

Wybrane Zagadnienia Biofizyki Molekularnej

(1100-5BM15)

Jan M. Antosiewicz

**Zakład Biofizyki
Instytut Fizyki Doświadczalnej
Wydział Fizyki**

WKŁAD 2

9 października, 2024

**Błądzenie losowe w procesach biomolekularnych
(część 1)**

<http://www.fuw.edu.pl/~jantosi/>

jantosi@fuw.edu.pl



“... wszystko, co robią zwierzęta, robią atomy. Innymi słowy, nie ma niczego, co robią istoty żywe, czego nie można by zrozumieć z punktu widzenia tego, że są zbudowane z atomów działających zgodnie z prawami fizyki.”

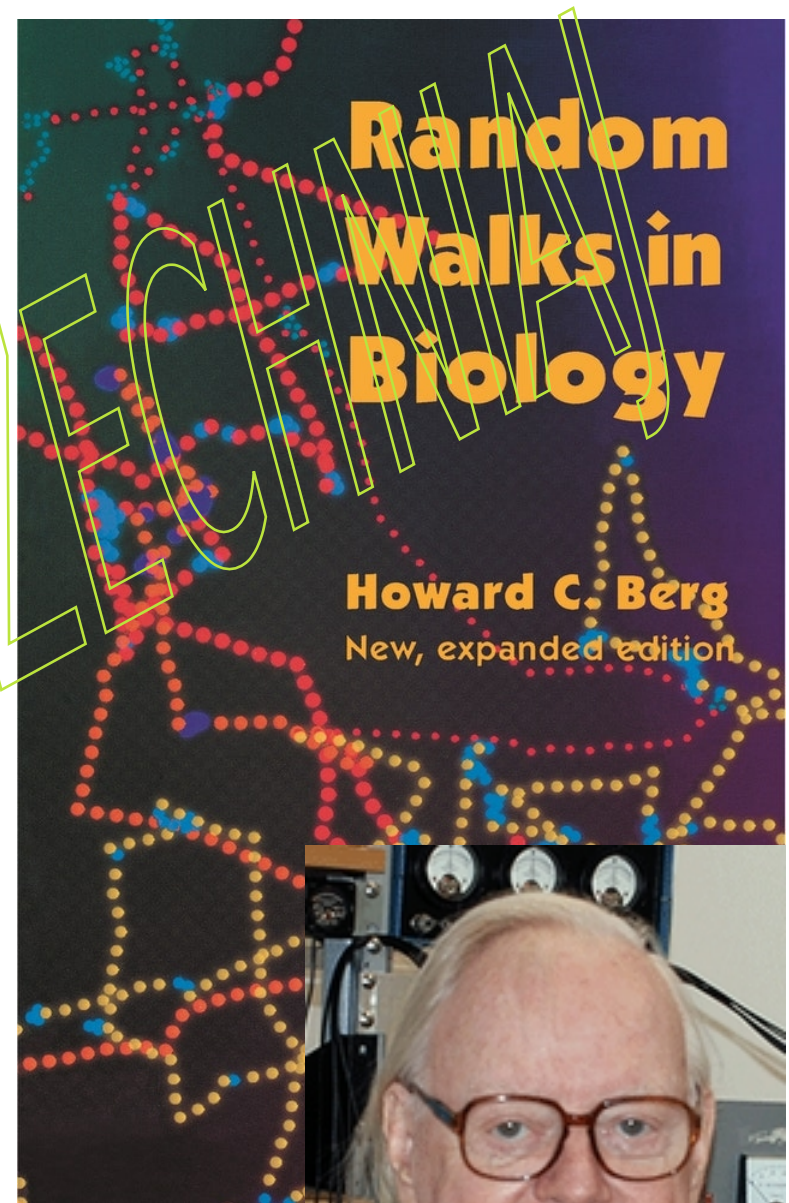
“... wszystko, co robią żywe istoty, można zrozumieć w kategoriach błędzenia i drgań atomów”.

Lectures on Physics
Addison-Wesley Publishing Company, 1963

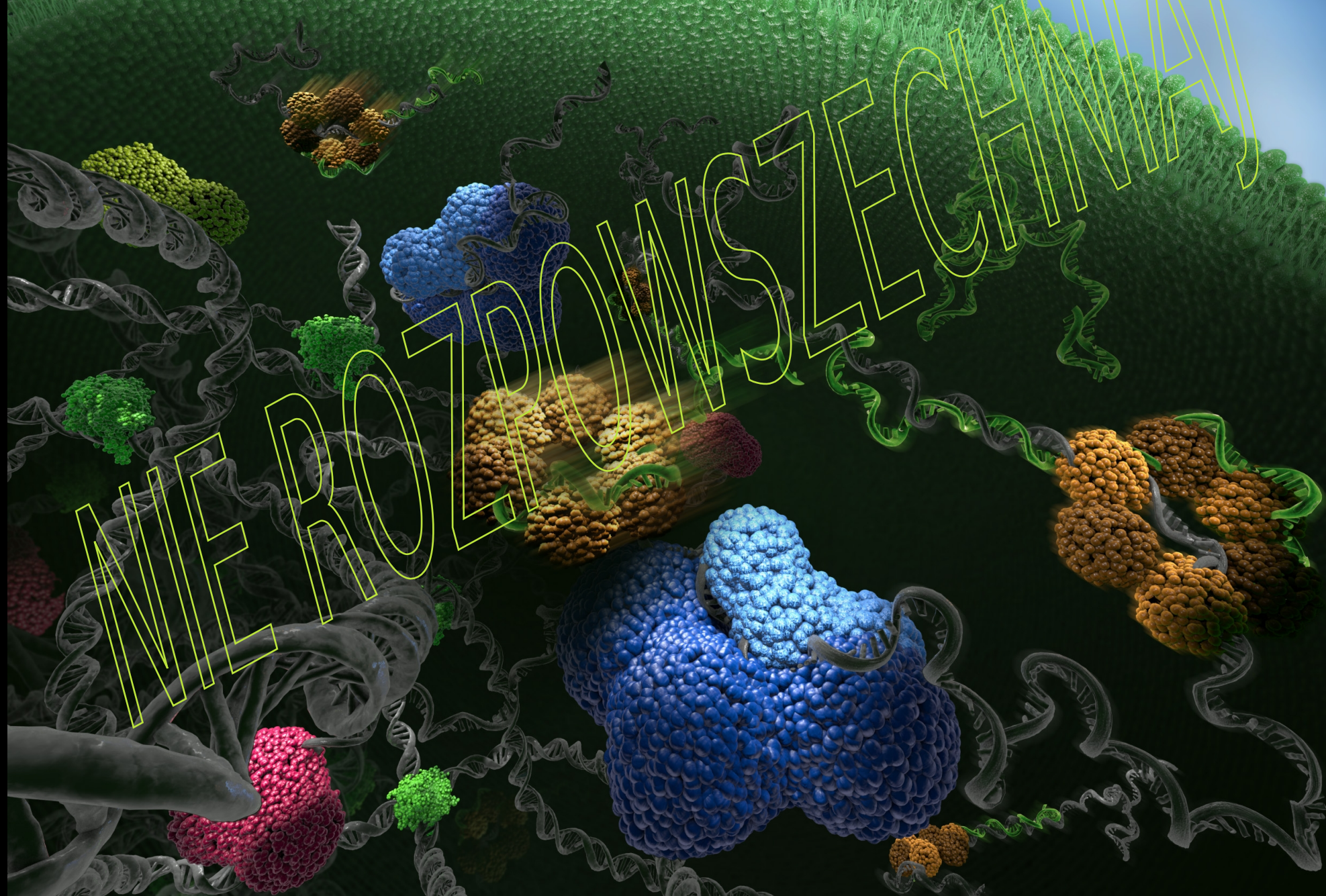
Richard Phillips Feynman (1918-1988)

Howard Curtis Berg (1934-2021) był profesorem fizyki oraz biologii molekularnej i komórkowej na Uniwersytecie Harvarda, gdzie wykładał biofizykę i badał ruchliwość bakterii *Escherichia coli* (*E. coli*). Berg był członkiem Wydziału Biologii Molekularnej i Komórkowej Uniwersytetu Harvarda od 1986 r. oraz Wydziału Fizyki Uniwersytetu Harvarda od 1997 r.

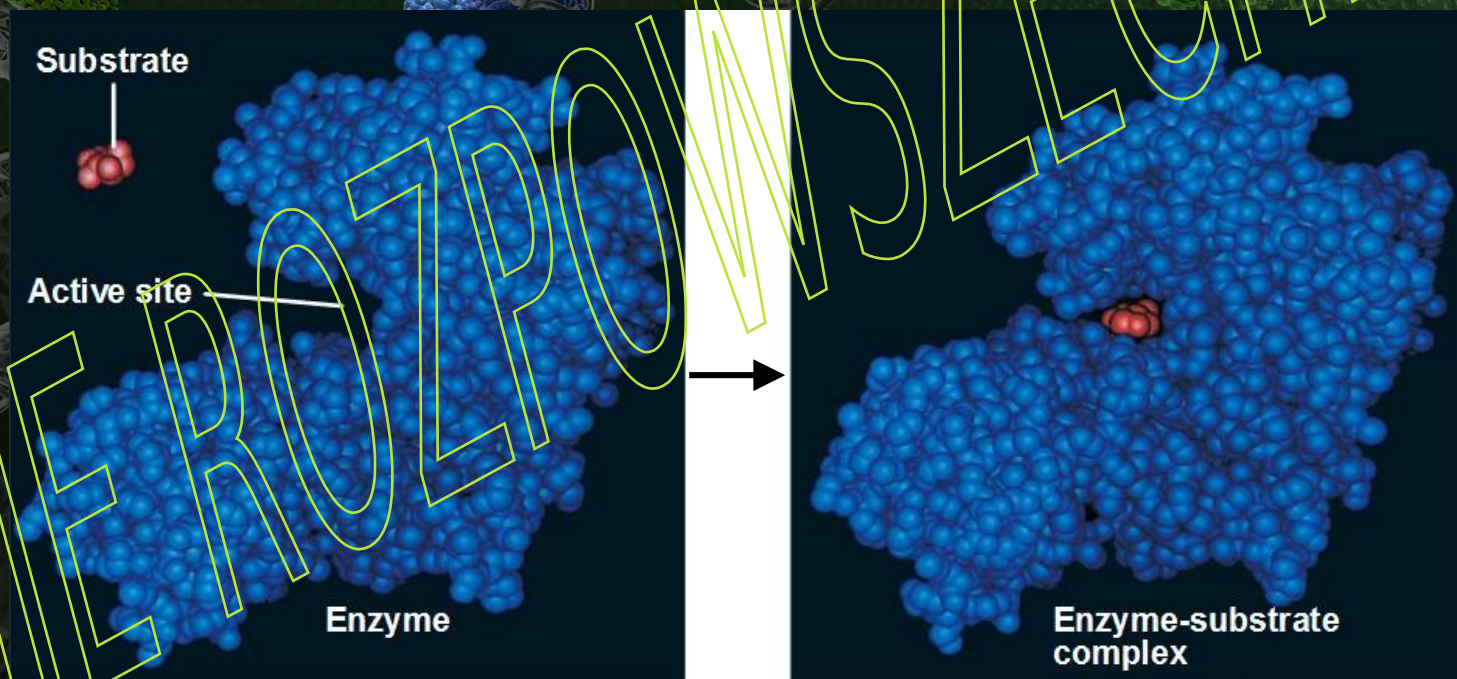
Badamy bakterie, najprostsze wolno żyjące organizmy jednokomórkowe. Interesuje nas, jak wyczuwają zmiany w swoim otoczeniu, analizują dane sensoryczne i reagują w sposób celowy. Naszym zadaniem jest zrozumienie zachowań na poziomie molekularnym, zwłaszcza zachowań związanych z bodźcami chemicznymi (chemotaksją). Naszym głównym tematem jest wiciowana bakteria *Escherichia coli*, która żyje w jelitach. Próbujemy dowiedzieć się, jak działają silniki wiciowe, w jaki sposób ich kierunki obrotu są kontrolowane przez sieć transdukcji sensorycznej komórki i jaki wpływ ma ten obrót na tryby napędu wici. Naszym głównym zainteresowaniem są komórki swobodnie pływające, ale badamy także komórki, które roją się (pływają w skoordynowany sposób po wilgotnych powierzchniach), drgają (*Pseudomonas*) lub ślizgają się (*Cytophaga*, *Mycoplasma*).



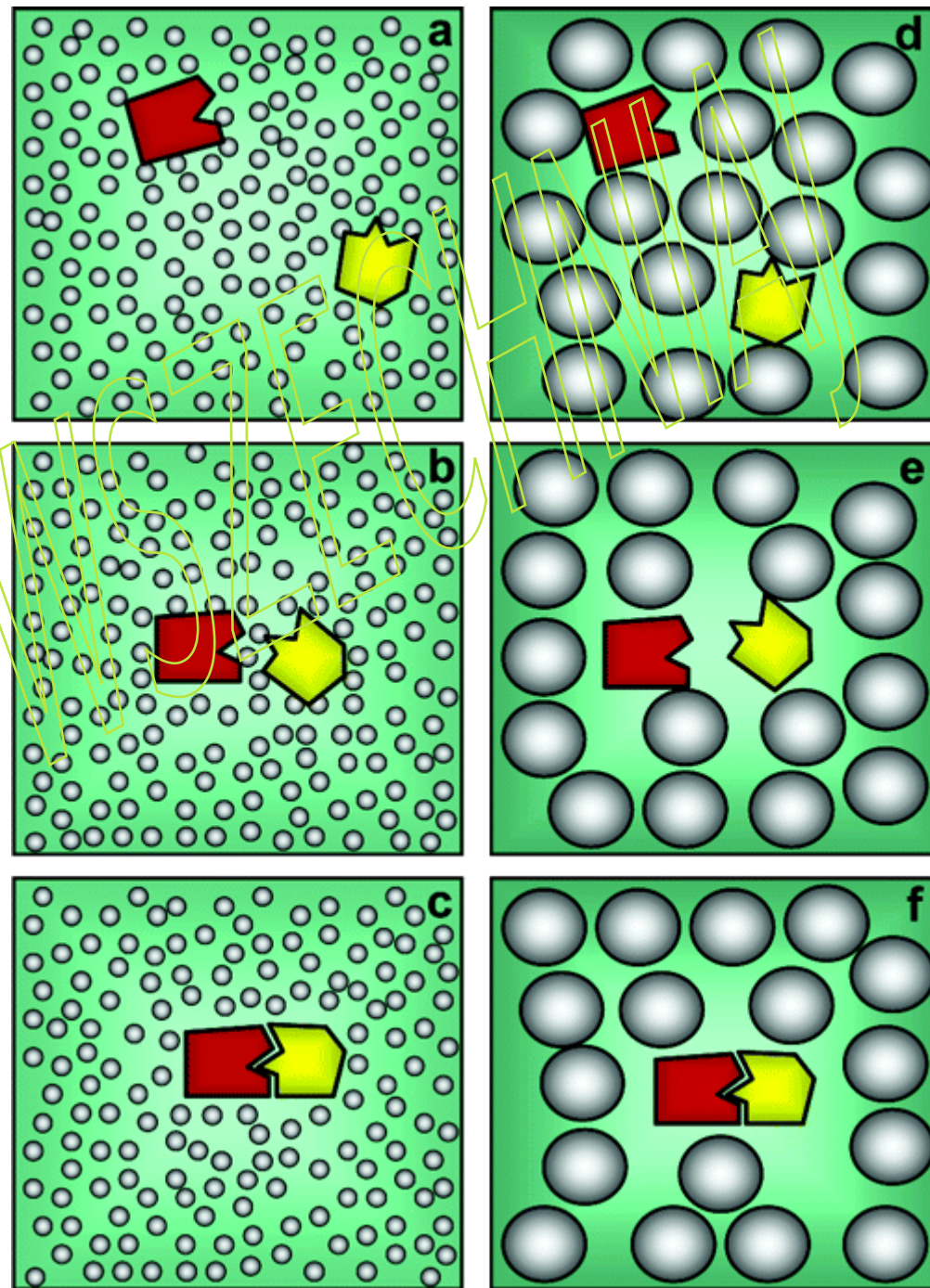
W komórkach organizmów żywych nieustannie zachodzą reakcje chemiczne oraz procesy tworzenia (rozpadu) kompleksów molekularnych bez wytwarzania (zrywania) wiązań chemicznych.

