

II.1 Pojęcia podstawowe. Położenie i prędkość

- Pojęcia podstawowe: układ odniesienia, układ współrzędnych, punkt materialny
- Położenie i tor; ruch i tor
- Kartezjańskie, cylindryczne i sferyczne układy współrzędnych
- Prędkość jako pochodna położenia
- Pomiar prędkości

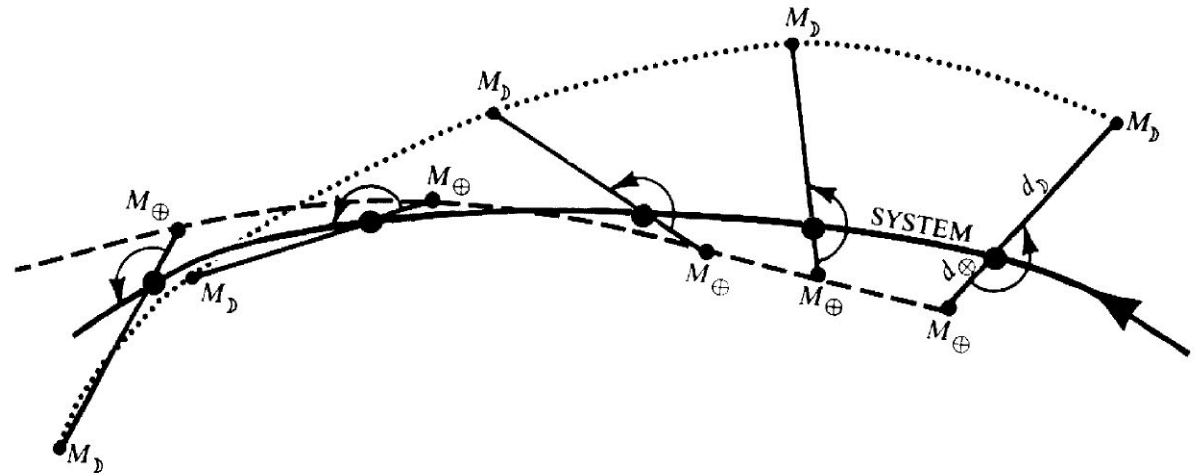
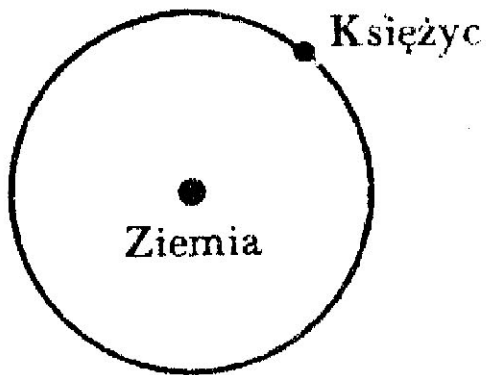
Pojęcia podstawowe

UKŁAD ODNIESIENIA (UO): ciało materialne, względem którego odbywa się ruch.

UKŁAD WSPÓŁRZĘDNYCH (UW): twór matematyczny, związany z jakimś UO służący do opisu ruchu. Będziemy używać kartezjańskich, cylindrycznych i biegunowych UW.

PUNKT MATERIALNY: ciało o znikających wymiarach obdarzone masą. W niektórych przypadkach ciała sferycznie symetryczne mogą być traktowane jako punkty materialne.

Opis ruchu jest inny w różnych UO



Ruch Księżyca w UO Ziemi i UO Słońca

Położenie i tor; ruch i tor

W kartezjańskim UW:

