

Zadania z mechaniki dla nanostudentów. Seria 9.
(wykład prof. J. Majewskiego)

Zadanie 1

Kolista tarcza o momencie bezwładności I (względem osi przechodzącej prostopadle przez jej geometryczny środek), której jedna ze średnic jest równoległa do ziemskiego pola grawitacyjnego \mathbf{g} może obracać się wokół osi przechodzącej przez jej środek. Z brzegiem tarczy nieważkim prętem o długości l połączona jest masa m . Pręt może się obracać wokół punktu swego przyłączenia do tarczy (w płaszczyźnie tarczy). Napisać równania ruchu tego układu i rozwiązać je w przybliżeniu małych drgań.

Wskazówka: Energia kinetyczna tarczy wynosi $\frac{1}{2}I\omega^2$, gdzie ω jest prędkością kątową jej obrotu wokół osi.

Zadanie 2

Dwie masy m zawieszono u sufitu na nieważkich prętach o długości l w ziemskim polu grawitacyjnym \mathbf{g} . Odległość między punktami zawieszenia wynosi d , a jeden z nich znajduje się w odległości d od ściany. Masy połączone są sprężynką o długości swobodnej d i współczynnikiem sprężystości k . Dodatkowo, masa znajdująca się bliżej ściany jest z nią połączona taką samą sprężynką. Napisać ścisłą funkcję Lagrange'a tego układu. Dokonać rozwinięcia energii potencjalnej wokół położenia równowagi i znaleźć ruch układu w przybliżeniu małych drgań.

Zadanie 3

Po okręgu o promieniu R porusza się N koralików o masie m każdy. Koraliki te są połączone sprężynkami o długościach swobodnych $d = 2\pi R/N$ i współczynnikami sprężystości k (wpływ pola grawitacyjnego pomijamy - okrąg leży w płaszczyźnie prostopadłej do \mathbf{g}). Podać ogólne rozwiązanie równań ruchu tego układu. Sprawdzić, że dla $N = 3$ otrzymuje się ten sam wynik, co w zadaniu 3 z serii 8.