

Zadania Domowe – SERIA 1 – 9 kwietnia 2011

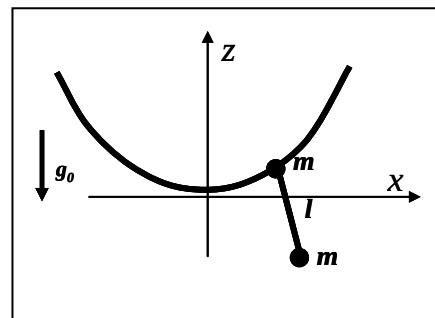
Termin oddania 21 kwietnia 2011

Zadanie 1

Przedstawiony na rysunku układ dwóch punktów materialnych (każdy o masie m) znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym o natężeniu g_0 . Ruch układu odbywa się w płaszczyźnie $y=0$. Jeden z punktów materialnych porusza się bez tarcia po paraboli $z = \alpha x^2$ i jest związany z drugim punktem nierozciągliwą nicią o długości l .

Zakładamy, że $\alpha = 1/l$.

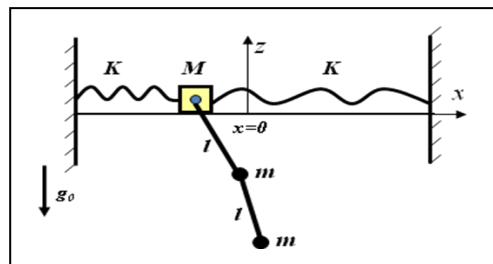
- Podać równania więzów dla danego układu. Ile stopni swobody ma układ?
- Wybierz zgodne z więzami współrzędne uogólnione i podaj funkcję Lagrange'a dla tego układu.
- Podaj równania ruchu dla tego układu.
- Określ położenie równowagi trwałej.
- Znajdź częstości małych drgań wokół punktów równowagi.



Zadanie 2

Przedstawiony na rysunku układ trzech punktów materialnych znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym o natężeniu g_0 . Ruch układu odbywa się w płaszczyźnie $y=0$. Zakładamy, że długość nienaprzężonych sprężyn jest równa połowie odległości pomiędzy ścianami.

- Podać równania więzów dla danego układu. Ile stopni swobody ma układ?
- Wybierz zgodne z więzami współrzędne uogólnione i podaj funkcję Lagrange'a dla tego układu.
- Określ położenie równowagi trwałej układu.



Zadanie 3 Po jednym z boków prostokąta porusza się ruchem harmonicznym o częstotliwości ω_0 punkt materialny P. Prostokąt obraca się wokół przeciwnego boku z prędkością kątową ω .

Znaleźć zależność czasową wektorów położenia, prędkości i przyspieszenia punktu P w układzie związanym sztywno z prostokątem. Dokonać transformacji do nieruchomego układu inercjalnego i znaleźć postać tych samych wektorów.

Zadanie 4 Skoczek spadochronowy (masa skoczka ze spadochronem jest m) wyskakuje z samolotu. Zakładamy, że bezpośrednio po otwarciu spadochronu skoczek leci pionowo w dół i prędkość początkowa była równa v_0 .

- Znaleźć zależność prędkości skoczka od czasu $[v(t)]$ zakładając, że siła oporu powietrza jest proporcjonalna do kwadratu prędkości $W = kv^2$, gdzie $k > 0$.
- Wyznaczyć prędkość graniczną, tzn. v_g , takie że $v_g = \lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$.
- Z jakiej wysokości musi skoczyć, żeby prędkość z jaką osiągnie Ziemię wynosiła co najmniej $0.8 v_g$. Zakładamy, że prędkość początkowa v_0 była równa 0.

Zadanie 5

(A) Na punkt materialny o wektorze wodzącym $\vec{r}$ działają trzy następujące siły:

$$(i) \quad \vec{F}(\vec{r}) = (2xy, x^2, 0) \quad (ii) \quad \vec{F}(\vec{r}) = (0, 2yz^2, -2y^2z) \quad (iii) \quad \vec{F}(\vec{r}) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, 0 \right)$$

Które z tych sił są zachowawcze?

(B) Dla których z poniższych sił przynajmniej jedna składowa momentu pędu $\vec{L}$ zostaje zachowana podczas ruchu?

- $\vec{F} = (x \sin x \sqrt{x^2 + y^2}, y \sin x \sqrt{x^2 + y^2}, 0)$
- $\vec{F} = (0, y(\dot{y}^2 + \dot{z}^2)^{-x/2}, z(\dot{y}^2 + \dot{z}^2)^{-x/2})$
- $\vec{F} = (yz, 0, xy)$