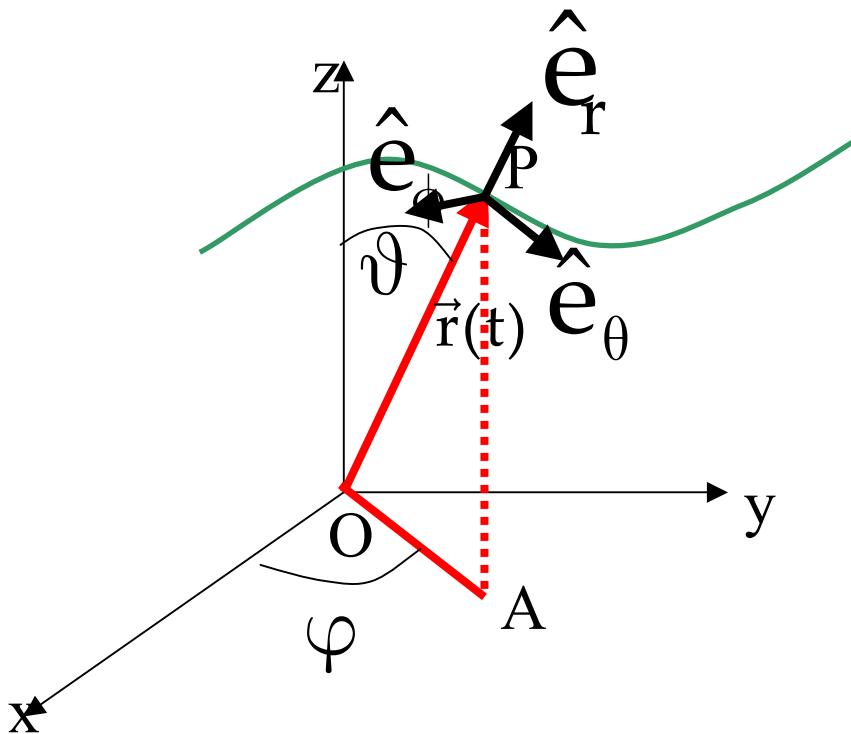
$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{e}_x + y(t)\hat{e}_y + z(t)\hat{e}_z$$

W układzie biegunowym:

$$\vec{r}(t) = r(t)\hat{e}_r(\phi, \theta, t)$$

Podobnie w układzie cylindrycznym

$$\vec{r}(t) = r(t)\hat{e}_r(\phi, t) + z(t)\hat{e}_z$$



Ruch i tor

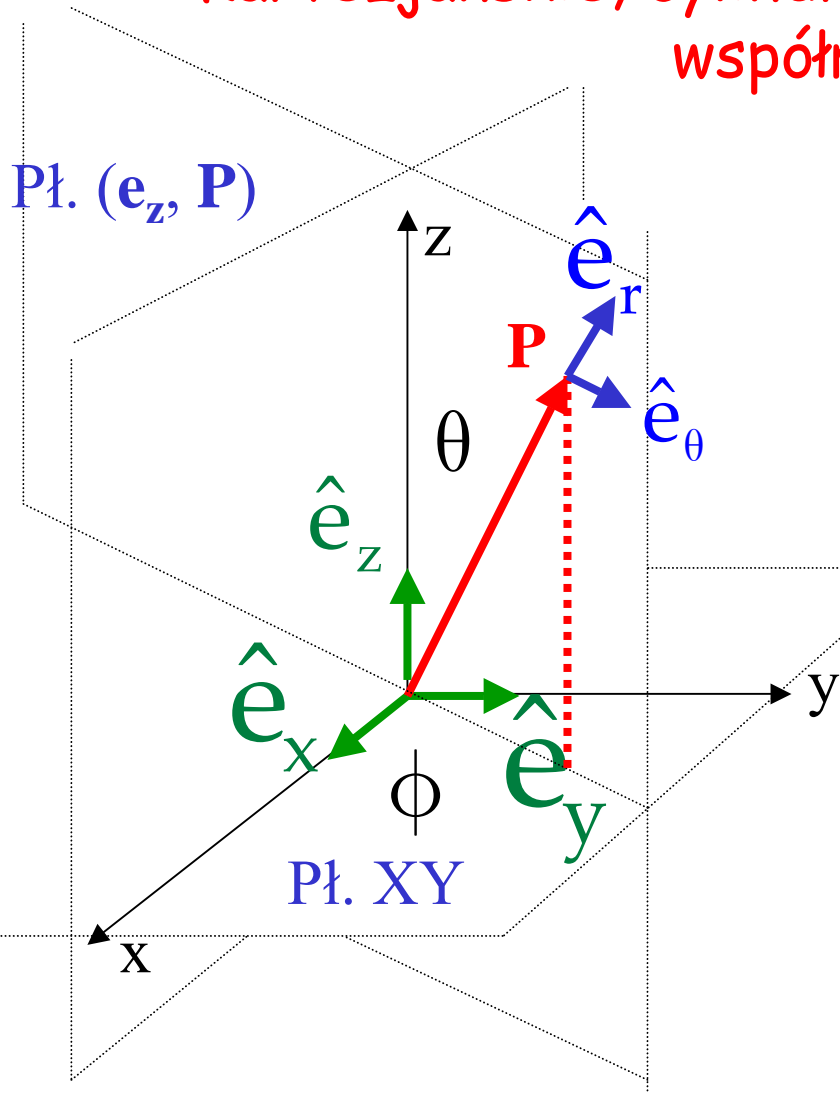
„Ruch” to podanie zależności położenia od czasu np. $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 \cos \omega t$

