III.1 Ruch względny

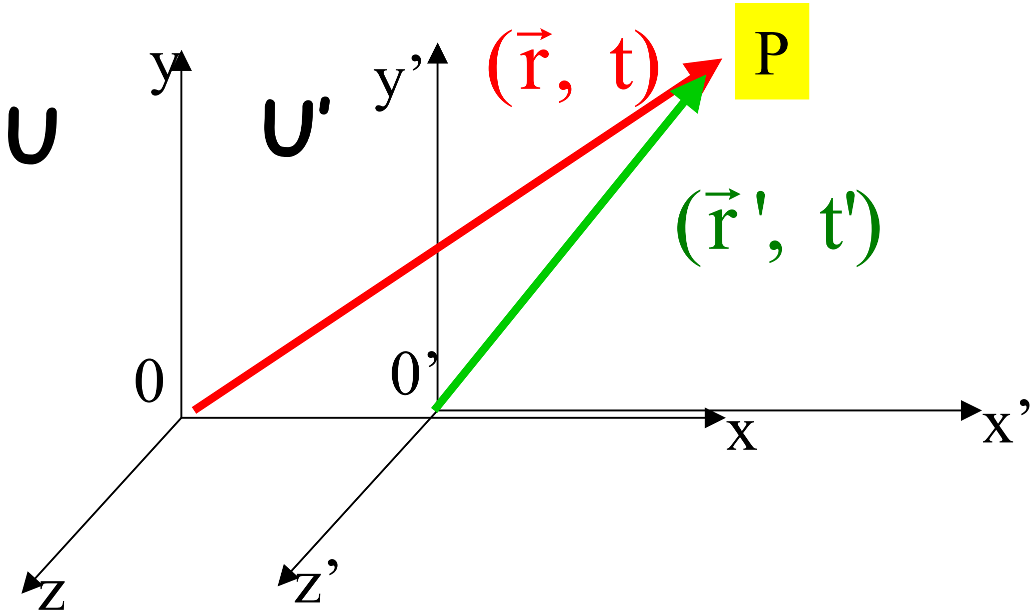
III.1 Obserwacja położenia z dwóch różnych układów odniesienia. Pchnięcia (boosts) i obroty.Metoda radarowa. Wykres Minkowskiego

III.1 Obserwacja położenia z dwóch różnych układów odniesienia. Pchnięcia (boosts) i obroty. Metoda radarowa

Będziemy dyskutowali 2 typowe sytuacje:

- Pchnięcia (boosts): opis ruchu w dwóch UO poruszających się względem siebie ruchem jednostajnym prostoliniowym. Prędkość względna układów może być relatywistyczna lub nierelatywistyczna.
- Obroty: opis ruchu w dwóch UO obracających się względem siebie. Początki UO mogą się pokrywać lub nie. Ten przypadek będziemy dyskutowali tylko w przybliżeniu nierelatywistycznym.

Wszechświat radarowy: metoda pomiaru położenia i czasu zajścia zdarzenia



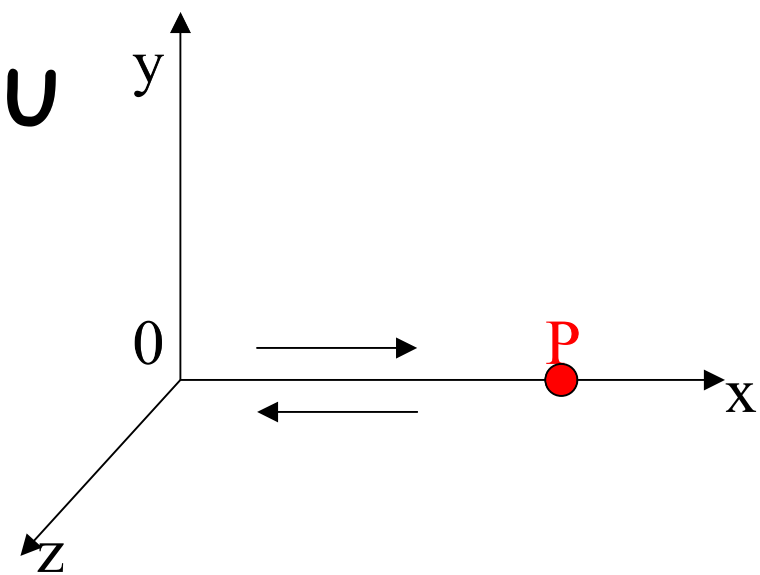
Układy odniesienia U i U' na ogół poruszają się względem siebie ruchem postępowym i/ lub obrotowym.

