

Tematy egzaminacyjne do wykładu „Rachunek Różniczkowy i Całkowy”

1. Ciągi liczbowe:
ciągi Cauchy’ego liczb wymiernych, granica ciągu liczbowego, liczby rzeczywiste, działania na liczbach rzeczywistych, twierdzenie o granicach ciągów, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa, liczba e , granice niewłaściwe
2. Funkcje jednej zmiennej:
definicja granicy funkcji (ciągowa i otoczeniowa), granice jednostronne, ciągłość, twierdzenia o ciągłości sumy, iloczynu, ilorazu i superpozycji funkcji ciągłych, twierdzenie o przechodzeniu funkcji ciągłej przez wartości pośrednie,
3. Pochodna funkcji jednej zmiennej:
pochodna, interpretacja geometryczna, ciągłość funkcji różniczkowalnej, tw. o pochodnej sumy, iloczynu, ilorazu i superpozycji funkcji, pochodna funkcji odwrotnej
4. Rozwinięcie funkcji w szereg:
pochodne wyższych rzędów, wzór Taylora, szereg Maclaurina, postać reszty
5. Badanie przebiegu funkcji:
ekstrema lokalne, warunki konieczne i dostateczne na istnienie ekstremum lokalnego, punkty przegięcia, wypukłość i wklęsłość funkcji
6. Całkowanie funkcji jednej zmiennej:
całka nieoznaczona, całka i pole pod krzywą, twierdzenie Newtona-Leibniza, własności całkowania, całkowanie przez części i przez podstawienie.
7. Całkowanie funkcji:
wymiernych, ułamki proste, rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste, całkowanie funkcji trygonometrycznych.
8. Całki oznaczone:
całka Riemanna, własności całek oznaczonych, twierdzenie o wartości średniej, całka oznaczona jako funkcja górnej granicy, podstawowy wzór rachunku różniczkowego i całkowego
9. Zastosowanie całek:
do obliczenia długości krzywej, powierzchni i objętości brył obrotowych.
10. Całki niewłaściwe:
zbieżność bezwzględna i warunkowa, kryteria zbieżności: porównawcze, Dirichleta, Abela.
11. Szeregi liczbowe:
kryteria zbieżności szeregów (porównawcze, d’Alemberta, Cauchy’ego), kryterium całkowite, działania na szeregach, szeregi potęgowe, promień zbieżności szeregu
12. Szeregi funkcyjne:
zbieżność punktowa i jednostajna, ciągłość sumy szeregu, całkowanie i różniczkowanie szeregów wyraz za wyrazem
13. Równania różniczkowe zwyczajne:
zagadnienie początkowe, zagadnienie brzegowe, twierdzenie Pickarda, ogólne rozwiązanie równania różniczkowego i rozwiązanie osobliwe

14. Równania różniczkowe zwyczajne pierwszego rzędu:
równania o rozdzielonych zmiennych, równania liniowe jednorodne i niejednorodne, metoda uzmienniania stałej
15. Liniowe równania różniczkowe drugiego rzędu:
fundamentalny układ rozwiązań, Wrońskian, równania niejednorodne, równania o stałych współczynnikach i równania typu Eulera
16. Liniowe układy równań różniczkowych:
układ równań jednorodnych o stałych współczynnikach, równania niejednorodne
17. Funkcje wielu zmiennych:
granice funkcji wielu zmiennych: podwójne i iterowane, ciągłość funkcji wielu zmiennych.
18. Pochodne funkcji wielu zmiennych:
pochodne cząstkowe, ciągłość funkcji różniczkowalnej cząstkowo, pochodne wyższych rzędów, pochodna kierunkowa, gradient, pochodne funkcji złożonej.
19. Różniczkowalność funkcji wielu zmiennych:
różniczka zupełna, interpretacja geometryczna pochodnej, różniczki wyższych rzędów
20. Ekstrema funkcji wielu zmiennych:
ekstrema lokalne, warunki konieczne i dostateczne
21. Całki wielokrotne we współrzędnych kartezjańskich:
całka podwójna, całki iteracyjne, zamiana kolejności całkowania, całki z parametrycznym opisem granic całkowania
22. Całki wielokrotne we współrzędnych krzywoliniowych:
zamiana zmiennych pod całką, jacobian, obliczanie długości krzywych, pola powierzchni i objętości brył
23. ekstrema związane, metoda mnożników Lagrange'a.