

Zadania z mechaniki dla nanostudentów. Seria 4.
(wykład prof. J. Majewskiego)

Zadanie 1

Łódź podwodna o całkowitej masie m jest napędzana silnikiem o stałej mocy P . Opór stawiany przez wodę można w przybliżeniu opisać siłą $F = -\kappa v$, gdzie v jest prędkością łodzi. Zakładając, że prędkość łodzi w chwili $t = 0$ była równa zeru znaleźć jej prędkość i położenie w dowolnej chwili t . Znaleźć też czas, po którym osiągnie ona prędkość równą połowie maksymalnej możliwej prędkości (ile one wynosi?).

Wskazówka: Aby ułożyć równanie różniczkowe opisujące ruch wygodnie jest rozpatrzyć zmianę energii kinetycznej dE zachodzącą pod wpływem siły oporu i działania silnika w infinytezymalnym przedziale czasu dt .

Zadanie 2

Korzystając z zasady zachowania energii znaleźć jednowymiarowy ruch cząstki o masie m pod działaniem siły zadanej wzorem

$$F = \frac{d}{dx} \left(\frac{V_0}{\operatorname{ch}^2(x/a)} \right).$$

Przedyskutować jakościowo przypadki całkowitej energii E większej i mniejszej od zera. W pierwszym przypadku porównać czasy przelotu cząstki od $x_1 \ll 0$ do $x_2 \gg 0$, gdy działa siła F i bez tej siły. W drugim przypadku zbadać m.in. reżim małych drgań wokół położenia równowagi.

Zadanie 3

Kulka o masie m i promieniu R opada na dno naczynia wypełnionego cieczą. W naczyniu działa na nią siła oporu $\mathbf{F} = -\kappa \mathbf{v}$. Znaleźć ruch tej cząstki uwzględniając siłę Coriolisa i siłę wyporu. (załóżmy, że rzecz się dzieje na półkuli północnej na szerokości geograficznej φ) jeśli $\mathbf{v}(0) = 0$.