To będzie typowa sytuacja rozważana w tej części wykładu. Będziemy rozważali to samo zjawisko w dwóch UO.

Dla uproszczenia rozważań będziemy rozważali zdarzenia zachodzące na osiach X i X′.

Wszechświat radarowy cd.

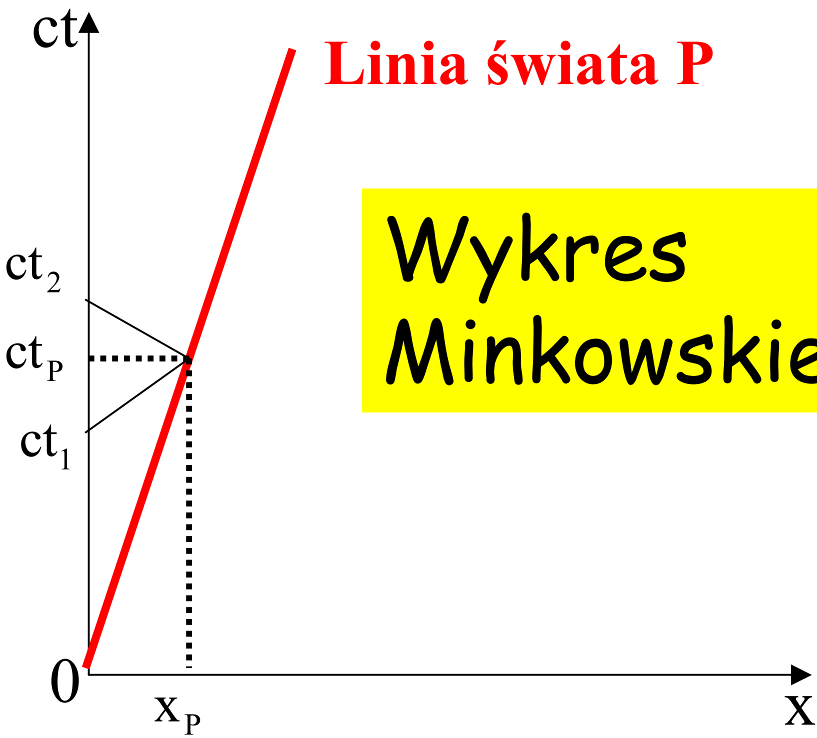
Wysyłając z 0 sygnały świetlne w czasie t_1 do P i odbierając tamże sygnały odbite od P w czasie t_2 możemy odtworzyć współrzędne czasoprzestrzenne (t_P, x_P) zdarzenia jakim jest dojście sygnału z 0 do P:



$$x_P = c\frac{(t_2 - t_1)}{2}$$

$$t_P = \frac{t_2 + t_1}{2}$$

Wszechświat radarowy cd.. Wykres Minkowskiego



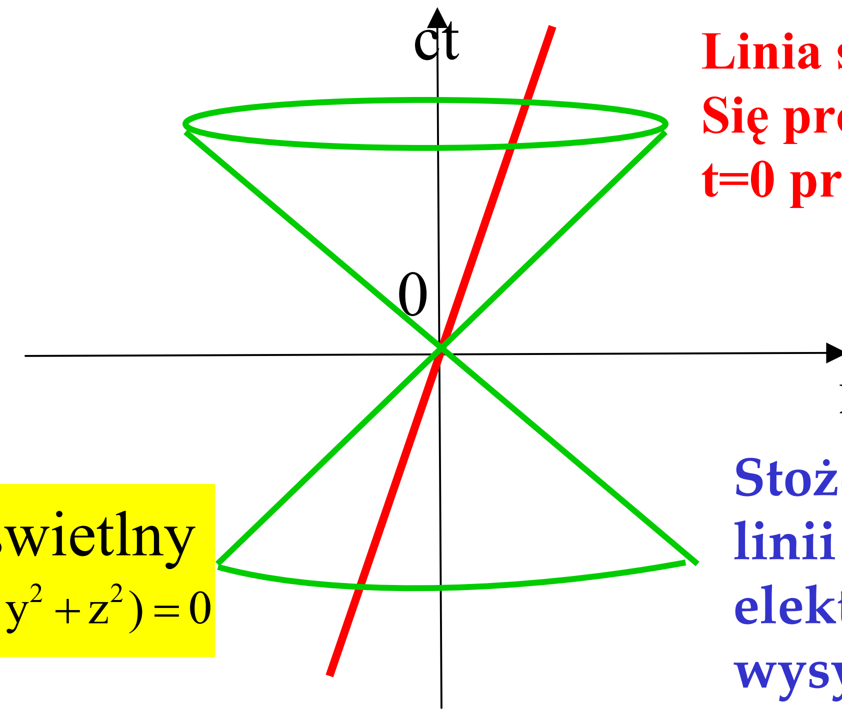
Wykres Minkowskiego

Z serii zdarzeń (x_i , t_i) możemy obliczać prędkość i przyspieszenie punktu P.