„Tor” to podanie zależności współrzędnych od innych współrzędnych np.

$$x(y) = a \sin\left(\frac{y}{b}\right)$$

$$z(y) = cy^{2/3}$$

Kartezjańskie, cylindryczne i sferyczne układy współrzędnych



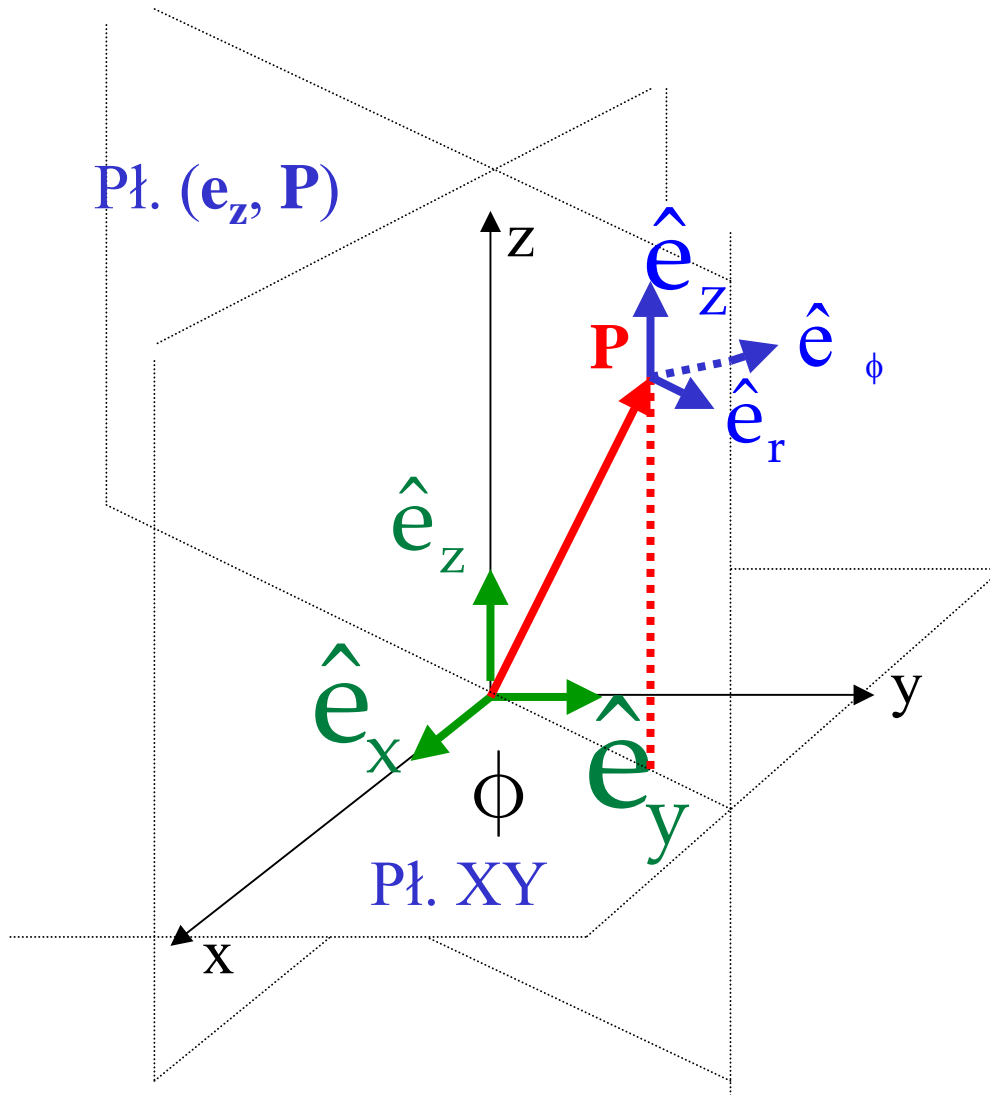
Wersory bazy kartezjańskiej mają ustalony kierunek w przestrzeni. Kierunki wersorów bazy sferycznej (ogólnie krzywoliniowej) zmieniają się zależnie od położenia punktu P w przestrzeni. Wersory \mathbf{e}_r i \mathbf{e}_θ leżą w płaszczyźnie wyznaczonej przez \mathbf{P} i oś Z , zaś wersor \mathbf{e}_ϕ jest do niej prostopadły.