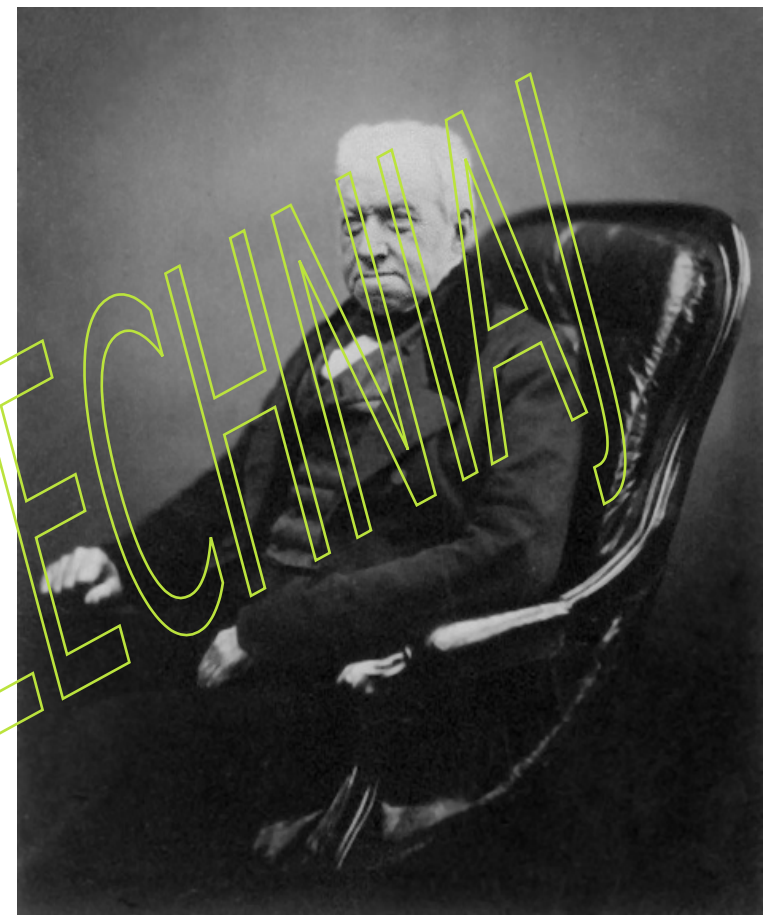
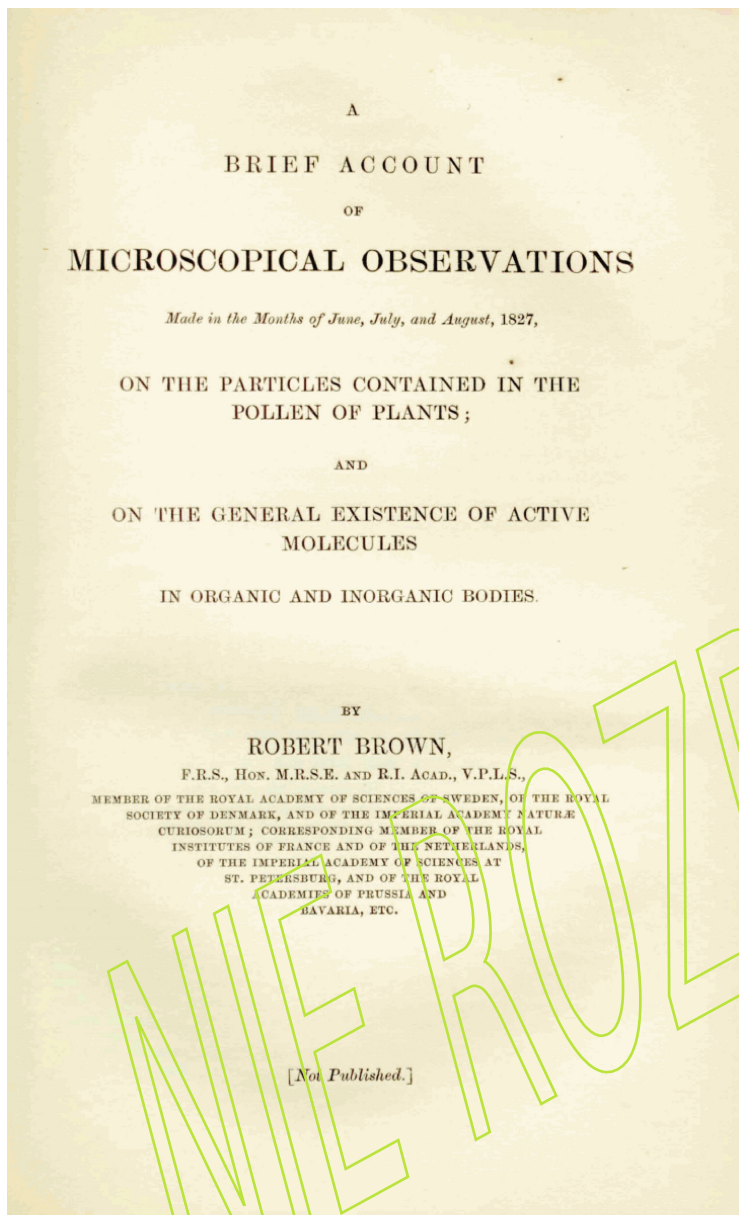


Molekuły tworzące nowy związek chemiczny lub kompleks molekularny, w ośrodku materialnym, zazwyczaj odnajdują się w procesie nazywanym dyfuzją. Dopiero po utworzeniu "kompleksu spotkaniowego" w wyniku dyfuzji mogą nastąpić dalsze etapy tworzenia kompleksu czy też reakcji chemicznej.



Schemat reakcji asocjacji białek w roztworach zawierających glicerynę (a-c) i glikol polietylowy PEG (d-f). W obu roztworach utworzenie kompleksów następuje w wyniku dyfuzji translacyjnej i rotacyjnej, które doprowadzają do prawidłowego wzajemnego położenia i orientacji obu białek.

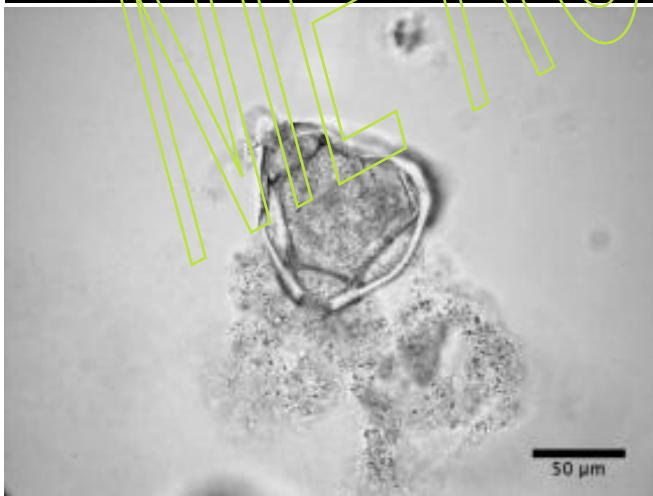
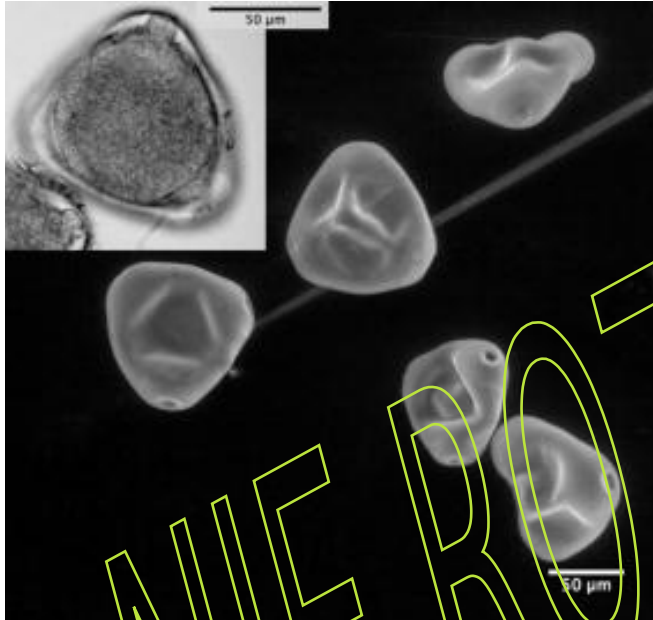




Robert Brown
(1773-1858)



W 1828 roku Robert Brown opisał bezładne ruchy cieplne amyloplastów (ziarna skrobi) i sferosomów (organella występujące w komórkach roślinnych, magazynujące tłuszcze) zawartych w ziarenkach pyłków kwiatowych Klarkii nadobnej (*Clarkia pulchella*). Nazwał je molekułami. W 1831 roku, na posiedzeniu Towarzystwa Linneusza w Londynie, Robert Brown opisuje jądra w komórkach orchidei.

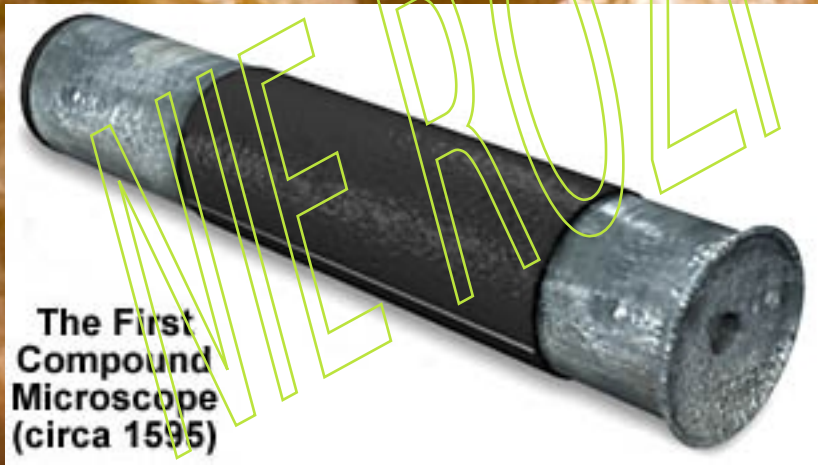


Czy Brown naprawdę mógł dokonać opisanych przez siebie obserwacji, używając swojego prymitywnego mikroskopu jednosoczewkowego?

Koncepcja powiększenia z pewnością wyewoluowała z niewyjaśnionych obserwacji w czasach starożytnych. Jedną z najpopularniejszych naturalnych lup jest kropla wody. Szkło powiększające jest jednym z najstarszych urządzeń optycznych znanych nauce. Tysiące lat temu Egipcjanie używali odłamków kryształu lub obsydianu, aby lepiej widzieć małe przedmioty. Uważa się, że pierwsza lupa skonstruowana do celów naukowych została zaprojektowana przez angielskiego filozofa Rogera Bacona (około 1220-1292) gdzieś w XIII wieku. Rozwój mikroskopii rozpoczął się wraz z wynalezieniem mikroskopu złożonego pod koniec XVI wieku (Zacharias Janssen).



Zacharias Janssen
(1580-1638)



The First
Compound
Microscope
(circa 1595)



Najstarszym artefaktem soczewki jest soczewka Nimrud, datowana na 2700 lat (750–710 p.n.e.) w starożytnej Asyrii, która mogła być używana jako szkło powiększające lub płonące szkło do wznecania pożarów poprzez koncentrację światła słonecznego (wikipedia).

Robert Hooke (1635-1703)

Mikroskop złożony Roberta Hooke'a, składający się z trzech soczewek, opisany w jego *Micrographii* (1655).

