

Zadania z mechaniki dla nanostudentów. Seria 7.
(wykład prof. J. Majewskiego)

Zadanie 1

Posługując się równaniami Lagranża drugiego rodzaju znaleźć ruch układu składającego się z dwustronnego klina o masie M i kątach nachylenia α i β mogącego poruszać się bez tarcia po poziomym stole, na którego dwu bokach umieszczono masy m_1 i m_2 połączone nieważką nicią (przerzuconą przez krawędź klina) o długości l mogące poruszać się bez tarcia po przeciwnych bokach klina.

Zadanie 2

Znaleźć związek okresu drgań z ich amplitudą w przypadku cząstki o masie m poruszającej się w potencjale $V(x) = -\kappa|x|^n$.

Zadanie 3

W lagranżowanie układu dwu ciał punktowych o masach m_1 i m_2

$$L = \frac{1}{2}m_1\dot{\mathbf{r}}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{\mathbf{r}}_2^2 - V(|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|) ,$$

przejsć do zmiennych

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2} , \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 ,\end{aligned}$$

a następnie, w zmiennej $\mathbf{r} = (x, y, z)$ przejść do układów biegunowego i sferycznego

$$\begin{aligned}x &= r \cos \varphi , & x &= r \sin \theta \cos \phi , \\ y &= r \sin \varphi , & y &= r \sin \theta \sin \phi , \\ z &= z , & z &= r \cos \theta ,\end{aligned}$$

i znaleźć równania ruchu w tych zmiennych. (Z równań tych można odczytać wzory na składowe przyspieszenia a_r i a_φ w układzie biegunowym i a_r , a_θ i a_ϕ w układzie sferycznym, których wyprowadzenie konwencjonalną metodą zajmuje trochę czasu...)