Metoda radarowa dostarcza więc obrazu ruchu punktu P.

Niech punkt P porusza się w U

Wykres Minkowskiego cd.



Linia świata punktu poruszającego Się prostoliniowo, przechodzącego w t=0 przez początek układu

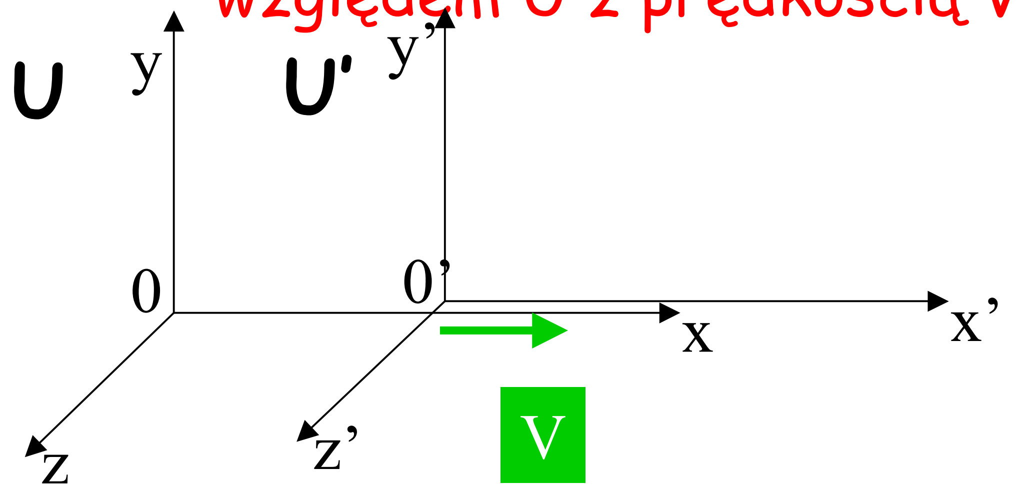
Stożek świetlny

$$(ct)^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = 0$$

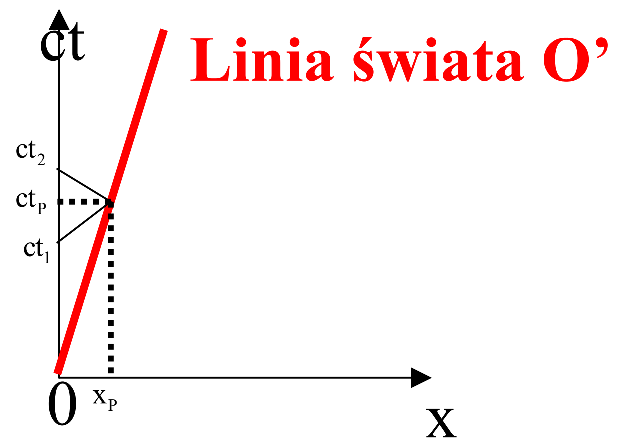
Stożek świetlny- zbudowany z linii świata sygnałów elektromagnetycznych wysyłanych lub przychodzących do początku układu 0.

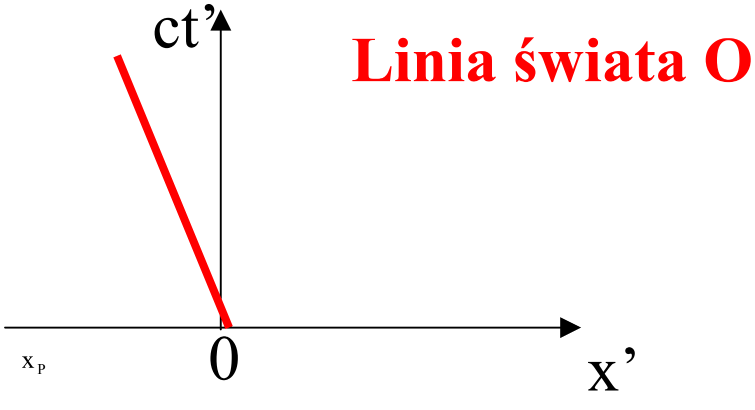
Stożek świetlny w przestrzeni Minkowskiego jest powierzchnią kuli w przestrzeni 3-wymiarowej

Układ U′ porusza się prostoliniowo i jednostajnie względem U z prędkością V wzdłuż OX (OX′)



Założenie upraszczające:
w chwili t=t′=0 początki układów pokrywają się.