MICROGRAPHIA:

OR SOME

Physiological Descriptions

OF

MINUTE BODIES

MADE BY

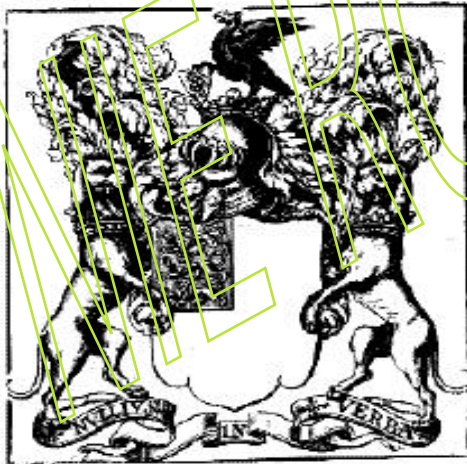
MAGNIFYING GLASSES

WITH

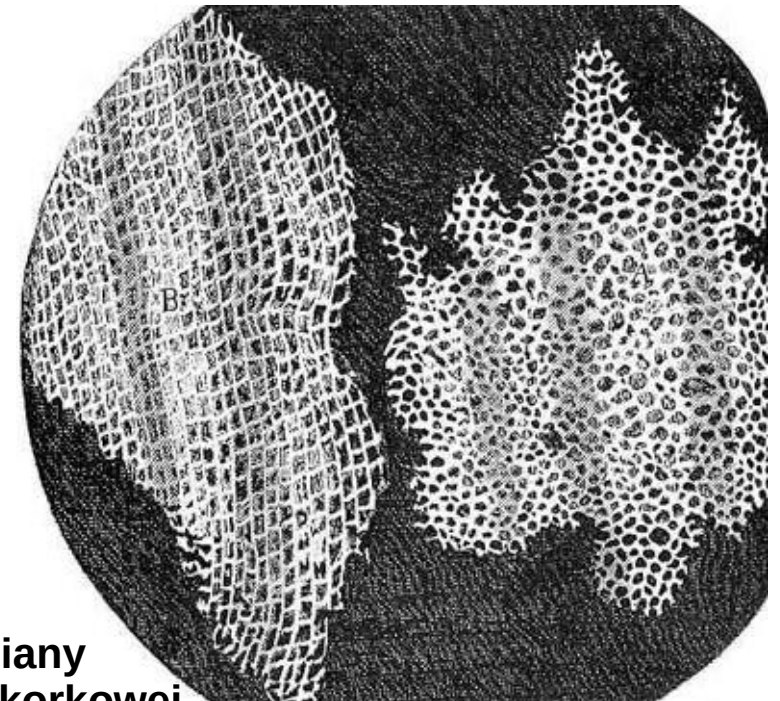
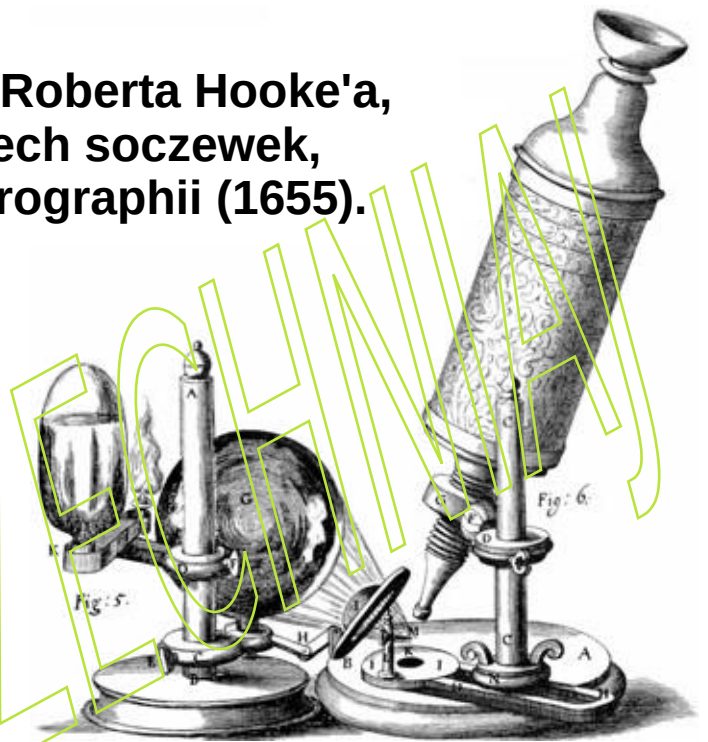
OBSERVATIONS and INQUIRIES thereupon.

By R. HOOKE, Fellow of the ROYAL SOCIETY.

*Non possit aculeo quatuor contendere Leonibus,
Non s'amen idcirco concinnas Lippia crangi. Morat. Ep. lib. I.*



LONDON, Printed by Jo. Martyn, and Jo. Allestry, Printers to the ROYAL SOCIETY, and are to be sold at their Shop at the Bell in S. Paul's Church-yard. M DC LX V.

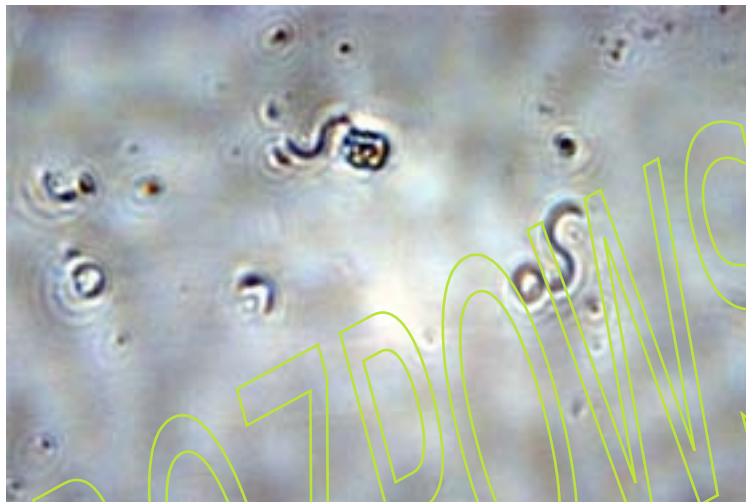


Rysunek Hooke'a przedstawiający ściany komórkowe tkanki korkowej

Wiek XVII



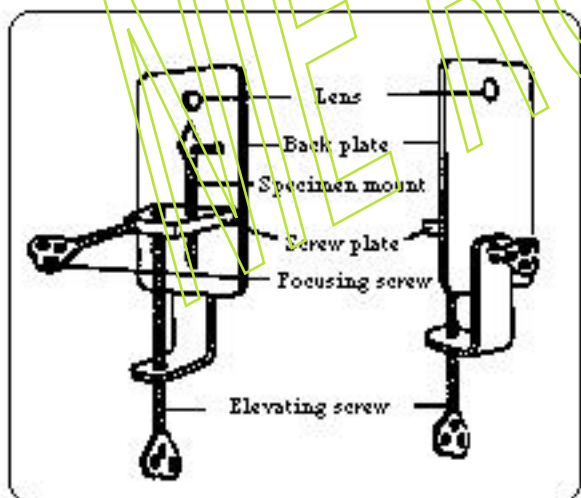
Swobodnie pływające bakterie z rodzaju *Spirillum* są wyraźnie rozróżniane za pomocą repliki mikroskopu Leeuwenhoek'a, wykorzystującej pojedynczą soczewkę jako element powiększający.
<http://www.brianjford.com/wav-spf.htm>



Mikroskop Antoniego van Leeuwenhoeka; jego odkrycia obejmują bakterie (np. duże Selenomonady z jamy ustnej człowieka, w 1676 r.).

Robert Hooke (1653) i Marcello Malpighi (1653) przed van Leeuwenhoekiem wykorzystali mikroskop złożony z trzema soczewkami w swoich badaniach anatomicznych lub embriologicznych. Jednak van Leeuwenhoek jako pierwszy zobaczył życie pod swoim mikroskopem (z jedną prostą soczewką sferyczną o doskonałej jakości, powiększenie 250x). W roku 1676 lub wcześniej van Leeuwenhoek obserwował żyjące istoty w wodzie pieprzowej i opisał to odkrycie w liście (9 października 1676) do Henry'ego Oldenburga, pierwszego redaktora czasopisma Philosophical Transactions Towarzystwa Królewskiego. Nazwał obserwowane organizmy „animalicula”, co obecnie nazywamy pierwotniakami od greckiego „pierwszego zwierzęcia”.

[WAW Moll “Antonie van Leeuwenhoek”, <http://www.faculty.umb.edu/>]



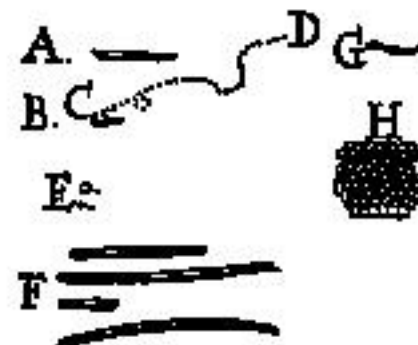
Van Leeuwenhoek's Descriptions of Bacteria

Examples from a letter to the Royal Society dated September 17th, 1683.

(A) & (B) represent rod forms with (C) & (D) indicating the pathway of motion.

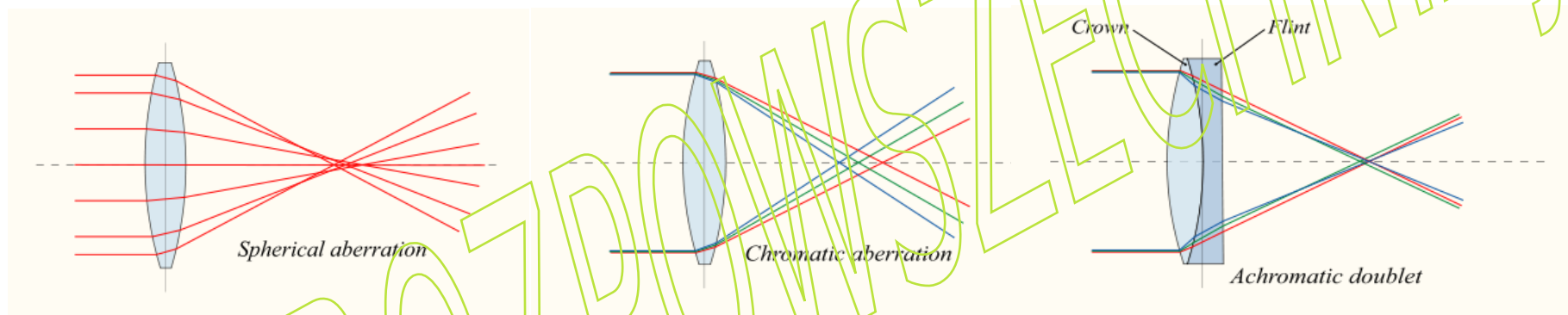
A spherical form is shown in (E) & longer types depicted in (F). The longer type shown in (G) appears to be a spiral form & a cluster of spheres is shown in (H).

Van Leeuwenhoek found many of these organisms between his teeth!



Udoskonalanie mikroskopów złożonych

Wszystkie soczewki charakteryzuje zniekształcanie otrzymywanych z ich pomocą obrazów optycznych przejawiające się brakiem ostrości, zmianą kształtu (aberracja geometryczna) czy pojawieniem się zabarwień (aberracja chromatyczna).



Usunięcie aberracji chromatycznej:

1733, angielski matematyk i prawnik, Chester Hall, połączenie soczewki skupiającej ze szkła kronowego z soczewką rozpraszającą ze szkła flintowego (istotny jest różny współczynnik załamania obu rodzajów szkła) usuwa rozszczepienie kolorów bez utraty powiększenia soczewki skupiającej;

1758, John Dollond, angielski optyk i przemysłowiec, patentuje sposób wytwarzania soczewki Hall'a.

Usunięcie aberracji sferycznej:

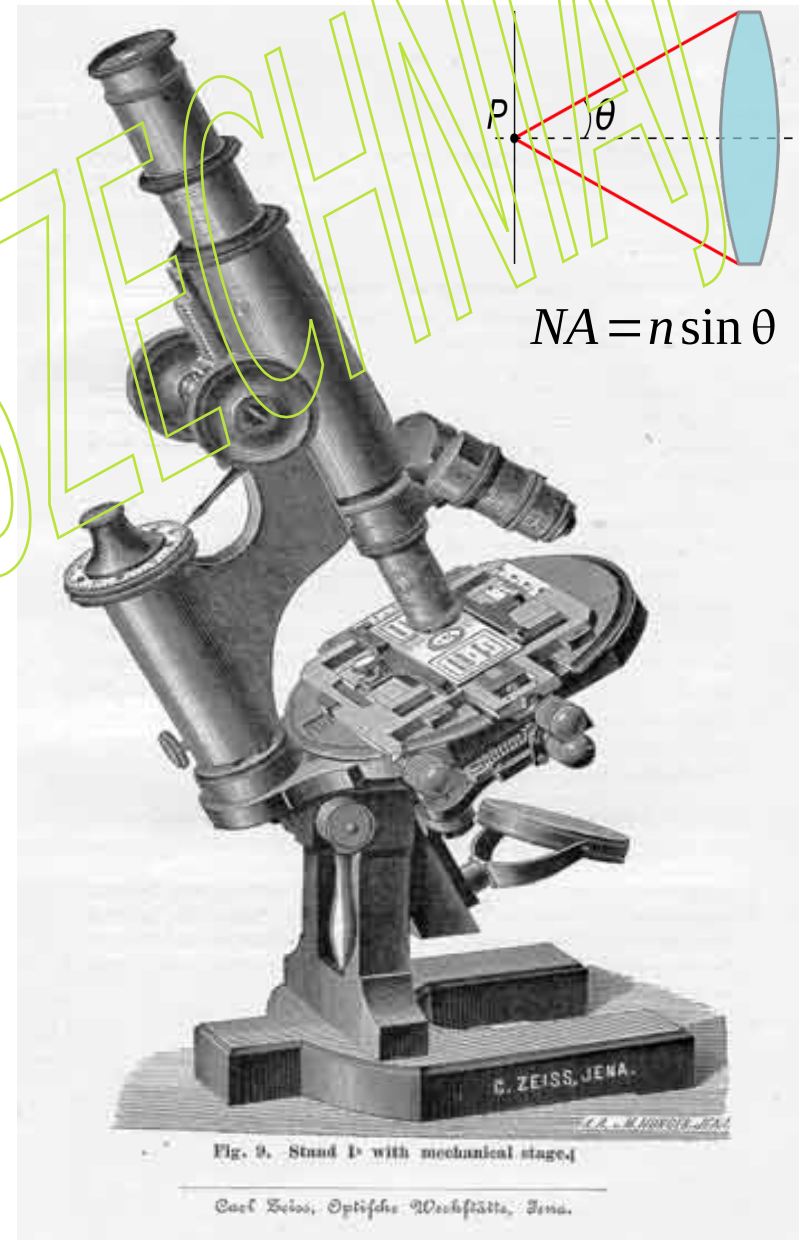
1830 Joseph Jackson Lister, angielski optyk amator, ustawia kilka soczewek w precyzyjnie dobranych odstępach.

Mikroskop (światlny) doskonały

1873 Ernst Abbe publikuje pierwszą pracę dotyczącą teorii działania mikroskopu;

- nowe teorie i wzory matematyczne, rewolucjonizujące wyrób soczewek;
- równanie określające zdolność rozdzielczą mikroskopu¹ $d = \lambda / NA$, gdzie λ jest długością światła, a NA tzw. aperturą numeryczną (n współczynnik załamania ośrodka wypełniającego przestrzeń między szkiełkiem przykrywkowym i frontem soczewek).

1886 firma Zeiss wykonuje apochromatyczny obiektyw imersyjny wg. projektu Abbego, dający rozdzielczość $0.2 \mu\text{m}$, przy oświetleniu światłem białym;



¹zdefiniowaną jako minimalna odległość dwóch elementów by je widzieć jako dwa obiekty a nie jeden

Brian J. Ford (ur 1939) jest niezależnym biologiem, autorem i wykładowcą, który publikuje publikacje dotyczące zagadnień naukowych dla ogółu społeczeństwa.



