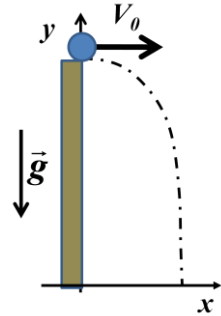


Warszawa, 16 czerwca 2011

Egzamin pisemny z Mechaniki Klasycznej i Szczególnej Teorii Względności

Zadanie 1 (7 pkt.)

Cząstka o masie m została wystrzelona z wieży o wysokości h horyzontalnie z prędkością v_0 (tzn. $v_{x0} = v_0$). Zakładając, że oprócz siły ciężkości mg skierowanej pionowo w dół w ośrodku działa również siła oporu ośrodka, która jest proporcjonalna do kwadratu składowej horyzontalnej prędkości cząstki, $F_R = -kv_x^2 = -k\dot{x}^2$, gdzie $k > 0$.



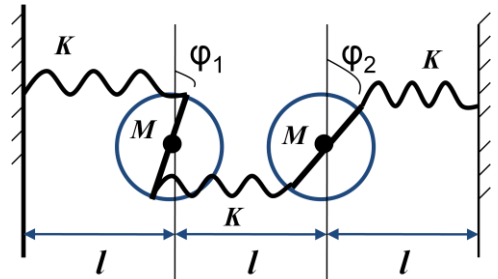
Znaleźć:

- Czas po którym cząstka osiągnie Ziemię.
- Odległość od wieży punktu gdzie cząstka osiągnie Ziemię.
- Przedyskutować ruch cząstki w wypadku braku oporu ośrodka (tzn. gdy $k = 0$).

W szczególności podać czas, po którym cząstka osiągnie Ziemię i odległość od wieży x_0 . Porównać z odległością od wieży w wypadku występowania oporu.

Zadanie 2 (9 pkt.)

Dwa krążki każdy o masie M i promieniu R zostały zamontowane na sztywno umocowanych osiach wokół których mogą się obracać. Do krążków przymocowano sprężyny tak, jak pokazano na rysunku o stałych sprężystości K . Długość każdej nienaprężonej sprężyny wynosi l . Odległość osi, na których zamontowano krążki, od ścianek, do których przymocowano sprężyny zewnętrzne oraz odległość pomiędzy osiami wynosi również l . Powyżej zdefiniowany układ mechaniczny wykonuje małe drgania.

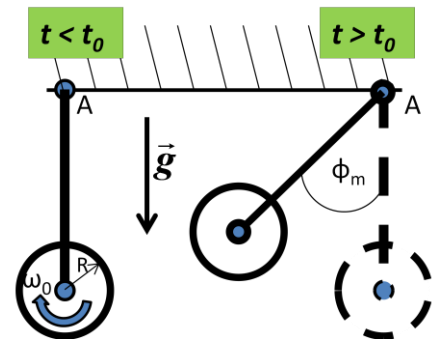


- Ile stopni swobody ma układ?
- Podać lagranżjan układu
- Podać równania ruchu dla wybranych zmiennych uogólnionych
- Znaleźć częstotści małych drgań układu
- Opisać drgania odpowiadające modom normalnym

Wskazówka: Jeżeli układ wykonuje małe drgania, można przyjąć, że całkowite wydłużenie sprężyn jest równe składowej horyzontalnej wydłużenia.

Zadanie 3 (9 pkt.)

Na nieważkim nierozciągliwym pręcie o długości l zawieszono na osi krążek o masie M i promieniu R . Początkowo pręt zawieszony przegubowo w punkcie A zwisa swobodnie a krążek wiruje z prędkością kątową ω_0 . W pewnej chwili czasu (powiedzmy t_0) zablokowano krążek na pręcie, tzn. powstała bryła sztywna składająca się z pręta i krążka, która bezpośrednio po zablokowaniu krążka porusza się z częstością kątową ω .



- Korzystając z prawa zachowania momentu pędu oraz prawa zachowania energii obowiązującego od chwili t_0 wyznaczyć częstość ω oraz znaleźć maksymalny kąt ϕ_m o jaki wychyli się pręt ze sztywno zamocowanym krążkiem.
- Podać zmianę energii jaka nastąpiła w momencie t_0 , tzn. w momencie unieruchomienia krążka.
- Znaleźć częstotści małych drgań wahadła fizycznego utworzonego z pręta ze sztywno zamocowanym krążkiem.