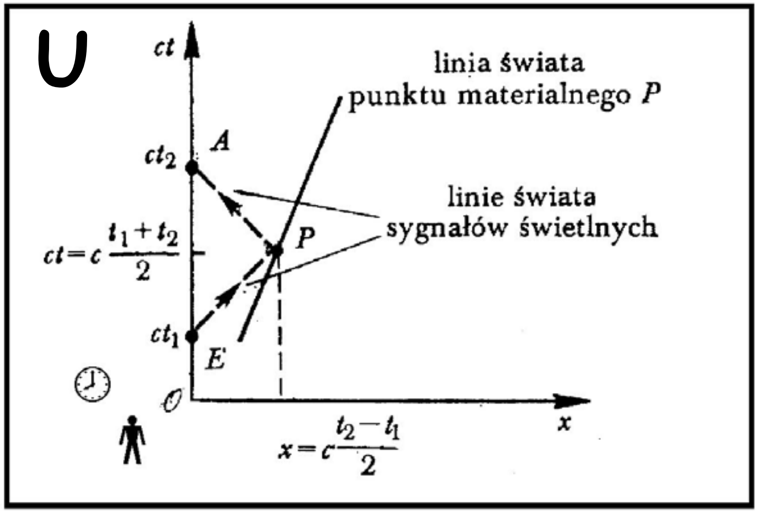
Światy radarowe U i U′

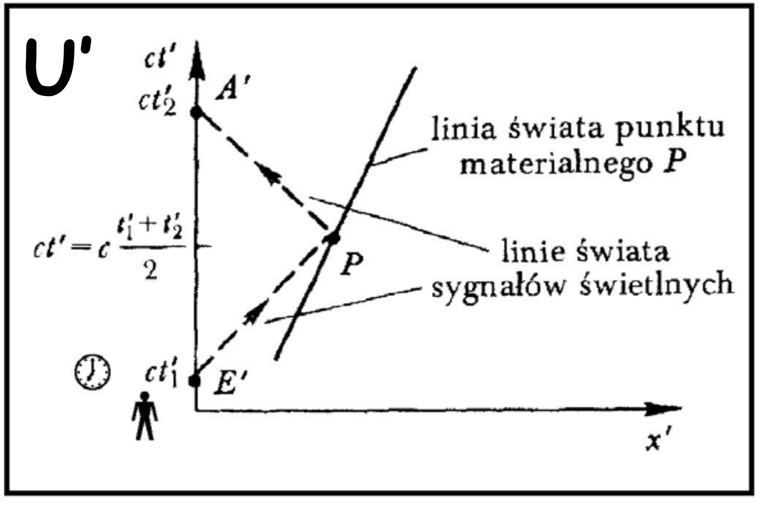
Obaj obserwatorzy

O i O′ mogą zmierzyć metodą radarową położenie pewnego punktu materialnego P.

Wyniki ich pomiarów zaznaczone są na rysunku.

Prędkość światła w próżni c jest jednakowa w U i U′





Pomiary położenia O′ w O oraz O w O′

W O mierzymy (metodą radarową) położenie O′ w dwóch chwilach czasu

t_1 i t_2 otrzymując wartości x_1 i x_2 .