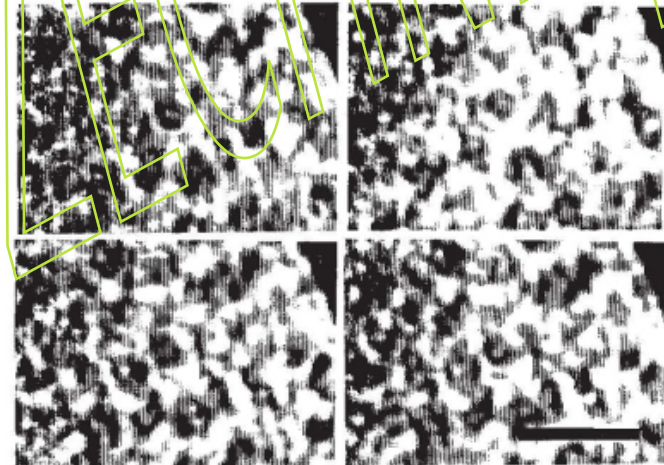
wikipedia

Brown's observations confirmed

SIR — The recent claims that Robert Brown could not have observed brownian movement can now be laid to rest. I have demonstrated videomicrographs of the phenomenon, seen through Brown's own microscope, at Inter Micro (Chicago, Illinois, July 1992). The recordings reveal the clarity with which Brown observed the phenomenon that now bears his name.

Your correspondent Cadée¹ is taken to task by Deutsch² for a slight misquotation in his letter. Deutsch com-

Four frame enlargements from video imaging of brownian movement. The test specimen is suspended globules in milk, and the scale bar represents 10 μm . Frame separation 0.5 seconds, and the high-power lens from Brown's microscope is calibrated at a magnification of $\times 170$. It resolves particulates of 1.3 μm diameter. The microscope is in the collection of the Linnean Society.



plains that he is wrongly cited as having said that Brown's particles were "too large . . . e.g. pollen", and that he actually said they were "too light". Deutsch has published his belief that Brown claimed to observe the phenomenon in the movement of pollen grains, and this common misconception is incorrect.

As Brown makes perfectly plain, his observations were of the intracellular granules within the pollen cells, and not of the entire grains themselves³. Furthermore, Brown took great pains to avoid external perturbations and was clearly aware of the problems that might be caused by currents induced by such factors. Each of Deutsch's objections can be faulted by a careful consultation of

Brown's privately printed account⁴.

The authority now cited by Deutsch⁵ produced an interesting account, although it perpetrated the widespread belief that the simple microscope was not capable of generating images of sufficient resolution. Perrin writes that the phenomenon was described "very shortly after the discovery of the achromatic objective". This comment is misleading.

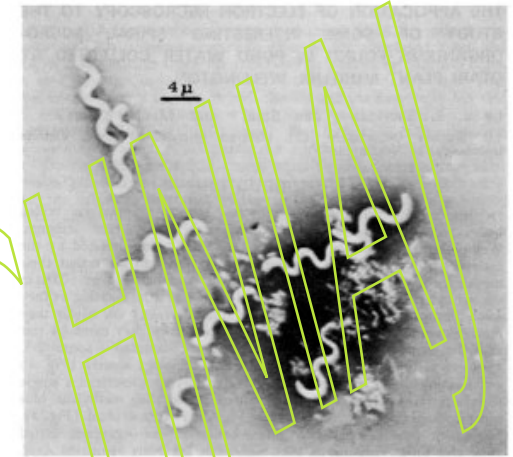
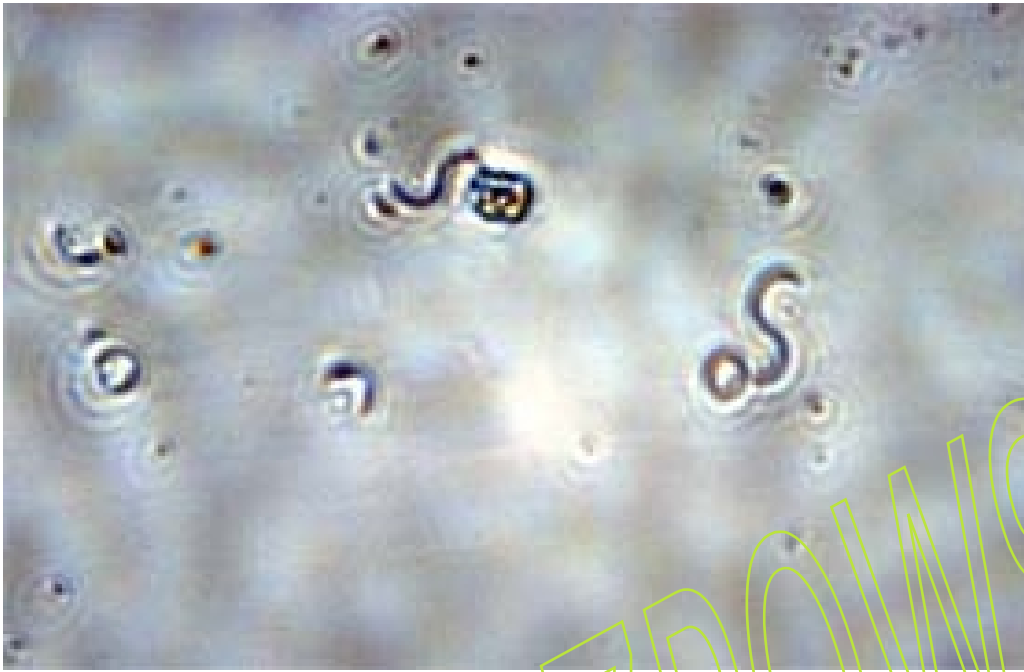
As Brown makes clear, his observations were made using the simple (single

lens) microscope. He had brief recourse to an early achromatic compound system, but soon returned to the single lens³. The "pseudo-brownian movement" postulated by Deutsch is certainly not recognized by Perrin, or by other major workers in the field. I am aware of no evidence that it exists.

Brian J. Ford

*Rothay House, Mayfield Road,
Eastrea, Cambridge PE7 2AY, UK.*

1. Cadée, G. C. *Nature*, **354**, 180 (1991).
2. Deutsch, D. H. *Nature*, **357**, 354 (1992).
3. Brown, R. *A brief account of microscopical observations made in the months of June, July and August 1827 on the particles contained in the pollen of plants and Additional remarks on active molecules* (London, 1828).
4. Ford, J. *The Microscope* **39** (3 & 4), 161–173 (1991).
5. Perrin, J. *Brownian Movement and Molecular Reality* (London, 1910).



Swobodnie pływające spiralne bakterie rodzaju *genus Spirillum*, opisywane przez Leeuwenhoek'a, tak jak je widać wspólnie przy użyciu kopii jego jednosoczewkowego mikroskopu. Doświadczenie wykonane przez brytyjskiego badacza Briana J. Forda.

Po prawej, te same bakterie oglądane przy użyciu współczesnych mikroskopów, świetlnego przy powiększeniu 100x (góra, skala 4 μm) i elektronowego (środek i dół, skale 1 μm).



Winning Image at Inter/Micro

Dr Anthony Havics of the pH2 Company, Indianapolis, presented Brian J. Ford (pictured left) with a winner's award at the Inter/Micro 2009 conference held in Chicago in July. Professor Ford's picture shows an image of cells and nuclei in orchid epidermis as first observed by



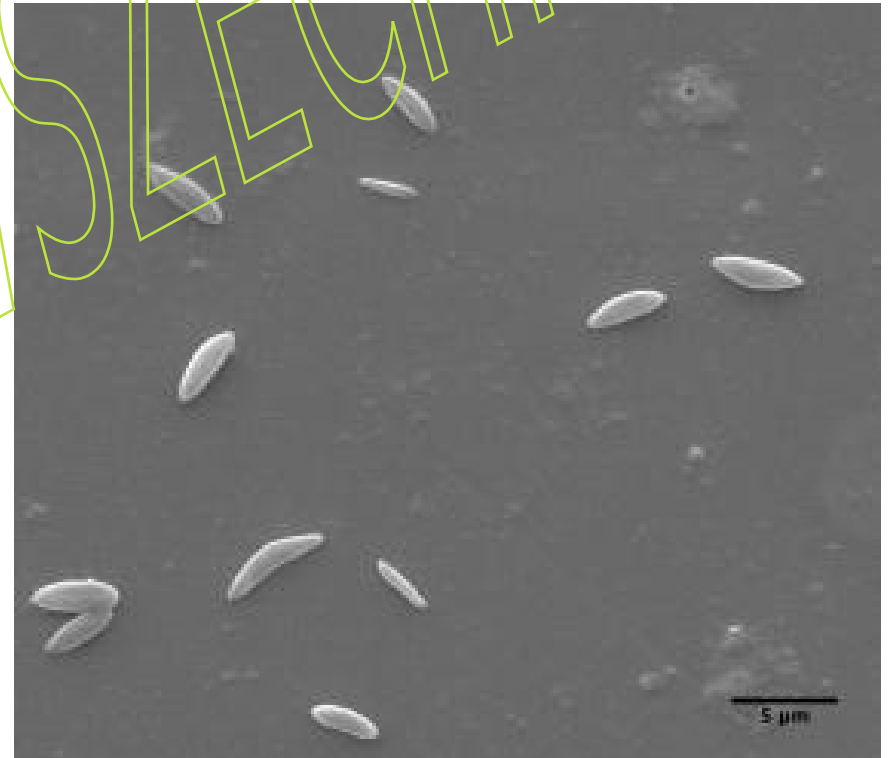
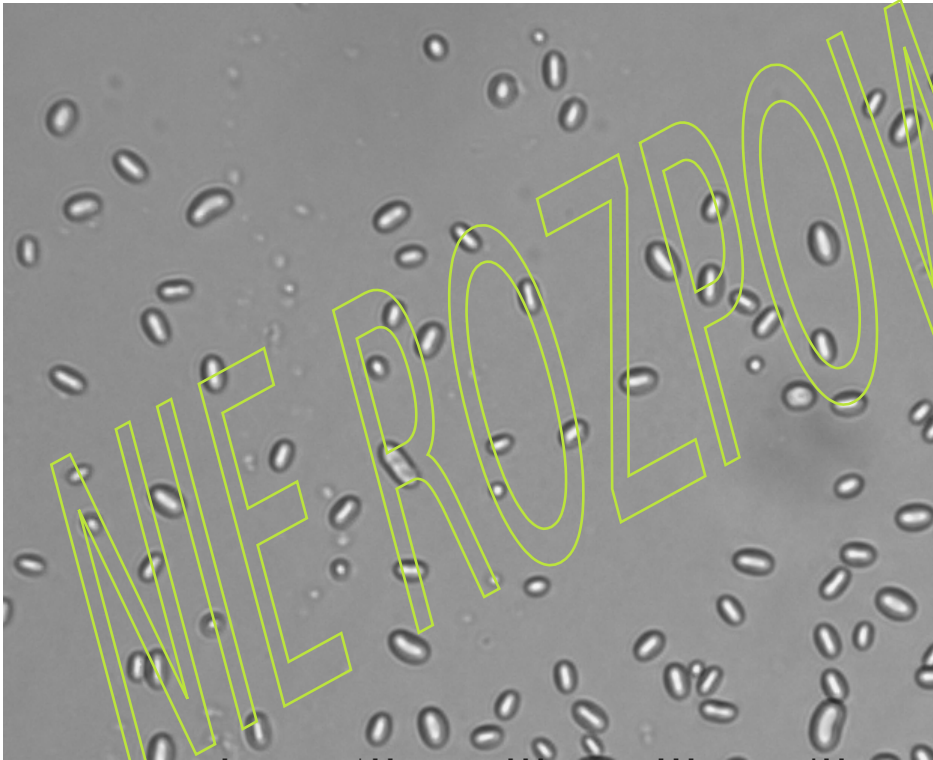
Robert Brown in 1828. Ford obtained the image using Brown's original microscope which is preserved at the Linnean Society of London, where he is Honorary Surveyor of Scientific Instruments. The pH2 company now sponsor the annual competition. Brian Ford first lectured at Inter Micro 40 years ago. Highlights of Inter/Micro's 61st anniversary included an Evening with Brian: "The Cheat and the Microscope", a workshop on airborne fungal spores with Dr John Haines, and the traditional closing banquet followed by the SMSI Awards Presentation and Auction.

Brian J. Ford is a visiting professor at the University of Leicester and an associate of Caius College, University of Cambridge in England.

What Brown saw and you can too

Philip Pearle, Brian Collett, Kenneth Bart, David Bilderback, Dara Newman, and Scott Samuels

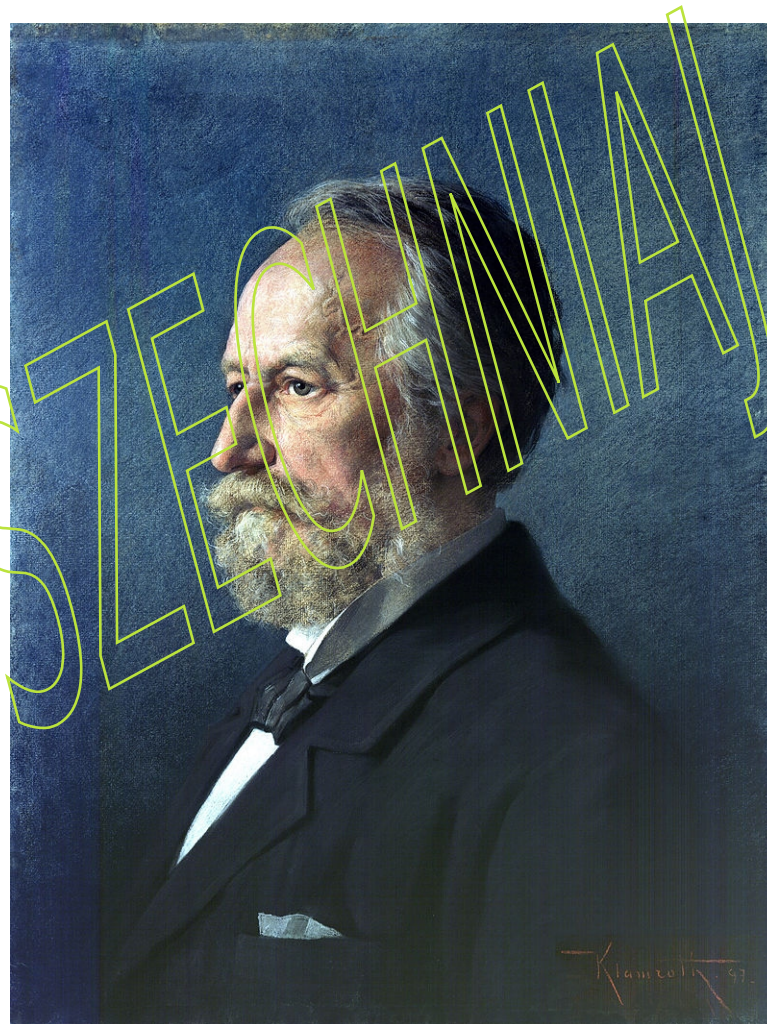
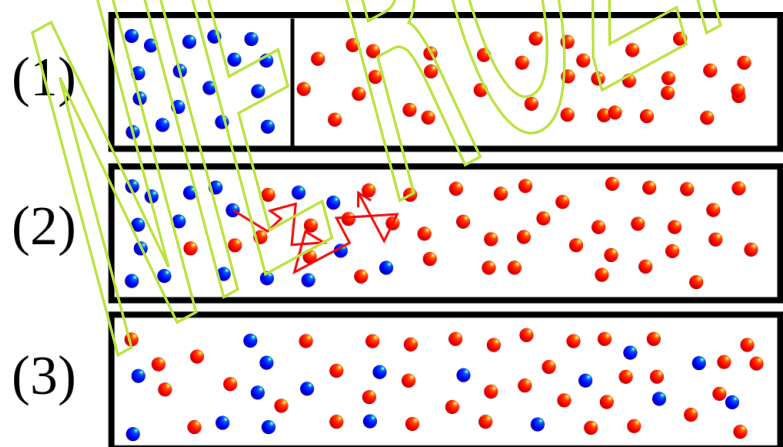
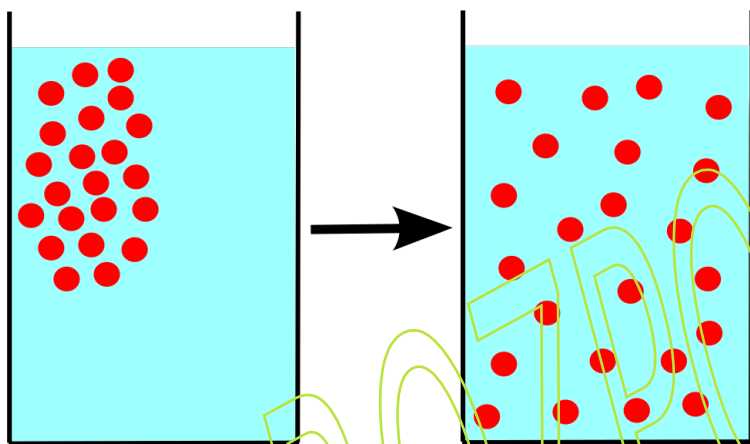
Citation: *American Journal of Physics* **78**, 1278 (2010); doi: 10.1119/1.3475685



