Neutronika
semestr letni 2023/24

Krzysztof Miernik

Wykład 7

Równanie dyfuzji neutronów zależne od czasu

- Dla ośrodka rozszczepialnego, bez źródeł neutronów mamy, po wstawieniu $\Phi = v \times n$

$$\frac{1}{v}\frac{\partial \Phi(r,t)}{\partial t} = \nu\Sigma_f \Phi(r,t) - \Sigma_a \Phi(r,t) - D\Delta\Phi(r,t)$$

- Po separacji zmiennych przestrzennych i czasu

$$\Phi(r,t) = \psi(r)T(t)$$

dostajemy równania na część zależną od czasu

$$T(t) = T(0)\exp -\lambda t$$

oraz od przestrzeni

$$\Delta\psi(r) = -\frac{1}{D}\left(\frac{\lambda}{v} + \nu\Sigma_f - \Sigma_a\right)\psi(r)$$

gdzie λ to pewna stała

- Wyrażenie po prawej w powyższym równaniu nazywane jest zakrzywieniem geometrycznym (*geometric buckling*) i jest zależne od geometrii układu

$$\Delta\psi(r) = -B_g^2\psi(r)$$

Równanie dyfuzji neutronów zależne od czasu (2)

- Warunek krytyczności reaktora oznacza, że rozwiązania są stacjonarne. W równaniu na część zależną od czasu istotne jest zatem tylko najmniejsze rozwiązanie λ_0 (pozostałe zanikną po dostatecznie długim czasie).
- Zdefinujemy zakrzywienie materiałowe *material buckling* zależne tylko od materiałów

$$B_m^2 \equiv \frac{\nu\Sigma_f - \Sigma_a}{D} = \frac{\nu\Sigma_f - \Sigma_a}{L^2}$$

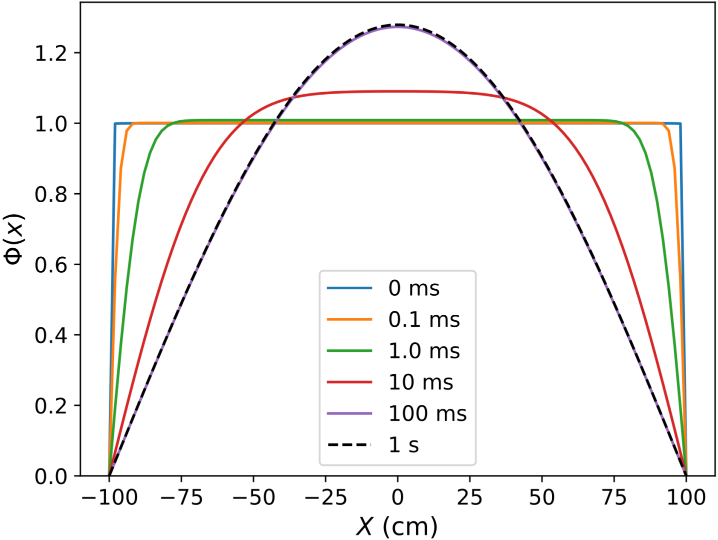
- Okazuje się, że warunek krytyczności jest tożsamy z

$$B_m^2 = B_g^2$$

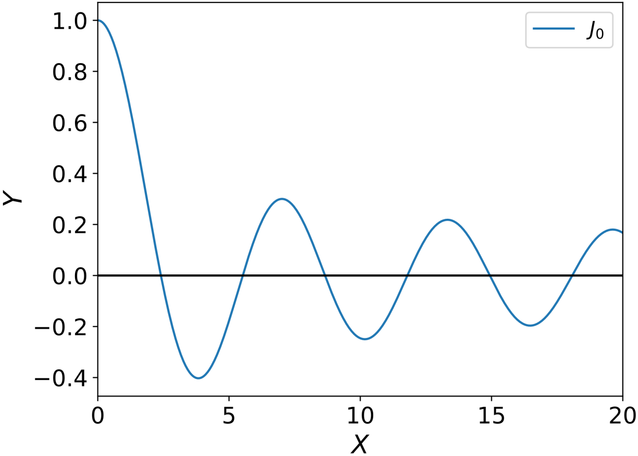
- Po przekształceniach otrzymamy związek modelu dyfuzji z wzorem 4 (6) czynników

$$1 = \frac{\nu\Sigma_f - \Sigma_a}{1 + L^2 B_g^2} \equiv \frac{k_\infty}{1 + L^2 B_g^2} = k_\infty P_{NL}$$

Równanie zależne od czasu



Funkcje Bessela pierwszego rodzaju



Rozwiązania dla różnych geometrii

Najmniejsze rozwiązanie (λ_0) dla poszczególnych podstawowych kształtów reaktora. Wszystkie wymiary w rozwiązaniu są w granicy ekstrapolowanej ($a' = a + \lambda_{ext}$)

Kształt	B_g^2	Φ
Tafla $(-a/2, a/2)$	$\left(\frac{\pi}{a'}\right)^2$	$\cos\left(\frac{\pi x}{a'}\right)$
Cylinder (R, H)	$\left(\frac{\nu_0}{R'}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H'}\right)^2$	$J_0\left(\frac{\nu_0 r}{R'}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{H'}\right)$
Sfera (R)	$\left(\frac{\pi}{R'}\right)^2$	$\frac{1}{r}\sin\left(\frac{\pi r}{R'}\right)$
Prostopadłościan (a, b, c)	$\left(\frac{\pi}{a'}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b'}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c'}\right)^2$	$cos\left(\frac{\pi x}{a'}\right)\cos\left(\frac{\pi y}{b'}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{c'}\right)$

Problem

Problem 3

Na podstawie rozwiązań na B_g^2 dla różnych geometrii (cylinder, sfera, prostopadłościan) znaleźć minimalną objętość reaktora, który może osiągnąć krytyczność (użyć parametrów modelu dyfuzji dla reaktora PWR).
Dla każdej geometrii policzyć stosunek maksymalnego lokalnego strumienia do średniego strumienia w całej objętości.

$$\kappa = \frac{\Phi_{max}}{\bar{\Phi}}$$