Zachodzą wzory:

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

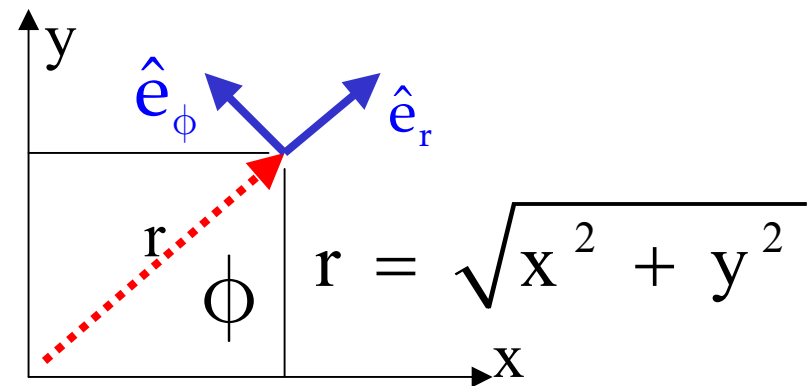


We współrzędnych cylindrycznych zachodzą następujące związki:

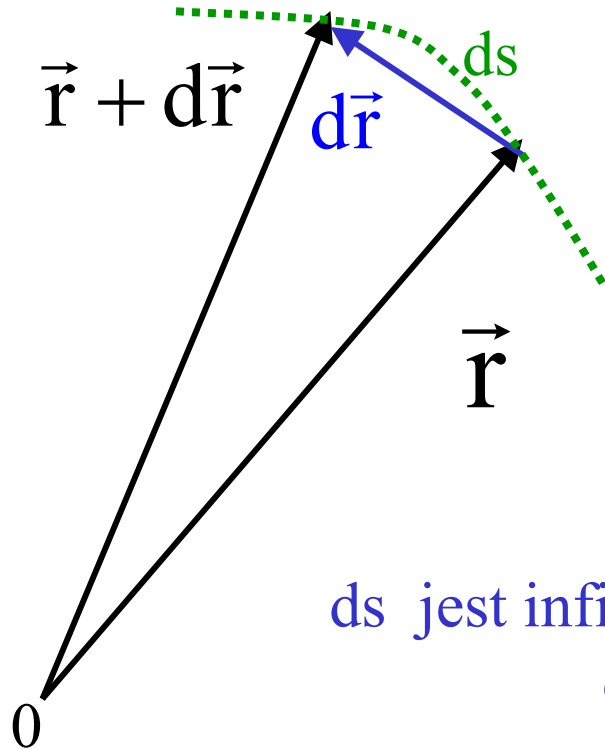
$$x = r \cos \phi$$

$$y = r \sin \phi$$

$$z = z$$



Prędkość jako pochodna położenia



$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = v \cdot \hat{t}$$

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

ds jest infinitezymalnie małym elementem długości łuku (drogi).

Prędkość jest wektorem stycznym do toru.

Oznaczenie pochodnej czasowej przez kropkę

W mechanice często stosuje się oznaczenie pochodnej czasowej przez kropkę nad różniczkowaną wielkością:

$$\frac{d a}{d t} = \dot{a}$$

$$\frac{d^2 a}{d t^2} = \ddot{a}$$

itd.

Składowe prędkości we współrzędnych cylindrycznych

We wsp. cylindrycznych $\{r, \varphi, z\}$ wersory bazy zmieniają się od punktu do punktu w czasie ruchu. Musimy więc je różniczkować.

$$\vec{r} = r\hat{e}_r + z\hat{e}_z$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{e}_r + r\frac{d\hat{e}_r}{dt} + \frac{dz}{dt}\hat{e}_z =$$

$$= \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\varphi}\hat{e}_\phi + \dot{z}\hat{e}_z =$$

$$= v_r\hat{e}_r + v_\phi\hat{e}_\phi + v_z\hat{e}_z$$

Prędkość radialna

Prędkość transwersalna

Pomiary prędkości

Metody pomiaru prędkości:

- Konwencjonalne: mierzymy drogę przebytą w (krótkim) czasie.

Pomiar może się opierać na technikach mechanicznych, elektronicznych itp..

- Wykorzystujemy różne zjawiska fizyczne wykazujące zależność od prędkości np. zjawisko Dopplera (radary policyjne, prędkość przepływu krwi), zjawisko Czerenkowa, jonizację ośrodka przez cząstki naładowane.