Tak Brown widział amyloplasty i sferosomy w swoim mikroskopie ...

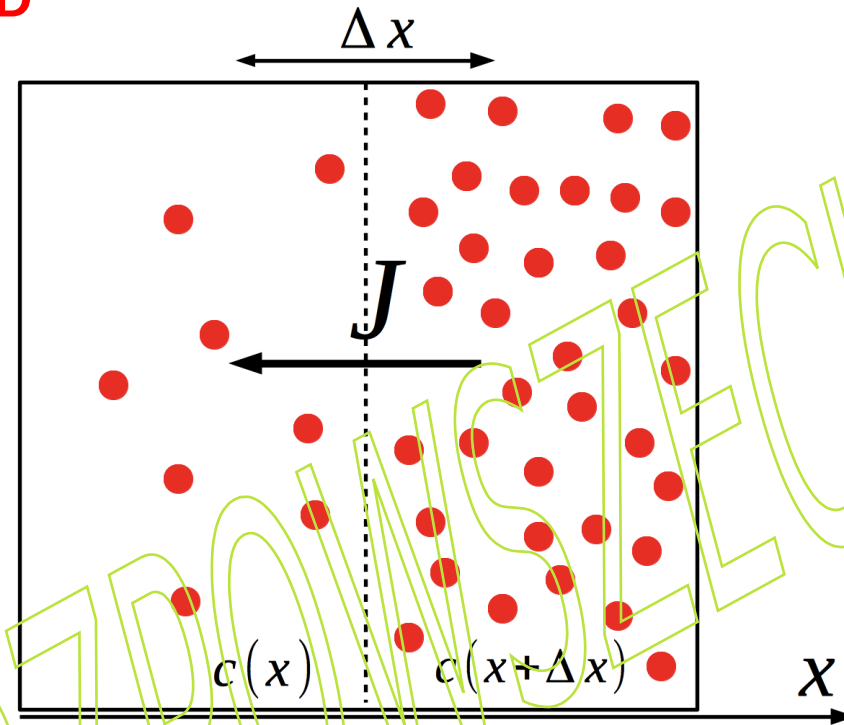
... a tak amyloplasty wyglądają w mikroskopie elektronowym.

Dyfuzja to ruch netto cząsteczek lub atomów z obszaru o wysokim stężeniu (lub wysokim potencjale chemicznym) do obszaru o niskim stężeniu (lub niskim potencjale chemicznym) w wyniku losowego ruchu cząsteczek lub atomów.



W 1855 roku Adolf Fick, 26-letni demonstrator anatomii z Zurychu, zaproponował swoje prawo dyfuzji. Wykorzystał badania Grahama, stwierdzając, że jego celem jest „opracowanie podstawowego prawa działania dyfuzji w pojedynczym elemencie przestrzeni”.

Współczynnik dyfuzji D



Niech J będzie liczbą netto cząsteczek przemieszczających się z prawej strony na lewą stronę w jednostce czasu na jednostkę powierzchni dzielącej i niech c będzie stężeniem cząsteczek wyrażonym w ich liczbie na jednostkę objętości. Strumień J jest proporcjonalny do gradientu stężenia c , a stała proporcjonalności nazywana jest współczynnikiem dyfuzji D :

$$J = -D \frac{c(x+\Delta x) - c(x)}{\Delta x} \quad \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} \quad -D \frac{\partial c}{\partial x}$$

I prawo dyfuzji Ficka.

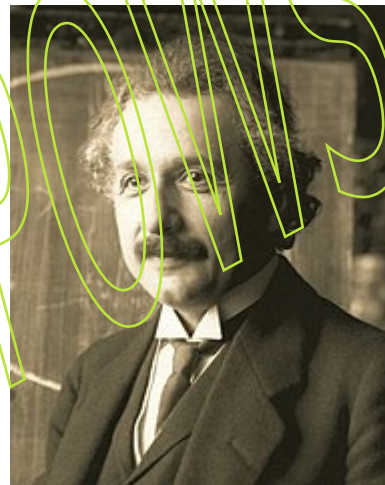
Wyjaśnienie ruchów Browna

William Sutherland
1904



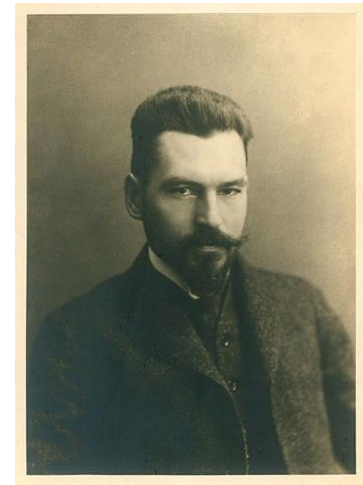
1859-1911

Albert Einstein
1905



1879-1955

Marian Smoluchowski
1906



1872-1917

Artykuł Williama Sutherlanda:
Ionization, ionic velocities, and atomic sizes. *Philosophical Magazine*, S.6, 3 (1902), 161-177,
zawiera ważną ideę, że można zastosować prawo Stokesa do określenia wielkości dużych cząsteczek.

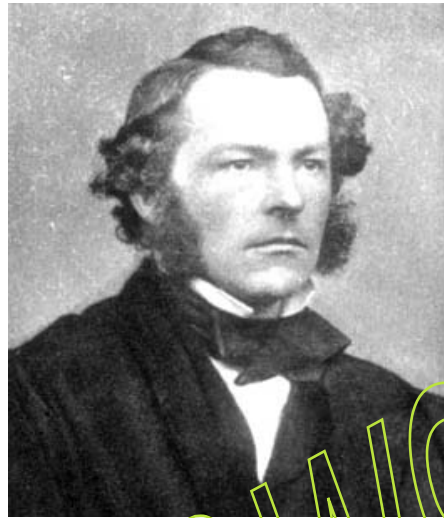
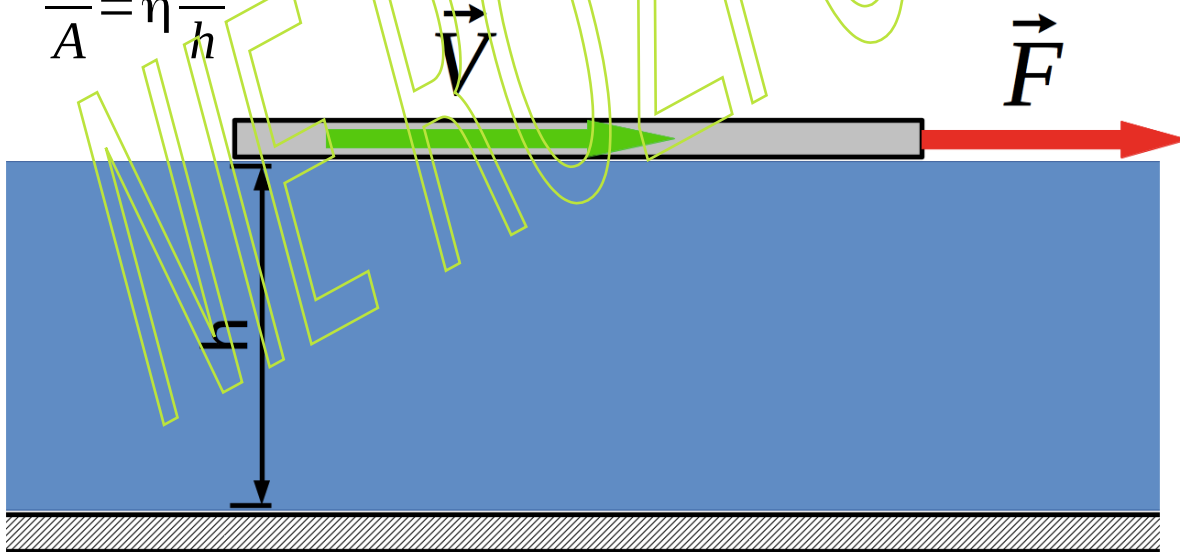
Lepkość η



Zdefiniowana przez Newtona w 1667

Dla płynów newtonowskich η nie zależy od V/h

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{V}{h}$$



W 1851 roku Stokes wydedukował związek pomiędzy siłą oporu działającą na kulę a lepkością

$$\vec{f} = -6\pi\eta\sigma\vec{v}$$

Równanie Naviera-Stokesa to równanie ruchu płynu lepkiego (Navier 1827; Stokes 1845)

$$\rho \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right) = \eta \nabla^2 \mathbf{v} - \nabla p + \rho \vec{F}$$



C. Navier

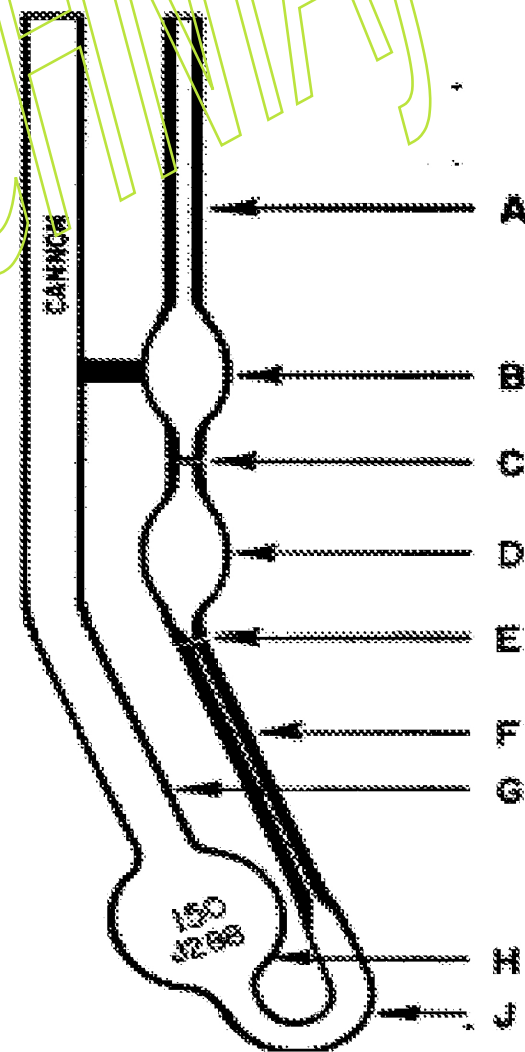
Pomiar lepkości – lepkościomierz Cannon-Fenske



Pomiar lepkości polega na wyznaczeniu czasu przepływu poprzez oznakowany zbiorniczek.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = a \cdot t + \frac{b}{t}$$

ν - lepkość kinematyczna; a – stała kalibracyjna (podawana przez producenta); b – poprawka na energię kinetyczną cieczy (zwykle pomijalnie mała). Rurka G służy do napełnienia lepkościomierza. Poprzez rurkę A zasysa się ciecz do zbiorniczka B. Następnie pozwala się cieczy na swobodne spłynięcie i mierzy się czas przejścia cieczy od linii C do linii E. W czasie pomiaru lepkościomierz jest zanurzony w termostacie.



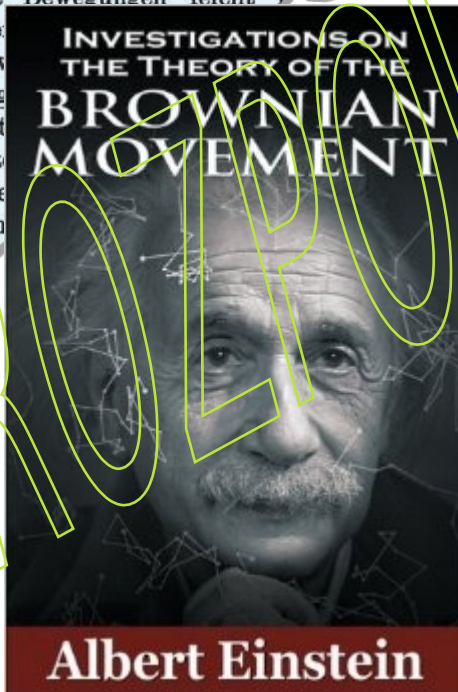
5. *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen;*
von A. Einstein.

In dieser Arbeit soll gezeigt werden, daß nach der molekularkinetischen Theorie der Wärme in Flüssigkeiten suspendierte Körper von mikroskopisch sichtbarer Größe infolge der Molekularbewegung der Wärme Bewegungen von solcher Größe ausführen müssen, daß diese Bewegungen leicht mit dem Mikroskop nachgewiesen werden können.

