A) - E_p(B)$$

**Dla sił zachowawczych dowolna cyrkulacja (całka krzywoliniowa po drodze zamkniętej) znika:**

$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$




**Bo:** $\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} + \int_B^A \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} - \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$