Dla $\Delta t > 0$ zachodzi

$$\Delta x > 0$$

W O′ mierzymy (metodą radarową) położenie O w dwóch chwilach czasu

t'_1 i t'_2 otrzymując wartości x'_1 i x'_2

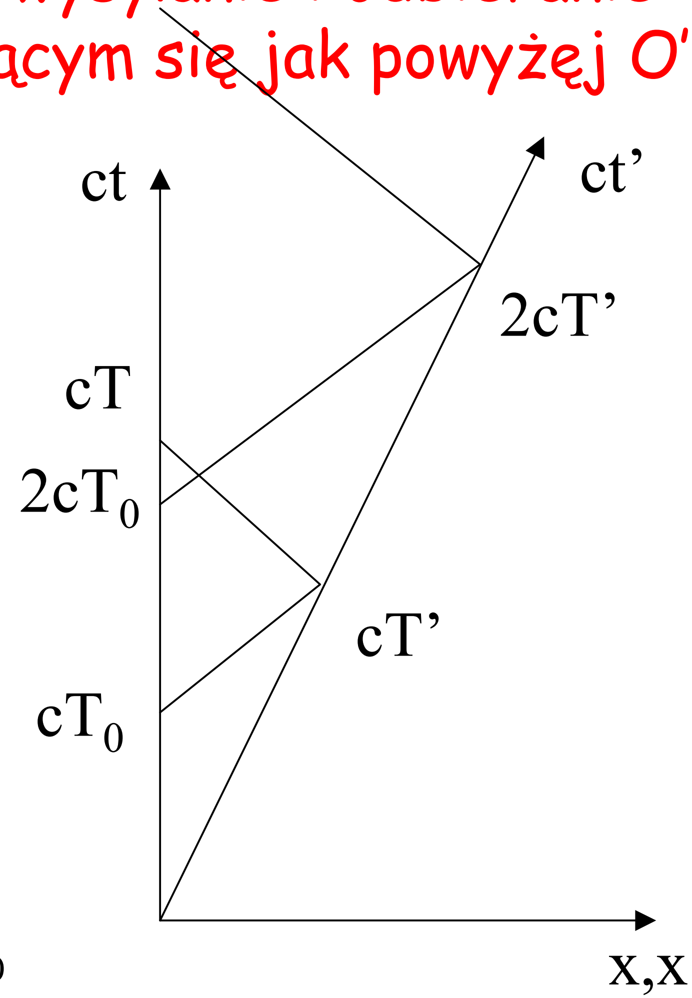
Dla $\Delta t' > 0$ zachodzi

$$\Delta x' < 0$$

Prędkość światła w próżni c jest jednakowa w U i U′

Wyobraźmy sobie periodyczne wysyłanie i odbieranie sygnałów pomiędzy O i poruszającym się jak powyżej O′

1. O wysyła w kierunku O′ sygnały w czasach t= 0, T_0, $2T_0$, ...
2. O′ odbiera sygnały w czasach t′=0, T′, 2T′,.... i natychmiast odbija w kierunku O.
3. O odbiera te odbite sygnały w czasach t=0, T, 2T,...
4. Z tw. Talesa:



$$T'/T_0 = \text{const}$$
$$T/T' = \text{const}$$

$$T = (\alpha)^2 T_0$$

Co o położeniu O′ sądzi O:

Rozważmy emisję impulsu w $t_1=T_0$ i jego odbiór w $t_2=T$.

O sądzi więc, że impuls radarowy dochodzi do O′ w czasie:

$$t = \frac{T + T_0}{2}$$

W którym O′ znajduje się w położeniu

$$x = c\,\frac{T - T_0}{2}$$

Prędkość względna

$$V = {}^{x}\!/_{t} = c\,\frac{T - T_0}{T + T_0} \quad \text{czyli} \quad \beta = \frac{V}{c} = \frac{T - T_0}{T + T_0} = \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2 + 1}$$

Stała α i synchronizacja zegarów

Rozwiązując ze względu na stałą α dostajemy:

$$\alpha^2 = \frac{1+\beta}{\beta-1} \text{ czyli } \alpha = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = \gamma(1+\beta)$$

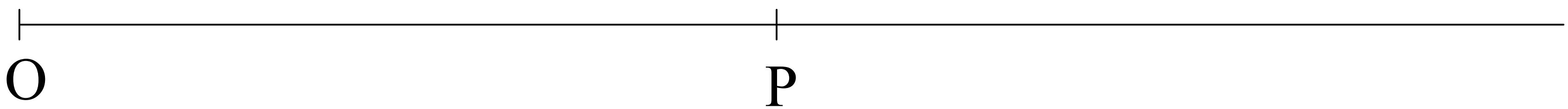
Zatem zegary w U i U′ chodzą inaczej bo

$$T' = \alpha T_0, \quad T = \alpha T' \quad \alpha = \gamma(1+\beta)$$

$$t = \frac{T+T_0}{2} = \gamma^2(1+\beta) = \gamma T'$$

Jak więc synchronizować zegary?

Synchronizacja zegarów odległych obserwatorów



Przepis A. Einsteina:

1. **Zmierzyć odległość OP metodą radarową,**

Należy umówić się przez radio z obserwatorem w P, żeby:

2. **Nastawił swój zegar na czas t +OP/c**
3. **Uruchomił zegar gdy dotrze do niego sygnał wysłany przez O w chwili t.**