Die hier zu behandelnden Bewegungen sind die „Brown'schen Molekularbewegungen“. Die erreichbaren Angaben über letztere sind so gering, daß ich mir hierüber kein Urteil bilden kann.

Wenn sich die hier zu behandelnden Bewegungen für sie zu erwartenden Gesetzen unterwerfen läßt, so ist die klassische Theorie der Molekularbewegung mikroskopisch unterscheidbar von der Atomtheorie anzusehen und es ist die Atomgröße möglichst genau dieser Bewegung zugeordnet zu werden. Die wiegende der Wärme...

1905



INVESTIGATIONS ON THE THEORY OF THE BROWNIAN MOVEMENT

I
ON THE MOVEMENT OF SMALL PARTICLES SUSPENDED IN A STATIONARY LIQUID DEMANDED BY THE MOLECULAR-KINETIC THEORY OF HEAT

I N this paper it will be shown that according to the molecular-kinetic theory of heat, bodies of microscopically-visible size suspended in a liquid will perform movements of such magnitude that they can be easily observed in a microscope, on account of the molecular motions of heat.

It is possible that the movements to be discussed here are identical with the so-called "Brownian molecular motion"; however, the information available to me regarding the latter is so lacking in precision, that I can form no judgment in the matter (1).

If the movement discussed here can actually be observed (together with the laws relating to

Jest możliwe, że ruchy które będą tu dyskutowane są identyczne z tzw. "molekularnymi ruchami Browna"; jednakże informacje dostępne dla mnie odnośnie tych ostatnich są tak nieprecyzyjne, że nie mogę przedstawić to żadnej opinii czy oceny.

LXXV. *A Dynamical Theory of Diffusion for Non-Electrolytes and the Molecular Mass of Albumin.* By WILLIAM SUTHERLAND ‡.

IN a paper communicated to the Australian Association for the Advancement of Science at Dunedin, 1904, on the Measurement of Large Molecular Masses, a purely dynamical theory of diffusion was outlined, with the aim of getting a formula for calculating from the data of diffusion those large molecular masses for which the ordinary methods fail. The formula obtained made the velocity of diffusion of a substance through a liquid vary inversely as the radius a of its molecule and inversely as the viscosity of the liquid. On applying it to the best data for coefficients of diffusion D it was found that the products aD , instead of being constant, diminished with increasing a in a manner which made extrapolation with the formula for substances like albumin seem precarious. After looking a little more closely into the dynamical conditions of the problem, it seems to me that the diminution of aD can be accounted for, and can be expressed by an empirical formula which enables us to extrapolate with confidence for a value of a for albumin, and so to assign for the molecular mass of albumin a value whose accuracy depends on that with which D is measured.

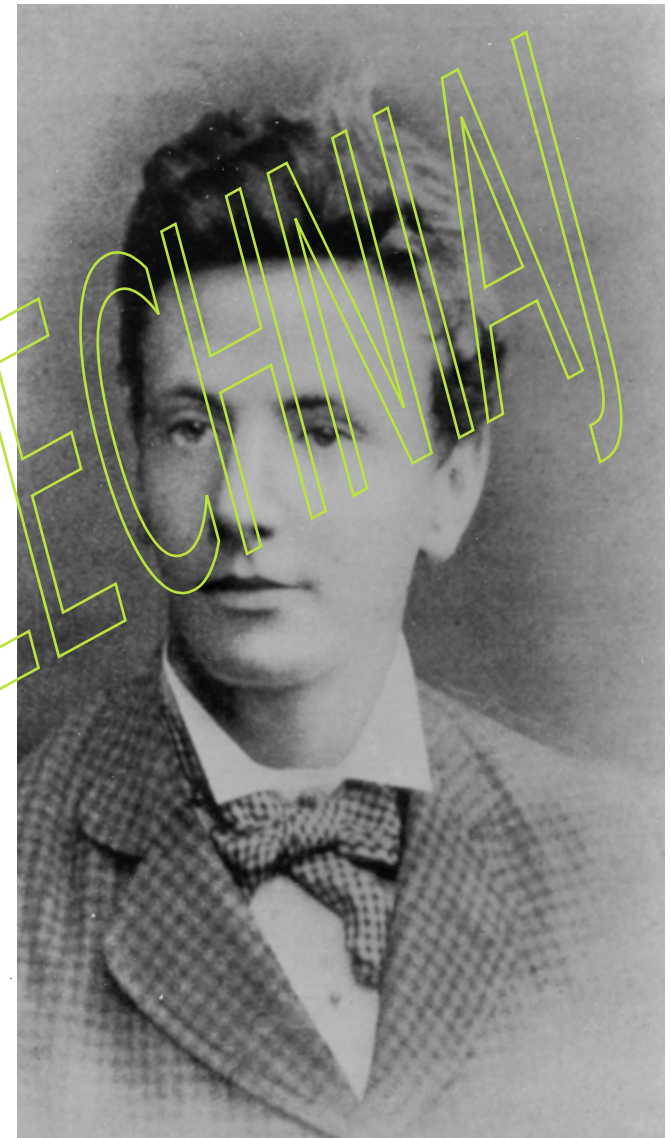
The theory is very similar to that of "Ionization, Ionic Velocities and Atomic Sizes" (Phil. Mag. Feb. 1902). Let a molecule of solute of radius a move with velocity V parallel to an x axis through the dilute solution of viscosity η . Then the resistance F to its motion is given by Stokes's formula

$$F = 6\pi V\eta a \frac{1 + 2\eta/\beta a}{1 + 3\eta/\beta a} \dots \dots \dots (1)$$

* A theorem attributed to Weber. See Gray and Matthews' 'Bessel's Functions,' p. 228.

† See 'Theory of Sound,' § 203, equations (14), (16).

‡ Communicated by the Author.

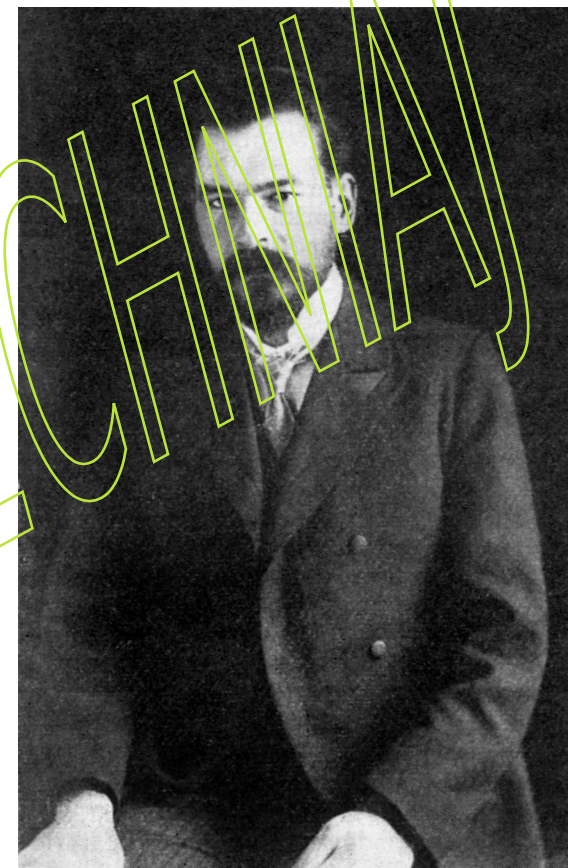


1904, 1905

**4. Zur kinetischen Theorie der Brownschen Molekularbewegung und der Suspensionen;
von M. von Smoluchowski.**

[Bearbeitet nach einer am 9. Juli 1906 der Krakauer Akademie vorgelegten und demnächst in dem *Bullet. Int. Crac.* erscheinenden Abhandlung.]

§ 1. Die viel umstrittene Frage nach dem Wesen der von dem Botaniker Robert Brown 1827 entdeckten Bewegungserscheinungen, welche an mikroskopisch kleinen, in Flüssigkeiten suspendierten Teilchen auftreten, ist neuerdings durch zwei theoretische Arbeiten von Einstein¹⁾ wieder in Anregung gebracht worden. Die Ergebnisse derselben stimmen nun vollkommen mit einigen Resultaten überein, welche ich vor mehreren Jahren in Verfolgung eines ganz verschiedenen Gedankenganges erhalten hatte, und welche ich seither als



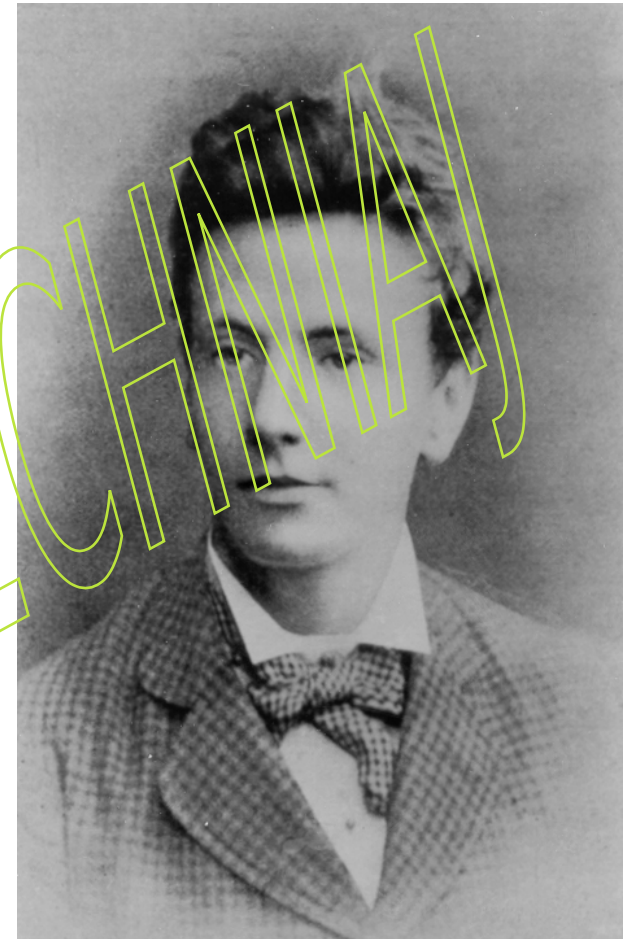
Marian Smoluchowski
1872-1917

Argument, że ruchy Browna naruszają drugą zasadę termodynamiki, mógł być powodem, dla którego Smoluchowski nie publikował swoich wcześniejszych obliczeń na ten temat. Kiedy przeczytał artykuł Einsteina, natychmiast zdecydował się opublikować swoje wyniki. [W. Gerhard Pohl, The theory of Brownian motion - one hundred years old, in *The Global and the Local: The History of Science and the Cultural Integration of Europe. Proceedings of the 2nd ICESHS (Cracow, Poland, September 6–9, 2006)* / Ed. by M. Kokowski]

Pod koniec XIX i na początku XX wieku William Sutherland interesował się wyjaśnieniem dyfuzji przez przypadkowy ruch małych cząstek zawieszonych w cieczach – ruch odnotowany wcześniej przez szkockiego botanika Roberta Browna w 1827 r. i później oznaczony na jego cześć jako „ruchy Browna” . .”

W 1904 roku, stosując podejście dynamiczne, Sutherland wyprowadził równanie procesów fizycznych leżących u podstaw ruchów Browna, matematycznie wyjaśniając dyfuzję substancji rozpuszczonej do rozpuszczalnika, w oparciu o podstawowe modele atomowe i molekularne wiążące dyfuzję z lepkością. O jego odkryciu doniesiono w artykule wygłoszonym w 1904 roku na konferencji Australasian Association for the Advancement of Science w Dunedin w Nowej Zelandii, a następnie opublikowanym w Philosophical Magazine na początku 1905 roku (Sutherland, 1905).

Korespondencja pomiędzy Einsteinem i jego wieloletnim przyjacielem inżynierem Michele Besso prowadzona w 1903 roku ujawnia, że Einstein bardzo interesował się pracami Sutherlanda. Kilka miesięcy po publikacji Sutherlanda, ale także w 1905 r., Einstein opublikował dokładnie „to samo równanie” i „doszedł do niego na podstawie dokładnie tego samego toku rozumowania”, ale bez uznania długu lub nawet istnienia wcześniejszych prac Sutherlanda.



A lecture by Bruce H J McKellar “How the mass movement of trillions of atoms changed the World, Einstein, Sutherland, Atoms, and Brownian motion”, 2005;

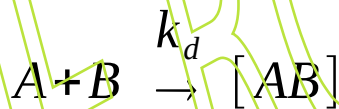
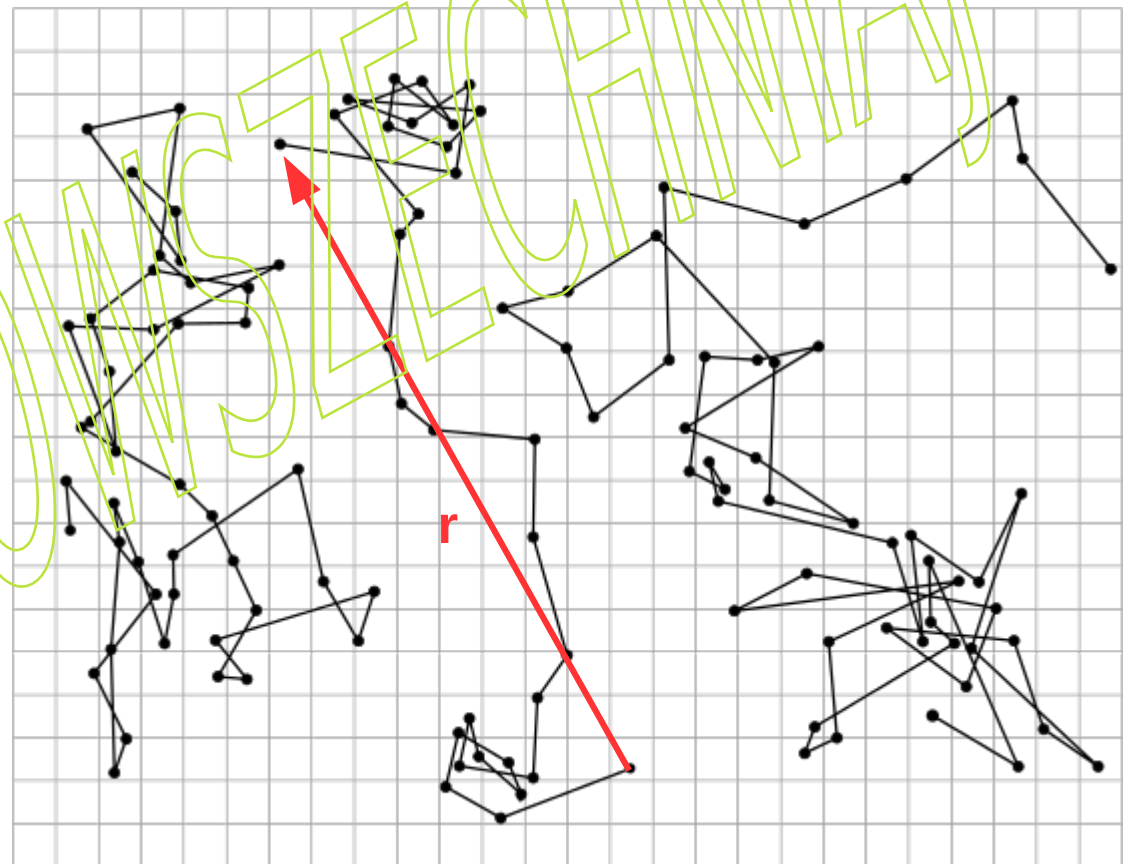
Gareth Ernest Boardman, CORRECTING THE RECORD: PRIORITY AND THE EINSTEIN PAPERS ON “BROWNIAN MOTION”, Cosmos and History: The Journal of Natural and Social Philosophy, vol. 16, pp 487-491, 2020

Sutherland 1904, 1905; Einstein 1905; Smoluchowski 1906;

$$\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle = 2Dt$$

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta\sigma}$$

Położenia cząstek gumiguty o średnicy $0.53 \mu\text{m}$ rejestrowane co 30 sekund. Jedna podziałka skali równa jest $3,125 \mu\text{m}$. Jean Perrin, *Annales de Chimie et de Physique*, ser. 8 (18) 1-114, 1909. Nagroda Nobla z Fizyki 1926.



$$k_d = 4\pi(D_A + D_B)(R_A + R_B)$$

M. von Smoluchowski. Versuch einer mathematischen theorie der koagulationskinetik kolloider losungen, *Z. Phys. Chem.*, 92:129-168, 1917.



Richard Adolf Zsigmondy nagroda Nobla z chemii 1925

„Za wykazanie heterogenicznego charakteru roztworów koloidów i zastosowanych przez niego metod, które od tego czasu stały się podstawą współczesnej chemii koloidów”



Złoto koloidalne

Ultramikroskopie für Kolloide

Nach SIEDENTOPF und ZSIGMONDY

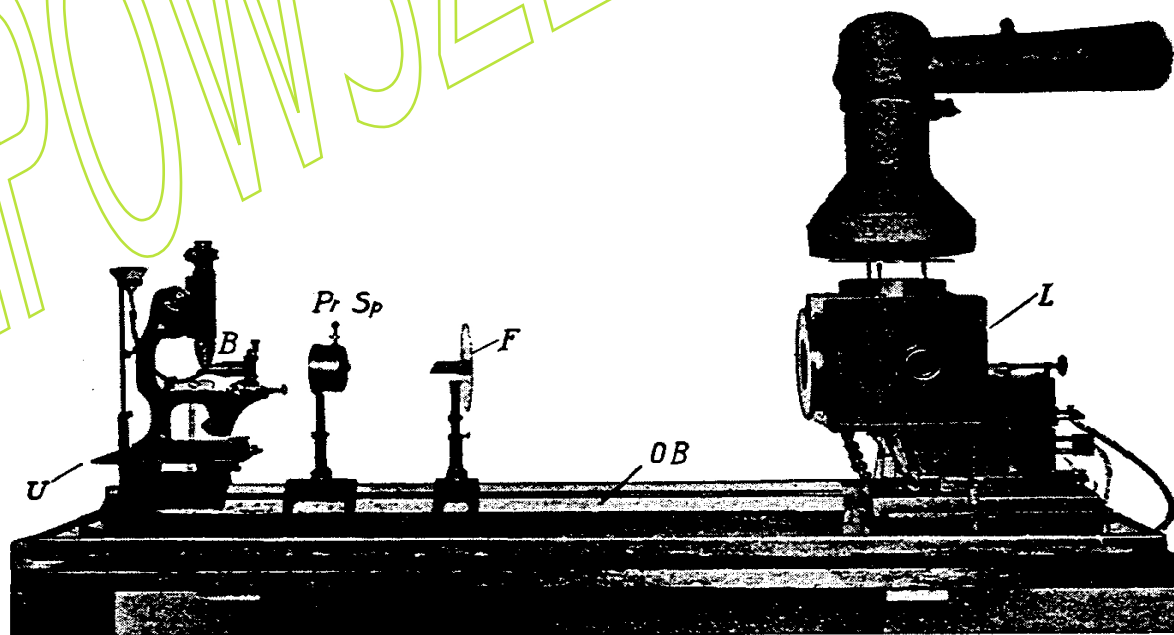
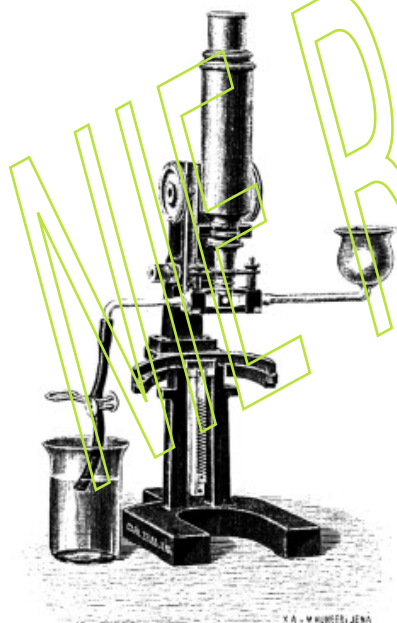
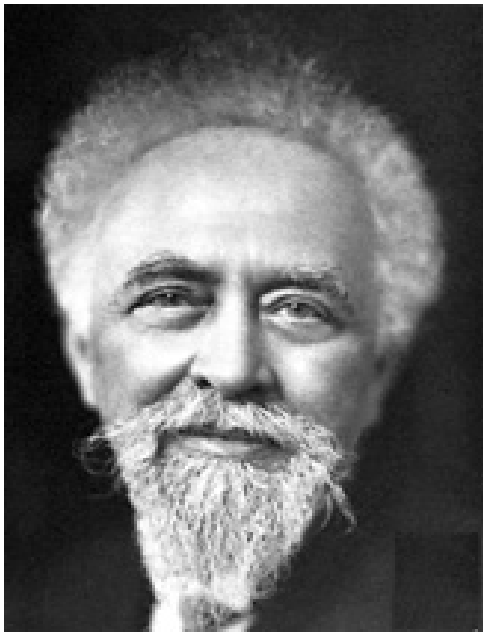
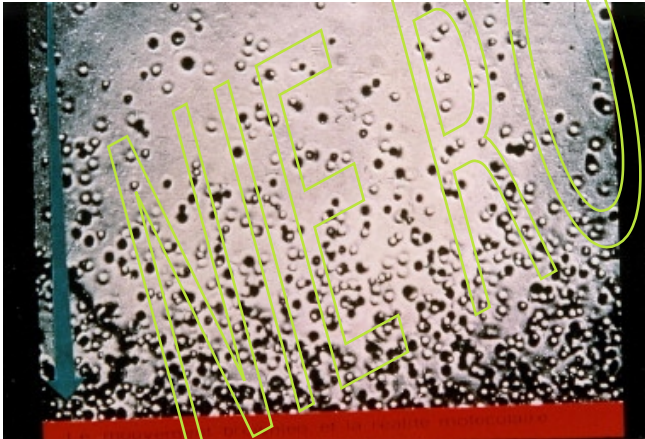


Fig. 2. Immersion ultramicroscope.

L = Light source; F = Telescope objective which gives a picture of the light source on the precision slit $PrSp$. The condenser B forms an image of the precision slit in the colloidal solution, which is in a small dish.

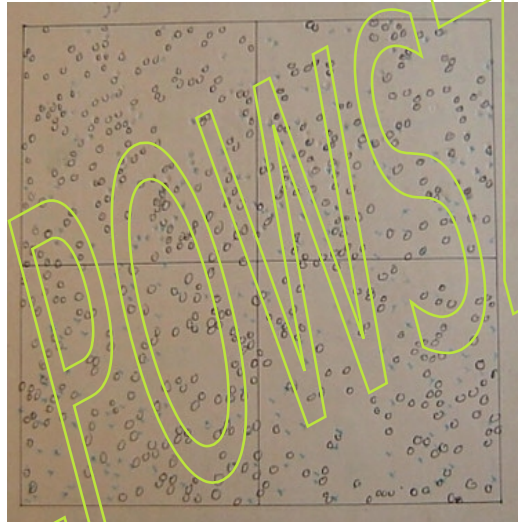


Jean Baptiste Perrin
(1870-1942)



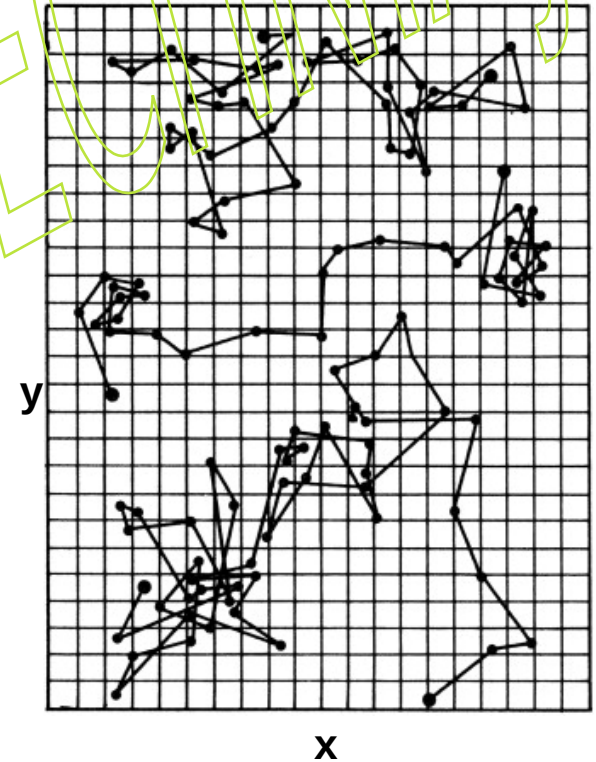
Mikrofotografia rozkładu pionowego cząstek gumiguty w polu grawitacyjnym zrobiona przez Perrina

W 1908 Perrin odkrywa zjawisko równowagi sedymentacyjnej w roztworach cząstek gumiguty, rozdzielanych wg rozmiarów poprzez uważne wirowanie, a w 1909 roku publikuje pracę o wyznaczeniu liczby Avogadro metodą pomiarów dyfuzji mikrocząstek



Liczenie cząstek gumiguty w próbce przy użyciu ultramikroskopu i widni optycznej (*camera lucida*), Perrin ok. 1908.

Nagroda Nobla w dziedzinie fizyki 1926: „za pracę nad nieciągłą strukturą materii, a zwłaszcza za odkrycie równowagi sedymentacyjnej”



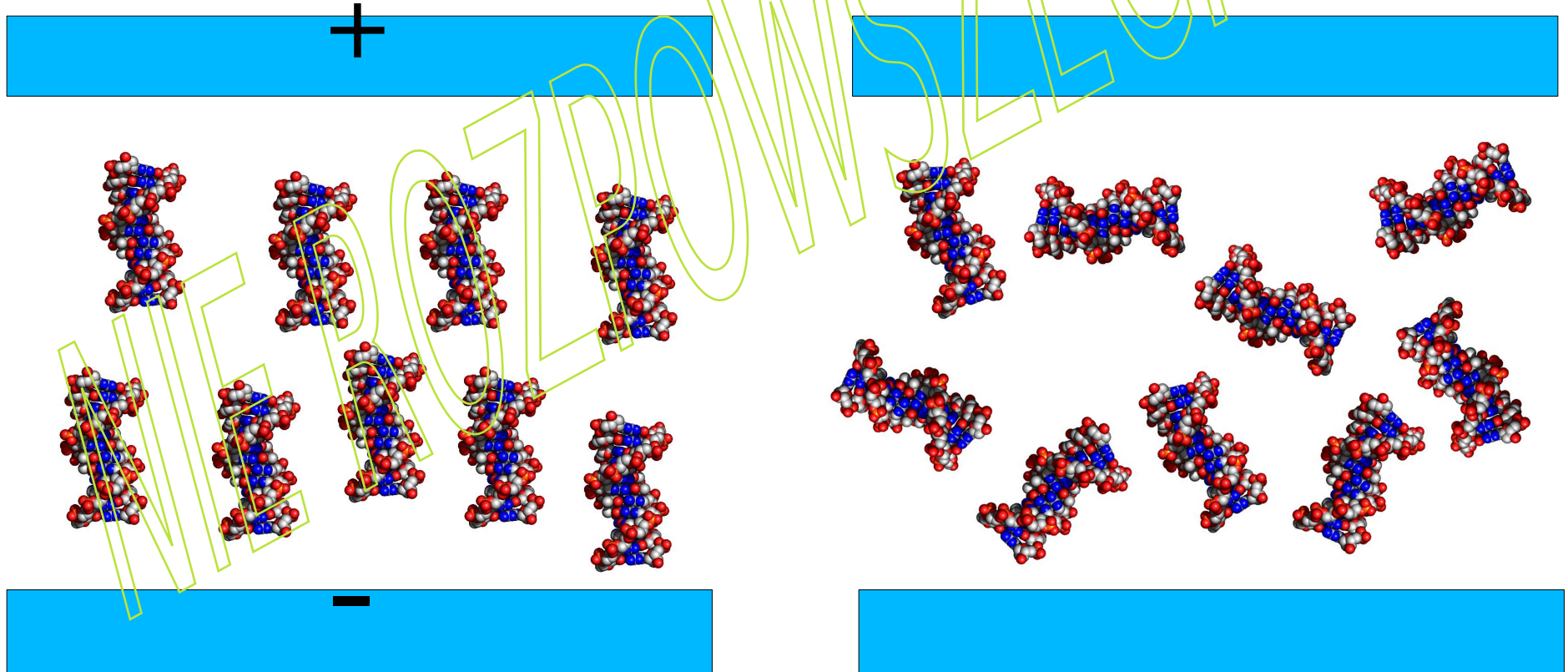
Perrin, 1909, Annales de Chimie et de Physique

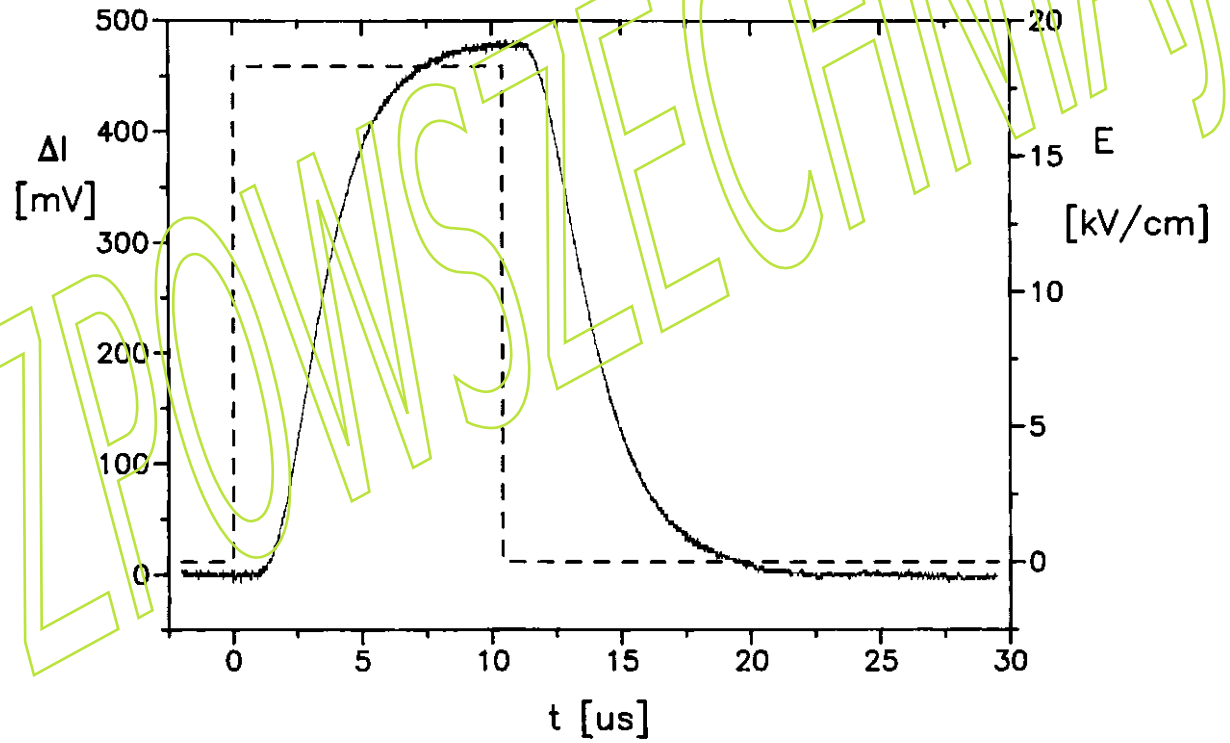
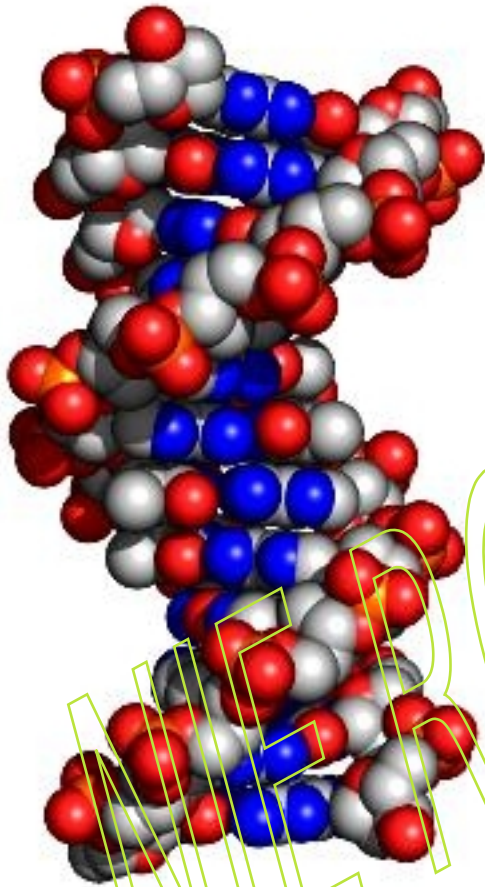
$$N_A = \frac{1}{\langle x^2 \rangle} \frac{RT}{3\pi\eta\sigma} \tau$$

Dyfuzja rotacyjna (dla cząstki sferycznej, Peter Debye 1913)

$$D_r = \frac{kT}{8\pi\eta\sigma^3} \quad \left(D_t = \frac{kT}{6\pi\eta\sigma} \right)$$

Przykład roztworu DNA poddanego prostokątnemu impulsowi jednorodnego pola elektrycznego





Podsumowanie 1

Dyfuzja translacyjna

$$D_t = \frac{kT}{6\pi\eta\sigma}$$

Dyfuzja rotacyjna

$$D_r = \frac{kT}{8\pi\eta\sigma^3}$$

Stała szybkości
tworzenia kompleksu
spotkaniowego

$$k_d = 4\pi(D_A + D_B)(R_A + R_B)$$

Oddziaływania hydrodynamiczne

For one spherical particle with radius σ moving in an unlimited medium of viscosity η with velocity \vec{v}

$$\vec{F} = -6 \pi \eta \sigma \vec{v}$$

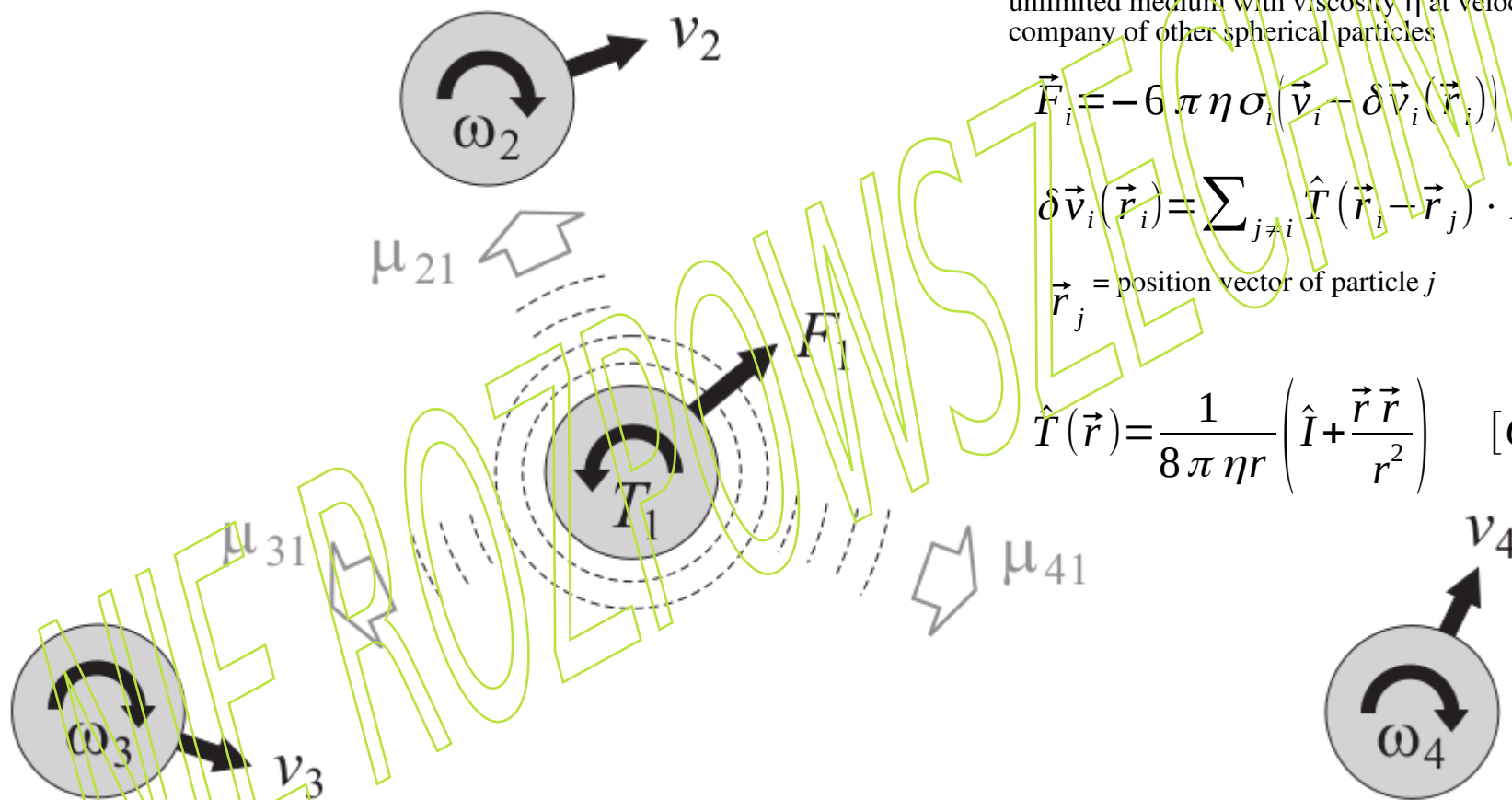
For the i -th spherical particle with radius σ_i moving in an unlimited medium with viscosity η at velocity \vec{v}_i in the company of other spherical particles

$$\vec{F}_i = -6 \pi \eta \sigma_i (\vec{v}_i - \delta \vec{v}_i(\vec{r}_i))$$

$$\delta \vec{v}_i(\vec{r}_i) = \sum_{j \neq i} \hat{T}(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \cdot \vec{F}_j(\vec{r}_j)$$

\vec{r}_j = position vector of particle j

$$\hat{T}(\vec{r}) = \frac{1}{8 \pi \eta r} \left(\hat{I} + \frac{\vec{r} \vec{r}}{r^2} \right) \quad [\text{Oseen, 1929}]$$



Particles moving in a viscous fluid create a flow field around themselves through which their motions are mutually coupled. Hence, these so-called hydrodynamic interactions constitute a complex many-body problem. The perturbations of the fluid due to translations and rotations of suspended particles are of long range and so are the resulting interactions between the particles (Michael Reichert, *Hydrodynamic Interactions in Colloidal and Biological Systems*, Dissertation, Universität Konstanz, 2006).

Bezpośredni iloczyn wektorów

see e.g. John Happel, Howard Brenner's book "Low Reynolds number hydrodynamics", Springer Dordrecht, 1983

$$\vec{r} = (x, y, z)$$

$$\vec{r} \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot (x \ y \ z) = \begin{bmatrix} xx & xy & xz \\ yx & yy & yz \\ zx & zy & zz \end{bmatrix}$$

$$\hat{T}(\vec{r}) = \frac{1}{8\pi\eta r} \left(\hat{I} + \frac{1}{r^2} \vec{r} \vec{r} \right) = \frac{1}{8\pi\eta r} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{r^2} \begin{bmatrix} xx & xy & xz \\ yx & yy & yz \\ zx & zy & zz \end{bmatrix} \right)$$

$$\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{v} \equiv \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x & v_y & v_z \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{pmatrix} = (y_1 z_2 - y_2 z_1 \quad x_2 z_1 - x_1 z_2 \quad x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

Zatłoczenie molekularne

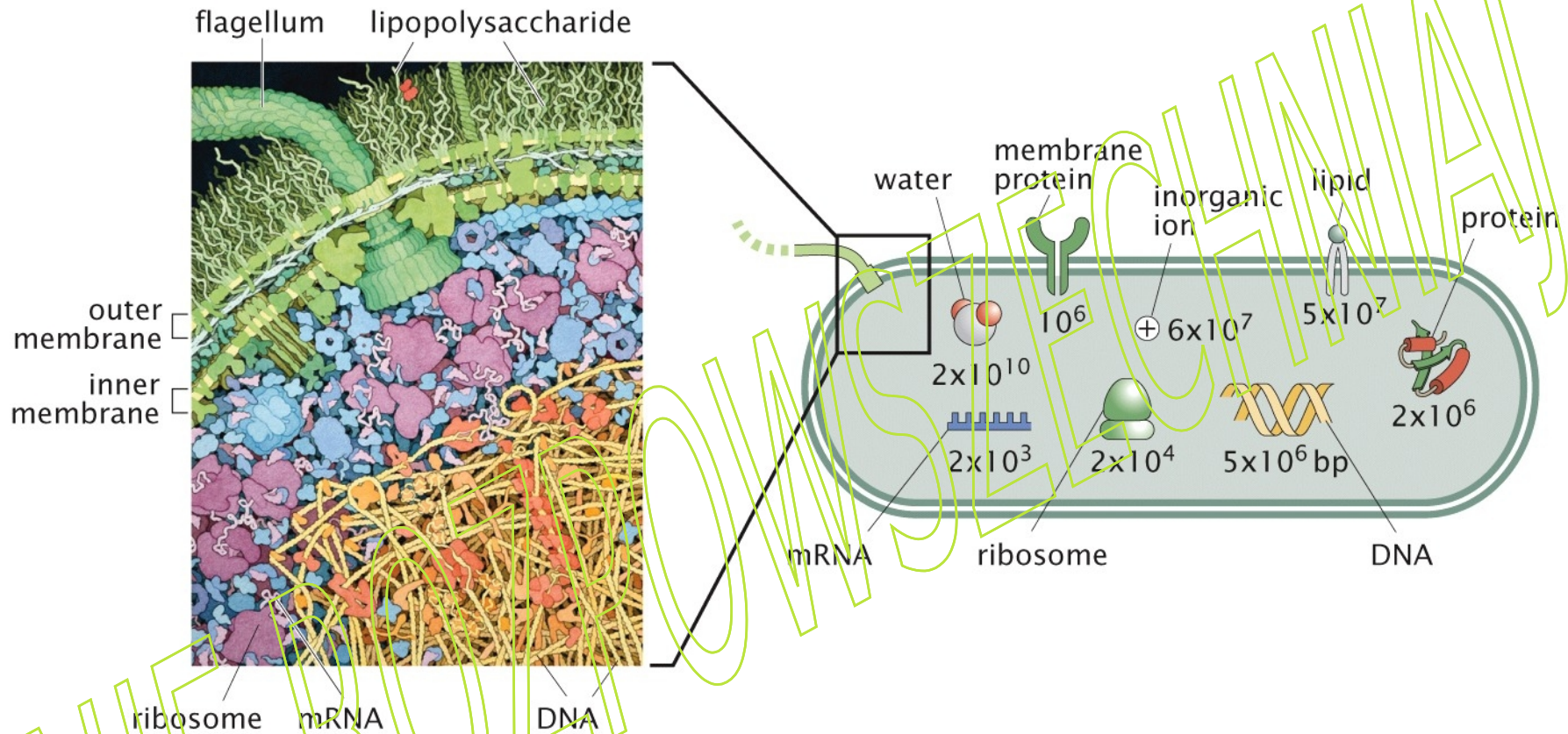


Figure 2.4 Physical Biology of the Cell, 2ed. (© Garland Science 2013)

Zawartość molekularna bakterii *E. coli*. Ilustracja po lewej stronie przedstawia zatłoczoną cytoplazmę komórki bakteryjnej. Rysunek po prawej stronie przedstawia spis molekularny rzędu wielkości bakterii *E. coli* z przybliżoną liczbą różnych cząsteczek w *E. coli* (ilustracja wnętrza komórki wzięta od D. Goodesella).